

مقدمة في

الإحصاء الوصفي

الأستاذ الدكتور
إمتهال محمد حسن

الأستاذ الدكتور
فاروق عبد العظيم

كلية التجارة - جامعة الإسكندرية

١٩٩٨ / ١٩٩٧

الدار الجامعية

طبع - نشر - توزيع

٨٤ شارع زكريا غنيم تانيس سابقاً

٥٩٦٧٨٨٢ ☎

مبادئ الإحصاء الوصفي

الأستاذ دكتور
إمتهال محمد حسن

الأستاذ دكتور
فاروق عبد العظيم

كلية التجارة - جامعة الإسكندرية

هدية من
دار الثقافة العلمية
د/ السيد النشار وشركاه

١٩٩٨ / ١٩٩٧

الدار الجامعية

طبع - نشر - توزيع
٨٤ شارع زكريا غنيم تانيس سابقاً
٥٩٦٧٨٨٢ ☎

مقدمة

أصبح التخطيط أسلوباً تعتمد الدول المتقدمة والنامية - على حد سواء - في إدارة جميع شئونها الاقتصادية والاجتماعية . وقد تبيئت الإدارات الحكومية المختلفة ، كما أدركت المؤسسات وقطاع الأعمال بعد ممارستها لهذا الأسلوب في تنظيم وإدارة أعمالها مدى حاجتها إلى الإحصاءات الدقيقة عن المتغيرات المختلفة التي تركز عليها برامج عملها بالإضافة إلى متابعة تنفيذها لهذه الأعمال للكشف عن نواحي القصور والضعف ومختلف الاختناقات التي تعترض مجرى العمليات المشابهة التي تنظمها هذه البرامج . كما أن تقييم نتائج أعمالها تتطلب مثل هذه البيانات الإحصائية بالإضافة إلى المقاييس الإحصائية التي تساعد في استخلاص النتائج والتوجيهات ذات الفائدة عند أعدادها للخضط اللاحقة .

وقد أدت الحاجة إلى الإحصاءات الدقيقة والمقاييس الإحصائية المختلفة إلى اهتمام المسؤولين في جميع القطاعات بتدريس طرق الإحصاء الوصفي وأساليب التحليل الإحصائي وكذلك الاهتمام بتدريب العاملين لديها وذلك أدى بدوره إلى تزايد الطلب على إنشاء معاهد ومراكز لتدريس الإحصاء والتدريب الإحصائي في جميع دول العالم .

يهدف هذا الكتاب إلى شرح المبادئ الأساسية للطريقة الإحصائية للقارئ المبتدئ في صورة مبسطة تمكنه من متابعة التطبيقات الإحصائية في دراساته المختلفة

وخاصة إدارة الأعمال والإقتصاد والمالية - وكذلك تعتبر مقدمة أساسية و لازمة لتابعة
للمقررات اللاحقة لمواد الإحصاء .

ولقد قام الدكتور / إسماعيل محمد حسن بكتابة السبع فصول الأولى من
الكتاب ، كما قام الدكتور / فاروق عبد العظيم بكتابة باقى فصول الكتاب ، فيما عدا
الفصل الحادى عشر الذى قام بكتابته الدكتور / مختار الهانسى .

ونأمل أن يكون هذا الكتاب عوناً لأبنائنا الطلبة فى كليات التجارة والمعاهد
التجارية بالإضافة إلى القارئ غير المتخصص حيث لا تتطلب دراسة هذا الكتاب الايام
بالرياضيات المتقدمة .

ونسأل الله تعالى التوفيق لما فيه الخير والسداد ،،،

المؤلفون

محتويات الكتاب

الموضوع	ص
مقدمة	٣
المحتويات	٥
الفصل الأول : الأساليب الإحصائية	٧
الفصل الثاني : جمع البيانات	١٥
الفصل الثالث : تبويب البيانات	٢١
الفصل الرابع : العرض البياني	٥١
الفصل الخامس : مقاييس النزعة المركزية	٨٢
الفصل السادس : مقاييس التشتت	١١٥
الفصل السابع : الارتباط والانحدار	١٥١
الفصل الثامن : مبادئ الاحتمالات	١٩٥
الفصل التاسع : مسائل الزمنية	٢٢١
الفصل العاشر : الأرقام القياسية	٢٦٧
الفصل الحادي عشر : الإحصاءات السكانية	٣١٣
نماذج امتحانات الإحصاء الوصفي للأعوام السابقة	٣٨٩

الفصل الأول الأساليب الإحصائية

تمهيد :

كثيراً ما يختلط الأمر على البعض فيخلطون بين كلمة « احصاءات » وبين كلمة « احصاء » . فكل كلمة إحصاءات تعني مجموعة من البيانات العددية التي تصف ظاهرة معينة ومثال ذلك : احصاءات المواليد والوفيات والاحصاءات السكانية ... أما كلمة إحصاء فهي تعني مجموعة من الأدوات في متناول الباحث أو متخذ القرار يطلق عليها الطرق الإحصائية . ويمكن تعريف الطرق الإحصائية بأنها الأساليب المتبعة لتلخيص وتصنيف وتحليل البيانات العددية وإيجاد العلاقة بينها .

ولقد عرفت الاحصاءات من قديم الأزمنة حيث كانت تستخدم لأغراض حرية وضريبة وفلكية ، وازدادت أهميتها في القرن الثامن عشر وخاصة بعد نشوب الثورة الصناعية حيناً أيقن رجال الأعمال ضرورتها من أجل إتخاذ قرارات سليمة . إلا أن الإحصاء كعلم لم يظهر إلا في القرن الثامن عشر ، وكان أول من أرسى قواعده العالم كواتيله Quetelet (١٧٩٦ - ١٨٧٤) .

والإحصاء بمفهومها الحديث تخدم الباحثين في جميع الميادين العلمية ومتخذي القرارات في المجالات العملية . وعلى سبيل المثال فإن الباحث في مجال الاقتصاد يستطيع أن يختبر نظرياته عن سلوك المستهلك أو علاقة المستخدم المنتج عن طريق استخدام الطرق الإحصائية . كما أن الباحث في مجال الطب يستخدم نفس هذه الأساليب لقياس كفاءة دواء جديد أو لإيجاد العلاقة بين التدخين ومرض معين .. كما يستخدمها أيضاً الباحث في المجال الزراعي لمعرفة آثار الأسمدة المختلفة على

محصول معين مثلاً... ويمكن القول عموماً أنه لا يوجد ميداناً من ميادين البحث العلمي إلا وطرقه علم الإحصاء ولعب دوراً كبيراً في تطوره. هذا وبالنسبة لمتخذي القرارات سواء كانت قرارات إدارية أو حرية فإنه لن يستطيع أن يستغني عن الأساليب الإحصائية في دراسته للقرارات البديلة قبل اتخاذ قراره. ونتناول في هذا الفصل كل من أنواع الأساليب الإحصائية، والمراحل الأساسية في البحث الإحصائي، والأخطاء الإحصائية:

أولاً - تقسيم الأساليب الإحصائية:

يمكن تقسيم الأساليب الإحصائية الى ثلاثة أقسام رئيسية:

١ - الإحصاء الوصفي **Descriptive Statistics**: وهي تختص بوصف خصائص البيانات المستخدمة في البحث الإحصائي. فإذا كانت لدينا بعض البيانات خاصة بظاهرة معينة، فعلى الإحصاء الوصفي أن يبين لنا كيف يتم توزيع هذه البيانات وما إذا كانت تتمركز حول قيمة معينة أم أنها متباعدة، وإذا ما كانت هناك علاقة بين ظاهرة وظاهرة أخرى. وما قوة هذه العلاقة.

٢ - الاستدلال الإحصائي **Statistical Inference**، وهو يختص باستخلاص نتائج عامة من بعض المشاهدات ويتم ذلك عن طريق أسلوب المعاينة الإحصائية **Statistical Sampling** أو أسلوب المعاينة كما يسميه البعض. وتجدر الإشارة هنا إلى تعريف كل من المجتمع والعينة. يقصد بالمجتمع **Population or Universe** جميع الأفراد موضع الدراسة والتي نريد معرفة حقائق عنها سواء كانت هذه الأفراد في شكل إنسان أو حيوان أو جاد. فعلى سبيل المثال قد يكون لدينا مجتمع من سكان مدينة معينة أو مجتمع من الخيل أو مجتمع من درجات امتحان الطلبة في مادة معينة... ويقصد بالعينة **Sample** مجموعة من مفردات المجتمع مثال: عينة من سكان مدينة معينة أو عينة من درجات امتحان الطلبة في مادة معينة...

هذا ويختص أسلوب المعاينة الإحصائية بدراسة وتحليل مجموعة صغيرة من الأفراد - أي عينة منها - حتى يتم الوصول إلى نتائج يمكن تعميمها على مجتمع هذه الأفراد بأسره. وفي هذه الدراسات هناك احتمال أن العينة المستخدمة لا

مثل المجتمع كمثلاً حقيقياً، لذلك فإن أي معلومة تستنتج من عينة ما يجب أن ينظر إليها على أنها تقريب للمعلومة الفعلية المناظرة لها، أي المعلومة التي كان سيحصل عليها إذا ما تم تحليل ودراسة المجتمع بأسره. هذا وتمكن الطرق الاحصائية الباحث من تحديد ما الذي يتوقعه من خطأ نتيجة لاستخدام الاستدلال الاحصائي.

٣ - التنبؤ الاستدلالي: ويقصد به استخدام المشاهدات الماضية للاستدلال بها لما سيحدث للظاهرة موقع البحث في فترة زمنية مقبلة. فإذا فرضنا أن لدينا علاقة خطية بين متغير x ومتغير آخر y ، ولتكن x هي المبيعات من سلعة معينة، و y الزمن بالسنوات، ولنفرض أننا نريد التنبؤ بمبيعات هذه السلعة في فترة زمنية مقبلة. أن التنبؤ هنا يقوم على استخدام العلاقة بين المتغيرين للاستدلال على قيمة المتغير y - أي كنية المبيعات - في فترة زمنية مقبلة استناداً الى استمرار العلاقة في المستقبل على ما كانت عليه في الماضي.

← ثانياً - المراحل الأساسية في البحث الاحصائي

هناك طرق مختلفة لتقسيم المراحل الأساسية التي يمر بها أي بحث إحصائي، وفي دراستنا لهذه المراحل سنميز بين ستة مراحل أساسية وهي:

- ١ - تحديد المشكلة موضع البحث.
 - ٢ - جمع البيانات الخاصة بها.
 - ٣ - القيام بأبحاث ميدانية، إذا استلزم الامر ذلك.
 - ٤ - تصنيف البيانات.
 - ٥ - عرض البيانات.
 - ٦ - تحليل البيانات احصائياً.
- وفياً يلي سنعرض هذه المراحل بإيجاز:

١ - تحديد المشكلة محل البحث:

أن أول خطوة في أي تفكير منطقي هي تحديد المشكلة محل البحث، وكثيراً ما تهمل هذه الخطوة إذ أن الباحث أو متخذ القرارات يظن أنه يعرف المشكلة جيداً

في حين أنه في الواقع لا يعرفها بالتحديد. لذا يجب على الباحث أن يجدد المشكلة في شكل أسئلة محددة. وتحديد المشكلة بهذه الصورة يرشد الباحث الى البيانات الواجب جمعها بالإضافة الى الطرق التي ستبج حل هذه المشكلة.

٢ - جمع البيانات الخاصة بالبحث:

إن الخطوة المنطقية التالية لتحديد المشكلة موضع البحث هي جمع البيانات الخاصة بها. لذلك يجب باديء ذي بدء معرفة ما هي البيانات التي سبق وأن جمعت في هذا الموضوع، حتى لا يضيع الوقت والمجهود في إعادة جمعها. وكثيراً ما تكون هذه البيانات معروضة في صورة مناسبة، إلا أنه كثيراً ما يكون من اللازم وضعها في شكل جداول أو رسوم بيانية أو تقارير حتى يسهل على الباحث أو متخذ القرار فهمها. وهناك بعض الهيئات التي تقوم بنشر المعلومات مباشرة كالجهاز المركزي للتعبئة والإحصاء في ج. م. ع.

٣ - القيام بأبحاث ميدانية:

بعد إجراء المرحلتين السابقتين قد يتضح أن البيانات المتوفرة لا تمثل كل البيانات اللازمة للبحث. فإذا ما كانت البيانات الناقصة مهمة لدرجة تبرر تكلفة جمعها، وإذا كان هناك وقت كاف لإجراء هذا البحث الميداني، فإن الخطوة التالية هي تجميع البيانات من مصادرها الأولية. هذا وتعتبر مسألة الاكتفاء بالبيانات الموجودة أو القيام بأبحاث ميدانية إضافية من الأمور الصعب البت فيها، وعلى الباحث أو متخذ القرار حسم هذا الأمر.

٤ - تصنيف البيانات:

ويقصد بالتصنيف وضع المشاهدات المتشابهة في مجموعات، بحيث تشترك المشاهدات في داخل مجموعة معينة في خاصية معينة تميزها عن غيرها من المشاهدات في المجموعات الأخرى. وتعتبر مرحلة التصنيف هي الخطوة الأولى في عملية تحليل البيانات.

٥ - عرض البيانات:

بعد تصنيف البيانات تأتي مرحلة عرضها، والطريقة الأكثر انتشاراً في هذا الصدد هي وضع البيانات في شكل جدول مكون من أعمدة وصفوف. وإذا كان عدد المجموعات في التصنيف صغير، يمكن عرض البيانات على شكل فقرة paragraph، أما إذا كان عدد البيانات كبير فلا بد من عرضها في شكل جداول.

كما يمكن استخدام الرسم البياني في عرض البيانات. ويمكن القول أن الرسم البياني يعطي فكرة تقريبية عن البيانات في حين أن الجداول تعطي فكرة تفصيلية عنها. إلا أن الرسم البياني يتميز بأنه يظهر بعض الحقائق الخاصة بالبيانات كما أنه يمكن من إبراز العلاقات بينها أكثر مما يحدث في حالة الجداول. وعموماً فإن الرسوم البيانية ليست بدائل لجدول البيانات، ولكنها تعتبر طريقة لتحليلها.

٦ - التحليل الإحصائي:

يكفي الباحث أو متخذ القرار، في بعض الأحيان بالجدول أو الرسوم البيانية، إلا أنه في بعض أحيان أخرى يكون في حاجة إلى قدر كبير من التحليل الإحصائي حتى يصل إلى النتائج المرغوبة. وتعتبر مرحلة التحليل الإحصائي هي الخطوة الأخيرة في مراحل البحث الإحصائي. ومن الجدير بالذكر أنه ليس هناك حد فاصل بين تجميع وتحليل البيانات الإحصائية.

ثالثاً - الأخطاء الإحصائية:

قد يصادف الباحث في مراحل البحث المختلفة ببعض الأخطاء الإحصائية. وقد تنتج الأخطاء الإحصائية عن خطأ في تدوين المعلومات أو في عملية الحسابات مما يؤدي للوصول إلى نتائج خاطئة. وبالإضافة إلى هذا النوع من الأخطاء - فهناك أخطاء تنتج عن سوء تحليل البيانات الإحصائية، وهذه الأخطاء لا يمكن التعرف عليها بسرعة وسهولة، إلا أنها تؤدي إلى نتائج خاطئة. ويتمثل هذا النوع الأخير من الأخطاء في التحيز، عدم قابلية البيانات للمقارنة، التوزيع غير السليم للاتجاه العام، وضع مسيلات خاطئة، المقارنة بجملة غير عادية والعينة غير السليمة :

وستناول كل نوع من هذه الأخطاء بشيء من التفصيل.

١ - خطأ التحيز:

من الأخطاء الشائعة في استخدام التحليل الإحصائي الخطأ غير المقصود من جهة المحلل أو المستخدم للبيانات، فمن الصعب على الإنسان أن يكون موضوعاً كلية وألا يكون لديه آراء عن موضوع معين، مما قد يؤثر في نتائج تجميع وتحليل البيانات الإحصائية. وببساطة، فإن التحيز يعني أن يعطي الشخص وزن أكبر للمعلومات التي تتماشى مع وجهة نظره عن تلك التي تعطى البيانات. وهناك حالة قصوى للتحيز وهي حيناً تكون النتيجة محددة مسبقاً، ثم تجرى التحليلات الإحصائية لإيجاد المبررات لهذه النتيجة، لذلك يقول البعض إن الإحصاء وسيلة لإثبات ما يريدون قوله.

٢ - عدم قابلية البيانات للمقارنة:

تتطلب إجراء المقارنات بالنسبة لتغير معين أن تكون البيانات ذاتها قابلة للمقارنة، فظهر مشكلة قابلية البيانات للمقارنة عند الحاجة لمقارنة مستوى المعيشة اليوم بمستوى المعيشة منذ نصف قرن مضى، فكثير من بنود الميزانية اليوم لم تكن موجودة أو لم تكن ذات أهمية تذكر منذ خمسين عاماً مضت. وبالمثل بمقارنة عدد الوفيات الناتجة من مرض معين، فقد تظهر السنوات الأخيرة معدل متزايد في هذه الظاهرة ناتج من أن تحديد سبب الوفاة أصبح أكثر دقة عما كان، وبالتالي فلا يمكن إجراء المقارنة في هذه الحالة.

٣ - التغيرات غير السليمة للاتجاه العام:

يعتمد اتخاذ القرارات على التنبؤ بالمستقبل. وقد يعتمد التنبؤ بالمستقبل على تحديد الاتجاه العام للظاهرة محل الدراسة في الماضي وإفترض عدم تغير هذا الاتجاه في المستقبل إلا أن التنبؤ في هذه الحالة لا يكون سليماً إلا إذا ظلت الظروف المحيطة بالظاهرة ثابتة لا تتغير. فمثل المثال التنبؤ بزيادة السكان في المستقبل على أساس أن معدل النمو ثابت، وبدون الأخذ في الحسبان أن هذه المعدلات قد

تفسير، يعتمد تقديراً غير سليم.

٤ - افتراضات خاطئة خاصة بالعلاقة السببية:

إن تفهم علاقة السببية بين الظاهرة من العوامل الهامة في اتخاذ القرارات إلا أن التحديد الدقيق للعامل المسبب لظاهرة معينة ليس بالأمر الهين، وحتى إذا ما استخدمت بيانات إحصائية دقيقة عن ظاهرة معينة فإنه ليس من السهل تحديد سبب حدوث هذه الظاهرة. فمن الأخطاء الشائعة استنتاج أن حدوث ظاهرتين في وقت واحد يعني أن أحدهما سبب للآخر. فمن السهل عادة اعتبار أن أحد الظاهرتين سبب للآخر بينما الحقيقة أن كليهما حدثا نتيجة سبب ثالث.

وعلى سبيل المثال إن العديد من النظريات الخاصة بتفسير الدورة التجارية كانت تعتمد على اختيار أحد العوامل وتحاول تفسير كل التقلبات التي تطرأ على النشاط الإقتصادي بأنها ناتجة عن تقلبات هذا العامل. فتفترض أحد هذه النظريات مثلاً أن التغيرات في حجم النشاط الإقتصادي مرده إلى التغيرات في سعر الفائدة، حيث ينكمش النشاط الإقتصادي عقب رفع سعر الفائدة، ويتوسع هذا النشاط عقب خفض سعر الفائدة. إلا أن هناك من الدلائل على أن علاقة السببية المبطنة هذه لا تفسر ظاهرة الدورة التجارية تفسيراً كاملاً.

وأحد الأمثلة البسيطة للعلاقة السببية الخاطئة يتمثل في تفسير الارتباط بين ازدياد عدد المترددين على المساجد والكنائس وتزايد حالات الإجرام في مدينة معينة بأن أحد هاتين الظاهرتين سبب للآخر. إلا أنه بالبحث يمكن أن نجد أن السبب الحقيقي لكل من الظاهرتين السابقتين هو ازدياد عدد السكان في المدينة.

٥ - المقارنة بأساس غير عادي:

تتطلب مقارنة البيانات الاقتصادية والتجارية لفترات مختلفة أن تكون الفترة المتخذة أساساً للمقارنة فترة عادية، فإذا كانت الفترة المتخذة أساساً للمقارنة فترة غير عادية فإن المقارنات قد تؤدي إلى نتائج مضللة. فعلى سبيل المثال إذا ما أردنا مقارنة محصول القطن المصري في سنة معينة بأحد السنوات السابقة فيجب التأكد أن لا تكون السنة المتخذة أساساً للمقارنة هي أحد السنوات التي كانت الإصا

فيها بدودة القطن إصابة شديدة، حيث أن القلونة في هذه الحالة سوف تظهر تحسناً وحمياً كبيراً في إنتاج القطن.

٦ - عدم سلامة العينة:

يعتمد التحليل الإحصائي بدرجة كبيرة على استخلاص النتائج من أسلوب المعاينة لتحديد خصائص مجتمع معين. إلا أنه يجب أن يكون واضحاً أن صحة النتائج التي يتم استخلاصها عن طريق أسلوب المعاينة يعتمد أساساً على مدى سلامة اختيار العينة. فإذا ما أختبرت العينة بطريقة سليمة فإن خصائص العينة تمثل خصائص المجتمع تمثيلاً صحيحاً. أما في حالة اختيار العينة بطريقة غير سليمة فإن خصائص العينة قد لا تعكس خصائص المجتمع. ونجدر الإشارة هنا إلى أننا ستناول أسلوب اختيار العينات في فصل قادم.

الفصل الثاني جمع البيانات

رأينا سلفاً أن الخطوة الأولى في البحث الإحصائي هي تحديد المشكلة موضع البحث. بعد تحديد المشكلة، ووضعها في صورة رياضية - إذا أمكن ذلك - فإن الخطوة التالية هي جمع البيانات. وستناول بالدراسة في هذا الفصل: مصادر المعلومات وأساليب جمع البيانات وأيضاً طرق جمع البيانات في حالة الأبحاث الميدانية.

١ - مصادر المعلومات:

بالنسبة لمشأة معينة يمكن تقسم المعلومات الى نوعين: المعلومات التي تنشأ بداخل المنشأة نفسها والمعلومات التي تنشأ خارجها. فالمعلومات المتعلقة بمنشأة معينة تسمى بالبيانات الداخلية بالنسبة لهذه المنشأة. ويتمثل مصدر هذه البيانات في سجلات أو تقارير بداخل المنشأة. أما المعلومات التي تختص بنشاط خارج المنشأة نفسها فتسمى بالبيانات الخارجية. ويستطيع رجل الأعمال أن يستقي المعلومات الخارجية من بيانات تنشرها جهات أخرى.

وفي حالة استخدام البيانات المنشورة، يمكن تقسم مصادر المعلومات الى نوعين: مصادر أولية ومصادر ثانوية. والمصادر الأولية هي تلك المصادر التي تجمع البيانات وتنشرها بنفسها مثل الجهاز المركزي للتعبئة والإحصاء في جمهورية مصر العربية. أما المصادر الثانوية فهي تلك المصادر التي تعيد نشر البيانات التي جمعتها المصادر الأولية.

ومن الأفضل استخدام المصادر الأولية كلما أمكن ذلك، فهي عادة ما تحتوي على شرح تفصيلي للبيانات التي قامت بجمعها. أما البيانات الثانوية فهي تعطي شرح أقل لمعنى الاحصائيات المنشودة، وكثيراً ما لا تحتوي على أي تقسيم يذكر. وتتميز المصادر الثانوية بأنها عملية، فالباحث يستطيع أن يجد كثير من البيانات في مجلد واحد بدلاً من اللجوء لعدد كبير من المصادر الأولية.

٢ - أساليب جمع البيانات:

لقد رأينا في الفصل الأول الفرق بين المجتمع والعينة. وإذا ما أراد الباحث أن يقوم بجمع بيانات عن جميع مفردات المجتمع نكون إزاء أسلوب الحصر الشامل. أما إذا قرر الباحث أخذ بيانات عن بعض المفردات من المجتمع فنكون إزاء أسلوب المعاينة. ويستخدم الأسلوب الأول في التعدادات السكانية والزراعية والصناعية. ويعاب على هذه الطريقة كثرة التكاليف في المال والوقت والجهد. أما أسلوب المعاينة فيتمتع بميزات عديدة نذكر منها.

١ - أنه يعطي نتائج سريعة نتيجة لسرعة الحصول على البيانات وسرعة تحليلها.

٢ - أنه أسلوب غير مكلف.

٣ - أنه أسلوب عملي، فمثلاً إذا كانت طبيعة البحث تتطلب القضاء على المادة محل البحث، فمثلاً عند دراسة عمر المصابيح الكهربائية، يعتبر أسلوب العينات هو الأسلوب العملي الوحيد.

٣ - شروط أسلوب المعاينة:

إن أسلوب المعاينة يستخدم للحكم على خصائص المجتمع عن طريق دراسة عينة من هذا المجتمع، إلا أنه لكي يكون هذا الحكم سليماً يجب أن يراعى في العينة ما يأتي:

١ - أن تكون العينة كبيرة بدرجة كافية حتى يمكن إهمال آثار القيم الشاذة على المتوسط. وكلما زادت عدد مفردات العينة كلما زادت درجة الثقة في النتائج المتحصل عليها بوصفها ممثلة للمجتمع، وهذا ويمكن القول أن خطأ العملية يتناسب

تناسب عكسي مع الجذر التربيعي لعدد المفردات في العينة.
ب - ان اختيار العينة يجب أن يكون اختياراً عشوائياً بمعنى أن كل مفردة من المجتمع يكون لها نفس الفرصة في أن تختار لتكوين العينة.

أنواع العينات:

تختلف أنواع العينات تبعاً لاختلاف خصائص المجتمع المراد دراسته. ويمكن تقسم العينات الى: عينة عشوائية بسيطة، وعينة طبقية، وعينة منتظمة، وعينة متعددة المراحل، وعينة حصصية. وفيما يلي ستعرض لكل نوع من هذه الأنواع.

١ - العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

إذا كانت مفردات المجتمع متجانسة يتم اختيار العينة العشوائية منها مباشرة دون الحاجة لتنظيم تلك المفردات بطريقة أو بأخرى (كما سترى في حالة الأنواع الأخرى من العينات) ولذا فقد أطلق على هذا النوع العينة العشوائية البسيطة. هذا ويمكن الحصول على العينة العشوائية البسيطة بطريقة السلة أو عن طريق جداول الأرقام العشوائية، أو باستخدام الحاسب الآلي.

وتتلخص طريقة السلة في ترقيم كل مفردة من مفردات المجتمع، وتكتب هذه الأرقام في بطاقات ورق صغيرة وتوضع في سلة، ثم تسحب من السلة بطاقة بعد الأخرى حتى يتم تكوين العينة المطلوبة. وهذه الطريقة بدائية في اختيار الأرقام العشوائية.

وتعتبر جداول الأرقام العشوائية طريقة عملية في الحصول على هذه الأرقام ويبين جدول رقم ١ بعض الأرقام العشوائية كما تظهر في الجدول.

١٣٨٧٧	٨٩٤١٦٨	٦٧٠٦٦٤	٠٠٧٦٧٣	٤٣٦٢٧٢
٠٩٩٣٥	١٧٢٣٠٥	٤٢٨٩٧٩	٧٧٥٤٢٥	٠٠٤٠٧١
٢٠٤٠٩٢	٣٨٢١٠	٥٨٩٣٠٦	٤٢١٧٩٨	٢٧٣٠١٤
٩٠٦٩٧٥	٣٩٠٦٠٥	٠٤٠٨٥٧	٢٠٦٢٩٣	١٧٣٠٠٢
٣٨٧٤٣٠	٥١٣٠٨٧	٧٣٨٧١٨	٣٥٤٥٦٥	٤٦٥٦٠٩
٠٤٥٨٩٠	٣٦٣٦٦٥	٤٦٥٧١	٦٣٣٥٦٧	٤٨١٧٤٠
٨٣٧١٥٩	١٤٣٩٧٩	٩٩٨٣٥٢	٢١٩٣٥٩	٩٢٤٨٧٥
٧٩٠٥٧٨	٩٨٢١٠٥	٥٤٠٥٧٠	٧٢٤٣٠٧	٣٦٩٦٣١
٥٠٩٩٩٨	٣٦٦٦٥٢	٦٧٨٥٤٩	٤٦٨١١٥	٣٨٧٤٦٩
٠٦٧٠٤٥	٢٣٨٢٩٥	٠٤٢٤٥٨	٢٧٥٤١٣	٤٩٩٣٠٠
٣٠٧٦٣٤	٥٤٠٣٣٧	٣٥٠٥٨٧	٠١٣٦٩٢	٤٢٢٩٣٩
٩٨٠٦٢٠	٨٧٥٢٢٨	٤٩٦٠١٧	٥٨١١٦٥	٢٥١٦٨٤

جدول رقم (١) : بعض الأرقام العشوائية كما تظهر في جداول الأرقام العشوائية.

ولفهم طريقة الحصول على الأرقام عشوائية من الجداول دعنا نفترض أننا نريد تكوين عينة من ٢٠٠ من مجتمع عدد مفرداته ٢٠٠٠ مفردة. وإذا قمنا بمفردات المجتمع من ١ إلى ٢٠٠٠، وفتحنا أحد صفحات جداول الأرقام العشوائية وقرأنا من أعلى إلى أسفل الأرقام المكونة من ٤ خانات مستبعدين الأرقام التي تزيد عن ٢٠٠٠، وبالنظر في جدول رقم ١، فإن المفردة الأولى في العينة ستكون المفردة التي ترتبها ١٣٣٨، والمفردة الثانية ستكون المفردة التي ترتبها ٤٥٨، وهكذا إلى أن يتم اختيار ٢٠٠ مفردة المكونة للعينة العشوائية. ويجب ملاحظة عدم تكرار أي رقم أكثر من مرة حتى لا يتكرر اختيار أي مفردة من مفردات العينة.

ب - العينة الطبقية : Stratified Sample

تستخدم العينة الطبقية عندما يكون المجتمع غير متجانس : وطبقاً لهذه الطريقة يقسم المجتمع الى طبقات أو مجموعة من المفردات تكون متجانسة داخل كل طبقة،

ثم تختار مفردات كل طبقة عشوائياً، وتمثل كل طبقة داخل العينة بنفس النسبة الموجودة بها في المجتمع حتى يتم تمثيل المجتمع تمثيلاً صادقاً. وفي هذه الحالة إذا ما اختيرت عينة عشوائية بسيطة فأنها لن تكون ممثلة للمجتمع تمثيلاً صادقاً.

وعلى سبيل المثال: إذا أجري بحث إحصائي على مدينة معينة يمثل فيها الأشخاص المسنين (فوق سن ٦٠ سنة) ٣٠٪ من السكان، ويمثل فيها الأفراد أقل من ٢١ سنة نسبة ١٠٪ فإذا فرضنا أن العينة المراد سحبها ستكون من ١٠٠٠ شخص، فيكون توزيع مفردات العينة إلى ٣ طبقات كالآتي:

٣٠٠ شخص فوق ٦٠ سنة.

٦٠٠ شخص منهم ينحصر بين ٢١ و ٦٠ سنة.

١٠٠ شخص منهم تحت ٢١ سنة.

وهكذا فإن كل مجموعة من الأعمار ستكون ممثلة بنسبتها الحقيقية في العينة.

ج - العينة المنتظمة: Systematic Sample

وطبقاً لهذه الطريقة يقسم المجتمع إلى فترات متساوية ثم تختار المفردة الأولى عشوائياً ويعرف ترتيبها، ثم بعد ذلك يؤخذ نفس هذا الترتيب في الفترة التالية. فإذا ما كان هناك كشف بكل مفردات العينة وإذا اختيرت المفردة رقم (ن) عشوائياً، ثم بعد ذلك تختار المفردة الثانية بعد عدد (ن) من المفردات، وهكذا فإن كل مفردة تختار بعد عدد (ن) من المفردات التالية. ولن تكون العينة عشوائية إلا إذا كانت المفردات في الكشف هي نفسها مرتبة عشوائياً. وتكون هذه العينة سليمة ما لم تكن هناك بعض الصفات المييزة التي تميز المفردات المختارة. فمثلاً إذا ما كان المجتمع خاص بالنازل في حي معين، وإذا ما صودف ووقع أول منزل مسحوب عشوائياً على ناصية أحد الشوارع، فإن هذا يعني أن بقية المنازل ستكون أيضاً على الناصية، وبالتالي تكون العينة متحيزة.

د - العينة المتعددة المراحل: Multi - Stage Sample

وكما يظهر من الإسم فإن اختيار هذه العينة يتم على عدة مراحل. ويستخدم هذا النوع من العينات إذا ما كان المجتمع كبير جداً ويتكون من أقسام غير

متجانسة فيما بينها، فتختار عينة عشوائية من هذه الأقسام، وقد يكون كل قسم بدوره مقسم الى أقسام أخرى، فتختار عينة عشوائية من كل منها، وهكذا... فمثلاً من محافظات إحدى الدول يمكن اختيار ٥ محافظات عشوائياً، ومن هذه المحافظات الخمس قد تختار عينة عشوائية من ٥ مدن، ومن كل هذه المدن الخمسة تختار عينة عشوائية من ١٠٠ شخص، ويكون لدينا ٢٥٠٠ مفردة. وطالما أن العينة كبيرة بدرجة كافية لتغطية المجتمع الكبير بأسره، فيمكن اجراء الأبحاث الميدانية بأقل تكلفة في الوقت والمال. وهذا النوع من العينات هو أفضل نوع في حالة اجراء بحث على مجتمع كبير بتكاليف محدودة.

٥-٣ العينة الحصصية Quota Sample

وفي هذه الحالة تقسم العينة الى حصص، وتمثل كل حصة عدد الأشخاص التي سيجري البحث الميداني معهم تاركين اختيار الأشخاص أنفسهم الى القوائم بالمقابلة، ومن هنا يدخل عنصر التحيز لهذا النوع من العينات. وتختار الحصص بحيث تمثل العينة المجتمع تمثيلاً صحيحاً، والمثال الآتي يبين ذلك.

لنفرض أننا نريد عينة من ٤٠٠ شخص مقسمة حسب الجنس وملكيتهم. ولتكن نسبة الرجال الى السيدات في المجتمع محل البحث هي ٩ : ١١، ونسبة الملاك لغير الملاك هي ٣ : ٢، فإن الحصص ستوزع كما يأتي.

ملاك سيدات	١٢٢	
سيدات غير ملاك	<u>٨٨</u>	
مجموع السيدات		٢٢٠
ملاك رجال	١٠٨	
رجال غير ملاك	<u>٧٢</u>	
مجموع الرجال		<u>١٨٠</u>
حجم العينة		٤٠٠

٣ - طرق جمع البيانات الاحصائية في حالة الأبحاث الميدانية :

كثيراً ما يحتاج الباحث إلى إجراء أبحاث ميدانية لجمع البيانات التي يحتاجها ، ويتم ذلك عن طريق القيام ببعض الملاحظات أو وضع بعض الأسئلة وفي كل من هاتين الطريقتين يجب على الباحث الاحتفاظ بسجلات تدون فيها الملاحظات أو الإجابات على أسئلته . وتعتبر هذه السجلات المراجع الأساسية التي بمقتضاها يقوم الإحصائي بتبويب هذه البيانات ، وفي حالة جمع البيانات عن طريق الأسئلة فإن هذه الأسئلة عادة ما توضع في شكل : صحيفة الاستقصاء أو الاستبيان questionnaire أو كشف البحث Schedule وفيما يلي ستعرض لطريقة الملاحظة ثم لطريقة الأسئلة .

١ - طريقة الملاحظة :

إن الطريقة العملية للملاحظة تتطلب أن تكون النتائج ناجمة من تجربة موضوعه تحت الرقابة ، فإذا كانت جميع العوامل في تجربة معينة موضوعية تحت رقابة الباحث ، فإن التغيرات في النتائج تكون راجعة للتغيرات المقصودة في أحد هذه العوامل . أما بالنسبة للملاحظة في مجال الإحصاء ، فعادة ما يضطر الباحث من أخذ ملاحظاته من ظروف لا يمكن إخضاع العوامل المكونة لها إلى الرقابة . ولأخذ كمثال دراسة المرور ، وهي الدراسة التي تعطى المعلومات اللازمة لتخطيط الطرق . في هذه الدراسة يعتمد الباحث على طريقة الملاحظة في جمع البيانات ، فيقوم بعدد العربات التي تمر في نقطة معينة ، والزمن الذي تمر فيه من هذه النقطة . ويمكن للباحث استخدام بعض الأجهزة الأتوماتيكية التي تسهل عملية العد .

أن كمية وشكل المعلومات التي يمكن للاحصائي الحصول عليها بالملاحظة محدودة ، إلا أن هناك قدر كبير من المعلومات يمكن الحصول عليها عن طريق سؤال الأشخاص التي لديهم هذه المعلومات ، وعموماً حينما يكون في الإمكان الحصول على المعلومات عن طريق الملاحظة ، فإن هذه الطريقة تكون أفضل من طريقة الأسئلة .

ب - طريقة الأسئلة

نظراً لضيق نطاق طريقة المتابعة في الحصول على البيانات فإن طريقة الأسئلة هي الطريقة الأكثر انتشاراً. وللحصول على البيانات عن طريق الأسئلة يمكن استخدام أي طريقة من طرق الاتصال. كالمقابلات والتليفون والمقابلة الشخصية. وتختلف مزاي كل طريقة من طرق الاتصال باختلاف الظروف، وعموماً فإن أفضل طريقة هي التي تضمن الحصول على المعلومات المطلوبة بدرجة أكثر من الدقة وبأقل تكلفة ووقت ممكن. وبالنسبة لطريقة المقابلات فهي أقل الطرق تكلفة ولكنها لا تنجح في الحصول على المعلومات من كل شخص يرغب إليه. أما طريقة المقابلة الشخصية فهي أكثر نجاحاً في الحصول على المعلومات، ولكنها تعتبر أكثر تكلفة من طريقة المقابلات. أما طريقة التليفون فهي أقل تكلفة من طريقة المقابلة الشخصية، إلا أن هناك العديد من المعلومات لا يمكن الحصول عليها بدقة عن طريق التليفون، فضلاً عن أن كثيراً ما لا يمكن التحدث مع الشخص المقصود.

ولقد بينت التجربة العملية أنه يمكن الحصول على البيانات من عدد أكبر من الأشخاص عن طريق المقابلة الشخصية. إلا أنه نظراً للتكلفة الكبيرة التي تتضمنها هذه الطريقة، فإن الإحصائيون لجأوا إلى الحصول على معلوماتهم بأكثر من طريقة. فعلى سبيل المثال يحاولون بادئ ذي بدء الحصول على معلوماتهم عن طريق البريد، ثم يحاول الباحث الاتصال بالأشخاص الذين لم يجيبوا على الأسئلة بطريقة أخرى كالتليفون، وإن لم تنجح هذه الطريقة أيضاً فيلجأ إلى المقابلة الشخصية.

وكما ذكرنا سلفاً فإن الأسئلة عادة ما توضع في شكل كشف بحث أو صحيفة استقصاء. ويختلف كشف البحث عن صحيفة الاستقصاء في أن الأول يقوم الباحث بملئه بنفسه، وكثيراً ما يتوكأ في الكشف فراغ يضع فيها بعض الأسئلة - التي يرى أنها ملائمة لفرع البحث - والإجابات عليها. وكذلك بعض ملاحظاته. أما صحيفة الاستقصاء فهي التي يقوم بملئها الشخص نفسه الموجه إليه الأسئلة.

تصميم صحيفة الاستقصاء

أن نوع الأسئلة المستخدمة في تصميم صحيفة الاستقصاء تختلف تبعاً لنوع المعلومات الواجب تدوينها وتبعاً لما إذا كانت ستكتب بمعرفة الشخص الذي يعطي هذه المعلومات أو الشخص الذي يقوم بجمعها. وهناك بعض المبادئ الواجب مراعاتها عند تصميم صحيفة الاستقصاء ويمكن تلخيص هذه المبادئ فيما يلي:

١ - يجب أن تكون صحيفة الاستقصاء قصيرة قدر الإمكان. أن انتشار استخدام صحف الاستقصاء يجعل من الضروري استخدام عدد صغير من الأسئلة لذلك فيجب أن تتضمن الصحيفة الأسئلة الهامة فقط أي الأسئلة التي تعطي المعلومات المطلوبة للبحث فقط فكلما زاد عدد الأسئلة كلما قلت عدد الاستمارات الملوءة. وفي حالة استخدام طريقة المقابلة الشخصية، فإن صحيفة الاستقصاء الطويلة تأخذ وقت أطول ومن ثم تكون أكثر تكلفة.

٢ - يجب أن تكون الأسئلة واضحة. وقد يبدو هذا الشرط بدوي إلا أنه كثيراً ما لا يطبق. فالسؤال الواضح المحدد يكون له فرصة أكبر في أن يجاب عليه، وفضلاً عن ذلك، فالأجوبة على سؤال غير واضح لا تكون ذات قيمة. وهناك طريقة لجعل الأسئلة واضحة وهي عن طريق تحديد شكل الإجابة التي ستأخذها فمثلاً

هل تملك سيارة ؟ ما ماركتها ؟
(نعم أم لا) الماركة

وهناك طريقة أخرى وهي إعطاء جميع الإجابات الممكنة والمطلوب من الشخص الذي يقوم بملأ الصحيفة أن يعلم أمام الإجابة الصحيحة. فمثلاً:

هل تقرأ إعلانات عن المأكولات في الجرائد والمجلات ؟

دائماً ، أحياناً ، نادراً ، أبداً

(ضع علامة من فضلك أمام الإجابة المناسبة)

وهذه الطريقة تكون فعالة إذا ما كانت تحتوي على جميع الإجابات الممكنة

٣ - أن تكون الأسئلة من الممكن الإجابة عليها : أحياناً تكون الأسئلة صعبة الإجابة عليها ، بمعنى أن الأشخاص لا يعرفون في الواقع الإجابة عليها . فمثلاً الأسئلة التي تقول لماذا يشتري المستهلك هذه السلعة أو بسبب إعجابه ببعض الأشياء تعتبر من الأسئلة الصعب إجابتها ، فقد يقوم الشخص باستهلاك سلعة معينة دون أن يرى لماذا يستخدم هذه السلعة بالذات ، والذي يحدث في مثل هذه الحالة أنه يجب أى إجابة على هذا السؤال .

وفضلاً عن ذلك ، هناك أسئلة من المتوقع ألا يجاب عليها وهي الأسئلة المتعلقة بمعلومات شخصية أو سرية . فعلى سبيل المثال لا يجب أحداً أن يطرق غريب داره ويسأله عن دخل الأسرة ، كما أنه من المتوقع أن يتمتع الموظفون الإفصاح عن مبلغ المبيعات الصافية ، أو الكمية المباعة من بعض السلع ، أو مقلد الريح الصافي وغيرها ...

٤ - الاعتماد عن الأسئلة الإيحائية . أى الأسئلة التي تؤثر على الأجوبة . ومن الأسئلة الإيحائية أن يسأل القائم بالبحث لحساب إحدى الشركات المنتجة للمكايو الكهربائية : « لماذا تفضلين مكوناتنا الكهربائية ؟ » . وتكون الطريقة الأفضل للسؤال « أى مكواة كهربائية تفضلين ؟ » . ثم يتبعه سؤال آخر : « لماذا تفضلينها ؟ » . وللأسف فإن كثيراً ما يجمع البيانات لإثبات حالة معينة وفي هذه الحالة تكون الأسئلة الإيحائية وسيلة لذلك .

اجراء اختبار أولى لصحيفة الاستقصاء :

عقد تصميم صحيفة الاستقصاء من الصعب التوقع بجميع المشاكل التي تظهر، ومن الأفضل إجراء اختبار أولى لهذه الصحيفة بإجراء عدد صغير من المقابلات الشخصية أو عدد صغير من الخطابات . وبهذه الطريقة يمكن الحصول على عدد معقول من الإجابات لتحديد قوة وضعف صحيفة الاستبيان قبل القيام بالبحث الميداني الفعلي .

وفيما يلي مثال لصحيفة الاستقصاء قامت به جامعة الاسكتلرية للدراسة مشكلة تقييد العمال في المصانع .

دراسة مشكلة التغيّب في المصانع



(أولاً) بيانات عامة

- ١ - اسم العامل (ثلاثياً):
- ٢ - السن (الأقرب سنة):
- ٣ - محل الميلاد: قرية ... مركز ... محافظة
- ٤ - مدة الإقامة بالاسكندرية (الأقرب سنة):
- ٥ - نوع العمل الذي يقوم به:
- (١) فني
- (٢) نصف فني
- (٣) عادي
- ٦ - آخر مهنة سابقة:
- (١) متصلة بالعمل الحالي
- (٢) غير متصلة بالعمل الحالي
- (٣) لا يوجد

(ثانياً) بيانات اجتماعية

- ٧ - محل الإقامة شارع قسم
- ٨ - وسيلة للواصلات إلى العمل:
- (١) قطار
- (٢) ترام
- (٣) أتوبيس عام
- (٤) أتوبيس خاص
- (٥) دراجة
- (٦) قسي
- (٧) هل هناك مشاكل أو متاعب متعلقة بالسكن ؟ نعم لا

- ١٠ - في حالة الإجابة بالإيجاب فما هي التفاصيل ؟
- (١) سكن غير صحي (٢) ضيق
- (٣) مزدحم (٤) مشترك
- (٥) بعيد
- ١١ - هل يقدم لك المصنع خدمات خاصة بلواصلا ؟ نعم لا
- ١٢ - هل يقدم لك المصنع خدمات خاصة بالإسكان ؟ نعم لا
- ١٣ - ما عدد أفراد الأسرة المقيمين معك ؟
- الأبناء غير الأبناء
- ١٤ - الحالة التعليمية:
- (١) أمي (٢) تعلم أولي
- (٣) ابتدائي (٤) تعلم اعدادي
- (٥) تعلم في
- ١٥ - هل يقدم لك المصنع خدمات تعليمية ؟ نعم لا
- ١٦ - في حالة الإجابة بالإيجاب هل استفدت من الخدمات التعليمية ؟
- نعم لا
- ١٧ - ما نوع الخدمات الطبية التي يقدمها المصنع:
- (١) كافية غير كافية (٣) لا يوجد
- ١٨ - هل أنت عضو في اللجنة النقية ؟ نعم لا
- ١٩ - هل حققت اللجنة النقية أغراضها ؟ نعم لا
- ٢٠ - هل أنت عضو في لجنة العشرين للاتحاد الاشتراكي ؟ نعم لا
- ٢١ - هل حققت اللجنة أغراضها ؟ نعم لا

(ثالثاً) بيانات عملية وإدارية

- ٢٢ - ما هي المعلومات الفنية التي كنت تعرفها قبل التحاقك بالعمل ؟
- (١) لا معلومات (٢) معلومات بسيطة
- (٣) معلومات كافية

- ٢٣ - ما الخيرة التي أتيت بها وقت التحاقل بالعمل ؟
- (١) لا خيرة (٢) خيرة بسيطة
- (٣) خيرة عامة (٤) خيرة متخصصة
- ٢٤ - ما التدريب المهني الذي حضرته ؟
- ٢٥ - ما عدد السنوات التي قضيتها في عملك الحالي ؟
- ٢٦ - ما ميعاد وردية العمل :
- (١) صباحية (٢) بعد الظهر
- (٣) ليلية
- ٢٧ - ما نوع العمل الذي تؤديه ؟
- (١) متكرر (٢) متنوع
- (٣) بسيط (٤) روتيني
- (٥) مركب
- ٢٨ - هل هناك أجزاء من العمل صعبة ؟
- نعم لا
- إذا كان الجواب بالإيجاب فقم بالصعوبات ؟
- (١) نوع الآلة (٢) طبيعة الخامة
- ٢٩ - هل هناك مضايقات تقابلك في العمل ؟
- نعم لا
- في حالة الإجابة بالإيجاب فقم المضايقات ؟
- (١) ظروف العمل الداخلية (٢) العلاقات السلوكية
- ٣٠ - هل عملك يخضع للتفتيش الفني ؟
- نعم لا
- ٣١ - ما النسبة المئوية بالتقريب للزمن اليومي الذي تقضيه في :
- (١) الوقوف (٢) الجلوس (٣) المشي (٤) رفع الأشياء (٥) الانحناء (٦) الأكل
- ٣٢ - ما هي الآلات أو الأجهزة التي تعمل عليها أو تقوم على خدمتها ؟
- (١) آلات متخصصة .. (٢) آلات عامة

- ٣٦ - ما نوع مسئوليتك عن الآلات أو الاجهزة؟
 (١) لا مسئولية (٢) مسئولية وقتية
 (٣) مسئولية منظمة
- ٣٧ - ما الأحداث الصناعية التي تقوم بمناولتها؟
 (١) خلعات (٢) زيوت وشحومات
 (٣) قطع غيار أو أجزاء (٤) بضاعة تحت التصنيع
 (٥) بضاعة جاهزة
- ٣٨ - ما المظاهر غير المرئية في العمل ذاته أو في المحيط الذي يؤدي فيه العمل؟
 (١) القسوة (٢) الاختراقات
 (٣) الازدحام في العناصر (٤) ظروف شاقة
 (٥) أجهزة قابلة للاشتعال (٦) طاقة مشعة
 (٧) أشياء متناقلة (٨) روائح كريهة من الكهوليات
- ٣٩ - ما مدى تعرض العامل لهذه المظاهر؟
 (١) نادراً (٢) وقتياً
 (٣) فترات متكررة .. (٤) معظم الوقت
 (٥) باستمرار
- ٤٠ - ما درجة المضايقة من هذه المظاهر؟
 (١) بسيطة (٢) كبيرة
 (٣) مقلقة (٤) مرهقة
- ٤١ - ما الأخطار غير العادية أو مخاطر الإصابات الموجودة في عملك؟
 (١) حريق (٢) إصابات شخصية
 (٣) تلف الملابس (٤) تسمم
- ٤٢ - ما وجه التركيز البصري اللازمة في هذا العمل؟
 (١) بسيطة (٢) متوسطة
 (٣) كبيرة (٤) عالية
- ٤٣ - ما رأيك في الإضاءة في مكان العمل؟
 (١) ضعيفة (٢) قوية

- (٣) ساطعة (٤) تحدث انمكسات
 (٥) محلية (٦) عامة
 ٤١ - ما نوع التهوية في مكان العمل؟
 (١) فاسدة (٢) عادية (٣) منتظمة
 ٤٢ - هل يوجد بالقسم الذي تعمل فيه أجهزة لتجديد الهواء؟
 نعم لا

(رابعاً) بيانات طبية

- ٤٣ - هل تشكو من آلام في أحد الأجزاء الآتية:
 (١) الرقبة (٢) الظهر
 (٣) اليدين (٤) الكوعين
 (٥) الكتفين (٦) الفخذ
 (٧) الركبتين (٨) القدمين
 (٩) الرأس (١٠) البطن
 ٤٤ - مَ تشمر بهذه الآلام أكثر؟
 (١) في الصباح (٢) بعد الظهر (٣) ليلاً
 ٤٥ - ما مدى الشكوى من هذه الآلام؟
 (١) أقل من شهر (٢) من شهر إلى ٣ شهور
 (٣) من ٣ شهور فأكثر
 ٤٦ - هل يصاب ذلك أعراض أخرى مرضية؟
 (١) الجهاز الهضمي (٢) روماتيزم
 (٣) القلب (٤) الكلى
 (٥) عصبية (٦) نفسية
 (٧) مهنية (٨)
 (٩) الحنجرة (١٠) الجهاز التناسلي
 (١١) بول سكري (١٢) الغدد
 (١٣) الاسنان (١٤) حيات
 (١٥) (١٦)
 (١٧) (١٨)
 (١٩) (٢٠)
 (٢١) (٢٢)
 (٢٣) (٢٤)
 (٢٥) (٢٦)
 (٢٧) (٢٨)
 (٢٩) (٣٠)

- (١٥) جلدية (١٦) الجهاز البولي
- (١٧) جراحية (١٨) عيون
- (١٩) طفيليات (٢٠) أخرى
- ٤٧ - هل تسيبت هذه الامراض في تغيير نوع عملك؟ نعم لا
- ٤٨ - هل يشكو أحد أفراد اسرتك من أمراض مماثلة؟ ... نعم لا
- ٤٩ - هل تناولت أدوية لعلاج هذه الامراض من غير التأمين الصحي؟
- نعم لا
- ٥٠ - ما مدى تأثير هذه الادوية: تحسن لا تحسن
- ٥١ - هل عملت لك أشعة من غير التأمين الصحي؟ نعم لا
- ٥٢ - إذا كان الجواب بالإيجاب فمتى؟
- ٥٣ - هل أجريت لك تحاليل من غير التأمين الصحي؟
- نعم لا
- ٥٥ - هل أنت مشترك في التأمين الصحي؟ نعم لا
- ٥٦ - ما عدد مرات زهابك إلى العيادة خلال العام الماضي؟
- (١) أقل من ٣ مرات .. (٢) من ٣/٥
- (٣) من ٥ فأكثر
- ٥٧ - هل صرف لك التأمين الصحي دواء؟ نعم لا
- ٥٨ - هل تناولت هذا الدواء؟ نعم لا
- ٥٩ - هل أجريت لك التأمين الصحي:
- (١) تحليل (٢) أشعة (٣) عملية
- ٦١ - ما رأيك في تطبيق قانون التأمين الصحي؟
- حسن غير حسن

الفصل الثالث تبويب البيانات

إن الخطوة التالية لجمع البيانات هي تبويب هذه البيانات، فالبيانات المجمعة تكون غير منظمة، فيجب ترتيبها وتصنيفها في شكل جدول لتسهيل تفسيرها. وفيما مضى كانت تتم هذه العملية بطريقة آلية، باستخدام آلات التقيب **Punching**، والفرز **Coding**، والتبويب **Tabulating**. وفي الآونة الأخيرة، كنتيجة لانتشار الحاسب الآلي، فلقد استخدم لهذا الغرض، إلا أنه لا يجب استخدام الحاسب الآلي إلا في حالة وجود عدد كبير جداً من البيانات، أما إذا كان عدد البيانات عدداً بسيطاً نسبياً فالتبويب في هذه الحالة يتم يدوياً. وفيما يلي سنتناول بالشرح طرق التبويب اليدوي.

هناك تقسيمات عديدة تقسم بها البيانات، وأكثر هذه التقسيمات انتشاراً هي تقسيمها إلى بيانات وصفية أو نوعية **qualitative** وبيانات كمية **quantitative** وفيما يلي سنعرض لطريقة تبويب هذين النوعين من البيانات.

١ - تبويب البيانات الوصفية:

في حالة تبويب البيانات الوصفية، تقسم البيانات إلى صفات معينة، مثال ذلك تقديرات امتحان الطلبة إلى مقبول وجيد جداً وممتاز، أو تقسم المجتمع إلى أمي ومتعلم، أو تقسم الأشخاص إلى متزوج وأعزب الخ...

مثال ١:

فيما يلي بيانات عن المهين التي يزاوئها آباء ٧٠ تلميذ في أحد المدارس الابتدائية، والمطلوب تبويب هذه البيانات:

رجل أحوال	عامل فني	عامل فني	عامل فني	عامل فني	عامل فني	عامل فني
موظف	موظف	موظف	موظف	موظف	موظف	موظف
موظف	موظف	موظف	موظف	موظف	موظف	موظف
عامل غير فني	رجل أحوال	رجل أحوال	رجل أحوال	رجل أحوال	رجل أحوال	رجل أحوال
مهني	موظف	موظف	رجل أحوال	رجل أحوال	موظف	موظف
موظف	موظف	موظف	موظف	موظف	موظف	موظف
عامل فني	عامل فني	عامل غير فني	عامل غير فني	موظف	موظف	موظف
رجل أحوال	موظف	عامل فني	عامل فني	موظف	موظف	موظف
عامل فني	رجل أحوال	موظف	موظف	موظف	موظف	موظف

إن أول خطوة لتبويب هذه البيانات هي عمل ما يسمى « جدول تفريغ » لهذه البيانات. ويقسم هذا الجدول إلى ٣ أعمدة، العمود الأول تدون فيه بيانات المهنة المختلفة من عامل غير فني، وعامل فني، وموظف، ورجل أعمال، ومهني. أما العمود الثاني فهو خاص بالعلامات التي بمقتضاها يمكن معرفة عدد العاملين في كل فئة من الفئات المختلفة السابقة الذكر، ولذا يجب مراعاة أن يكون هذا العمود واسعاً نسبياً. أما العمود الثالث فهو خاص بعدد الآباء في كل فئة. ولتفريغ البيانات في هذا الجدول نقرأ أول مفردة في البيانات وهي عامل فني، ثم نضع علامة في خانة العلامات أمام عامل فني، وعادة ما تكون هذه العلامة على شكل خط قصير، ثم نقرأ المفردة التالية وهي موظف في مثالنا هذا، فنضع علامة أمام: موظف، وهكذا... وإذا ما كانت هناك ٤ علامات والمراد وضع علامة خامسة، ففي هذه الحالة نضع خط يقطع الخطوط الأربعة، ويكون معها « حزمة » وهذا لتسهيل عملية العد.

جدول (١)

جدول تفريغ للمهن التي يزاوها آباء ٧٠ تلميذ

عدد الآباء	العلامات	المهن
٩	III III	عامل غير فني
١٧	II III III III	عامل فني
٢١	I III III III III	موظف
١١	I III III	رجل أعمال
١٢	II III III	مهني
٧٠		المجموع

وبعد الانتهاء من عملية وضع العلامات، تبدأ عملية العد بالنسبة لكل فئة من الفئات. ويجب التأكد من أن المجموع يساوي المجموع الفعلي لدرجات الطلبة. ومن جدول التفريغ السابق يمكن اشتقاق « جدول التوزيع التكراري » المناظر

عن طريق الاكتفاء بالعمود الأول والآخر وحذف العمود الخاص بالعلامات.
وفيا يلي جدول التوزيع التكراري لمهن آباء الـ ٧٠ تلميذ.

جدول (٢)

جدول التوزيع التكراري لمهن آباء ٧٠ تلميذ

عدد الآباء	المهن
٩	عامل غير فني
١٧	عامل فني
٢١	موظف
١١	رجل أعمال
١٢	مهن
٧٠	المجموع

ويسمى كل من جدول (١) و جدول (٢) بجدول تفرغ بسيط وجدول توزيع تكراري بسيط على التوالي.

إلا أن هناك نوع آخر من جداول التوزيعات التكرارية وهو جدول التوزيع التكراري المزدوج، وللحصول عليه يجب عمل جدول تفرغ مزدوج والمقصود بهذين الجدولين أن يتم توزيع البيانات حسب صفتين في وقت واحد ولا صفة واحدة فقط كما هو الحال في التوزيعات البسيطة. ولعمل جدول التفرغ المزدوج تدون إحدى الصفتين أفقياً بينما تدون الصفة الأخرى رأسياً كما هو مبين في المثال الآتي:

مثال ٢ :

فما يلي تقديرات ٣٠ طالب في مادتي الرياضة والاحصاء والمطلوب عمل جدول توزيع تكراري مزدوج يمثل هذه البيانات.

الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء
مقبول	جيد	جيد	جيد جداً	مقبول	الرياضة
جيد	جيد جداً	جيد	مقبول	جيد	الإحصاء
جيد	مقبول	جيد	جيد	جيد جداً	الرياضة
جيد	جيد جداً	مقبول	جيد	مقبول	الإحصاء
جيد جداً	جيد جداً	جيد	جيد جداً	مقبول	الرياضة
جيد	جيد	جيد جداً	ممتاز	مقبول	الإحصاء
ممتاز	ممتاز	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	الرياضة
جيد جداً	جيد جداً	مقبول	جيد	مقبول	الإحصاء
مقبول	مقبول	جيد جداً	مقبول	جيد	الرياضة
جيد	مقبول	ممتاز	جيد	مقبول	الإحصاء

وكما فعلنا في المثال السابق، فإن أول خطوة هي عمل جدول التفرغ. ويشمل هذا الجدول تقديرات مادة الرياضة رأسياً وتقديرات مادة الإحصاء أفقياً، ثم يضاف صف آخر وعمود آخر لمجموع كل منهم. ثم بعد ذلك نقرأ درجات الطالب الأول: وهو حاصل على مقبول رياضة وجيد إحصاء، وبالتالي نضع علامة في الصف الثاني أمام مقبول في الرياضة وفي العمود الثالث تحت جيد في الإحصاء، وبالمثل بالنسبة للطالب الثاني توجد علامة أمام جيد رياضة وتحت جيد جداً في الإحصاء... وهكذا إلى أن نضع جميع العلامات الخاصة بكل طالب. ثم يوجد مجموع كل صف ومجموع كل عمود، ويجب أن يكون المجموع الكلي يساوي العدد الكلي للطلاب.

جدول (٣)

جدول تفرغ مزدوج لتقديرات ٣٠ طالباً في
مادتي الإحصاء والرياضة

الإحصاء الرياضة	مقبول	جيد	جيد جداً	ممتاز	المجموع
مقبول	III	IIII			٧
جيد	IIIII	II	IIII		١٣
جيد جداً	II		III	I	٦
ممتاز		III		I	٤
المجموع	١١	٩	٨	٢	٣٠

أي ٣٠ في مائتنا هذا. ومن هذا الجدول يمكن اشتقاق جدول التوزيع
التكراري للزوج المتأخر عن طريق استبدال العلامات بالأرقام الممثلة لها كما هو
مبين في جدول (٤).

جدول (٤)

جدول توزيع تكراري مزدوج لتقديرات ٣٠ طالباً في
مادتي الرياضة والإحصاء

الإحصاء الرياضة	مقبول	جيد	جيد جداً	ممتاز	المجموع
مقبول	٣	٤			٧
جيد	٦	٢	٥		١٣
جيد جداً	٢		٣	١	٦
ممتاز		٣		١	٤
المجموع	١١	٩	٨	٢	٣٠

هذا ويمكن الحصول على التوزيع التكراري للدرجات الإحصاء بمفردها عن طريق أخذ الصف الأول والصف الآخر من جدول التوزيع التكراري المزدوج، وبالمثل يمكن الحصول على التوزيع التكراري لمادة الرياضة بمفردها عن طريق العمود الأول والآخر. ويسمى كل من هذين التوزيعين بالتوزيع الهامشي. ويمثل جدول (٥) التوزيع الهامشي لمادة الإحصاء، بينما يمثل جدول (٦) التوزيع الهامشي لمادة الرياضة.

جدول (٥)

التوزيع الهامشي لتقديرات
٣٠ طالباً في مادة الإحصاء

عدد الطلبة	التقديرات
١١	مقبول
٩	جيد
٨	جيد جداً
٢	ممتاز
٣٠	المجموع

جدول (٦)

التوزيع الهامشي لتقديرات
٣٠ طالباً في مادة الرياضة

عدد الطلبة	التقديرات
٧	مقبول
١٣	جيد
٦	جيد جداً
٤	ممتاز
٣٠	المجموع

وبالإضافة إلى ما تقدم فإن جدول (٤) أي جدول التوزيع التكراري المزدوج يسمى هنا « بجدول التوافق » لأن كل ظاهرة من الظاهرتين - تحت البحث - تنقسم إلى أكثر من نوعين، أما إذا كانت الظاهرتين تنقسم كل منها إلى نوعين سمي الجدول « بجدول الاقتران ». وجدول (٧) مثال لجدول اقتران.

جدول (٢)

جدول اقتران

المجموع	لا يملك	يملك	الملكية الجنس
١٢	٧	٥	سيدات
١٣	٦	٧	رجال
٢٥	١٣	١٢	المجموع

٢ - تبويب البيانات الكمية:

يمكن تقسم البيانات الكمية إلى نوعين: بيانات مستمرة وبيانات وثابة. وتختص البيانات المستمرة بقياس متغيرات مستمرة بينما تقوم البيانات الوثابة بقياس المتغيرات الوثابة. ويقصد بالمتغير المستمر أي متغير يمكن أن يأخذ أي قيمة بين قيمتين ومثال ذلك الأطوال والأعمار ودرجات الطلبة في الامتحان... بينما يقصد بالمتغير الوثاب المتغير الذي يأخذ قيم معينة فقط ولا يأخذ أي قيمة بين هذه القيم، وعادة ما تكون المتغيرات الوثابة أعداد صحيحة ولا يمكن تجزئتها إلى كسور، ومثال المتغيرات الوثابة عدد الأشخاص، عدد الحجر، عدد الكتب... الخ. وسنبداً بالتوزيعات التكرارية للمتغيرات الوثابة.

مثال ٣:

لنفرض أن لدينا ٢٥ أسرة أحجامها كالاتي:

٣، ٤، ٥، ٤، ٤، ٥، ٢، ٦، ٨، ٢، ٧، ٦، ٤، ٣، ٦، ٥، ٣، ٤، ٥

٧، ٤، ٢، ٥، ٨

أول خطوة هي تحديد أكبر وأصغر قيمة والفرق بينها أي المدى، فأكبر قيمة هنا هي ٨ وأصغر قيمة ٢، والمدى هنا $(8 - 2 = 6)$ ، ثم نكون جدول التفرغ بحيث تكون لدينا القيم من ١ إلى ٨ في العمود الأول، بينما يخصص العمود الثاني للعلامات والعمود الثالث يخص بعدد الأسر. ثم نضع العلامات مثل ما

فعلنا في حالة القيم الوصفية، ويكون جدول التفرغ كما هو مبين في جدول (٨).
ونحصل على جدول التوزيع التكراري بأخذ العمود الأول والأخير من هذا
الجدول، كما سبق وأن فعلنا في حالة البيانات الوصفية.

جدول (٨)

جدول تفرغ لعدد الافراد في ٢٥ أسرة

عدد الأفراد	العلامات	عدد الأسر
٢	III	٣
٣	III	٣
٣	II IIII	٧
٥	IIII	٥
٦	III	٣
٧	II	٢
٨	II	٢
المجموع		٢٥

وواضح أن المدى في المثال لسابق صغير، كما هو الحال في أغلب البيانات
الوثابة، إلا أنه كثيراً ما يكون المدى كبير وفي هذه الحالة يجب تقسم القيم إلى
فئات تضم كل فئة القيم المتقاربة.

مثال ٤:

فيما يلي درجات ٨٠ طالب في أحد الامتحانات:

٦٨ ٨٤ ٧٥ ٨٢ ٦٨ ٩٠ ٦٢ ٨٨ ٧٦ ٩٣
٧٣ ٧٩ ٨٨ ٧٣ ٦٠ ٩٣ ٧١ ٥٩ ٨٥ ٧٥
٦١ ٦٥ ٧٥ ٨٧ ٧٤ ٦٢ ٩٥ ٧٨ ٦٣ ٧٢

٦٠	٦٨	٧٤	٦٩	٧٧	٩٤	٧٥	٨٢	٧٨	٦٦
٧١	٨٣	٧٩	٦٠	٩٥	٧٥	٦١	٨٩	٧٨	٩٦
٧٥	٧١	٦٥	٧٦	٨٥	٧٨	٩٧	٦٧	٦٢	٧٩
٧٤	٥٣	٧٦	٦٢	٧٨	٨٨	٥٧	٧٣	٨٠	٦٥
٧٧	٨٥	٧٥	٧٦	٦٣	٧٢	٨١	٧٣	٦٨	٨٦

نبدأ أولاً بتحديد أصغر قيمة وأكبر قيمة والفرق بينها (أي المدى)، فأصغر قيمة هي ٥٣ وأكبر قيمة هي ٩٧ والمدى = ٤٤. وإذا ما رتبنا القيم من ٥٣ إلى ٩٧ ووجدنا تكراراتها، كما فعلنا في المثال السابق، فستكون لدينا ٤٤ قيمة وتكراراتها، وواضح أن بوجود هذا العدد الكبير من القيم فإن التلخيص على النحو المبين في مثال ٣ لا يفي بالغرض في هذه الحالة، لذلك تكون الخطوة الثانية هي وضع القيم المتقاربة في مجموعات أو «فئات». ويجب ملاحظة ألا يكون عدد الفئات كبيراً وبالتالي يفقد التلخيص أهميته، وألا يكون عدد الفئات صغير جداً فيفقد التوزيع كثير من تفاصيله. ويختلف العدد المناسب للفئات من توزيع إلى آخر وفقاً للهدف من إجراء التوزيع التكراري، وعموماً يمكن القول أن عدد الفئات يجب ألا يقل عن ٥ وألا يزيد عن ٢٥. وعلى قدر الإمكان من الأفضل أن تكون الفئات متساوية.

وفي مثالنا هذا يمكننا تقسيم هذه القيم إلى ١٠ فئات تكون طول كل منها ٥. ويمكن كتابة حدود كل فئة كالآتي:

٥٠ وأقل من ٥٥

٥٥ وأقل من ٦٠

٦٠ وأقل من ٧٠

⋮

٩٠ وأقل من ١٠٠

وتضم الفئة الأولى كل القيم من ٥٠ إلى أقل من ٥٥، فإذا كانت هناك قيمة تساوي ٥٥ فيجب وضعها في الفئة الثانية، ويمكن كتابة حدود الفئات كالآتي:

٥٠ -

٥٥ -

٦٠ -

⋮

٩٠ وأقل من ١٠٠

كما يمكن كتابة حدود الفئات على الشكل الآتي:

أكبر من ٥٠ إلى ٥٥

٦٠ -

٦٥ -

⋮

١٠٠ -

ولكن يجب الامتناع عن كتابة الفئات على الشكل الآتي:

٥٥ - ٥٠

٥٥ - ٦٠

⋮

إذ أن في هذه الحالة القيمة ٥٥ لا أحد يستطيع أن يعرف إذا ما كانت هذه القيمة في الفئة الأولى أم في الفئة الثانية.

كما يجب الحذر في كتابة الفئات على الشكل الآتي:

٥٠ - ٥١

٥٥ - ٥٩

٦٠ - ٦١

⋮

إذ أن هذه الطريقة في الكتابة تكون صحيحة في حالة القيم الوثابة فقط،

فالقيمة ٥٤ تكون في الفئة الأولى والقيمة ٥٥ تكون في الفئة الثانية، أما في حالة القيم المستمرة لا يمكن كتابة حدود الفئات بهذه الطريقة لأن القيم ما بين ٥٤ و ٥٥ مثال ٥٤,٤ ، ٥٤,٥ لا يمكن تمثيلها لا في الفئة الأولى ولا في الفئة الثانية.

وفي مثالنا هذا سنكتب الفئات كالآتي: ٥٠ - ، ٥٥ - ، ٥٥٠٠٠٠ ، وآخر فئة سنكتبها على الصورة ٩٥ وأقل من ١٠٠ لتحديد الحد الأعلى للفئة الأخيرة. وبعد كتابة الفئات بهذه الصورة في العمود الأول من جدول التفرغ نضع:

جدول (٩)

جدول تفرغ لدرجات ٨٠ طالب في أحد الامتحانات

الدرجات	العلامات	عدد الطلبة
٥٠ -	I	١
٥٥ -	II	٢
٦٠ -	I IHI IHI	١١
٦٥ -	IHI IHI	١٠
٧٠ -	II IHI IHI	١٢
٧٥ -	I IHI IHI IHI IHI	٢١
٨٠ -	I IHI	٦
٨٥ -	IIII IHI	٩
٩٠ -	IIII	٤
٩٥ وأقل من ١٠٠	IIII	٤
المجموع		٨٠

العلامات على النحو المبين سلفاً ثم نضع في العمود الأخير عدد الطلبة (أو التكرار) ويمثل جدول (٩) جدول التفرغ التكراري الممثل لهذه البيانات بينما يمثل جدول (١٠) جدول التوزيع التكراري المناظر.

وأحياناً يكون من المفيد وضع التكرارات في صورة نسب وهي التكرارات

النسبة، ونحصل عليها بقسمة التكرار في كل فئة على مجموع التكرارات الكلية.
ويوضح جدول (١٠) التكرارات النسبية للتوزيع السابق.

جدول (١٠)

جدول التوزيع التكراري لدرجات ٨٠ طالب في أحد الامتحانات

الدرجات	عدد الطلبة (التكرار)	التكرار النسبي
٥٠ -	١	٠,٠١٢٥
٥٥ -	٢	٠,٠٢٥٠
٦٠ -	١١	٠,١٣٧٥
٦٥ -	١٠	٠,١٢٥٠
٧٠ -	١٢	٠,١٥٠٠
٧٥ -	٢١	٠,٢٦٢٥
٨٠ -	٦	٠,٠٧٥٠
٨٥ -	٩	٠,١١٢٥
٩٠ -	٤	٠,٠٥٠٠
٩٥ وأقل من ١٠٠	٤	٠,٠٥٠٠
المجموع	٨٠	١,٠٠٠٠

الفئات غير المتساوية:

لقد ذكرنا سلفاً أنه من الأفضل أن تكون الفئات متساوية إلا أنه أحياناً ما يكون من المفيد دراسة فئة معينة لا تتساوى في طولها مع باقي الفئات ومثال ذلك في حالة الملكية التي تتركز في مدى صغير، كما أنه كثير ما تكون طبيعة البيانات نفسها مفصلة في بعض الأجزاء وغير مفصلة في البعض الآخر، مثال ذلك البيانات عن عدد السكان في أعمار معينة، نجد أن في سن الطفولة تكون البيانات

مفصلة بينا تكون بحلة بالنسبة للبالغين. ويمثل جدول (١١) حالة فئات غير متساوية. هذا وتسمى الجداول ذات الفئات المتساوية بالجداول المنتظمة بينا تسمى الجداول ذات الفئات غير المتساوية بالجداول الغير منتظمة.

جدول (١١)

توزيع سكان أحد المناطق على حسب السن

عدد السكان	فئات السن
١٠	أقل من سنة
٥٠	١ -
١٢٠	٥ -
١٨٠	١٥ -
٢٢٠	٢٥ -
١٧٠	٣٥ -
١٤٠	٤٥ -
٦٠	٥٥ -
٤٠	٦٥ -
١٠	٧٥ فأكثر
١٠٠٠	المجموع

الجداول المفتوحة:

إذا ما قارنا جدول (١٠) بجدول (١١) نلاحظ أن الجدول الأول «مغلق» بمعنى أن الحد الأدنى والحد الأعلى لكل فئة محددة في التوزيع. بينا نلاحظ في جدول (١١) أن الحد الأدنى للفئة الأولى غير معينة، ويطلق على مثل هذا الجدول «جدول مفتوح من أسفل»، كما يلاحظ أيضاً أن الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معروف، ويطلق على الجدول التي به هذه الصفة «جدول مفتوح من

أولاً، وفي الواقع الجدول (١١) ومفتوح من طرفيه، وأحياناً يلجأ الباحث إلى التوزيعات التكرارية المفتوحة عندما تكون إحدى القيم متطرفة أو عندما يصعب عليه الحصول على بعض البيانات.

ومن الأفضل، إذا أمكن ذلك، قفل الفئات المفتوحة، لأن من عيوبها أنه لا يمكن تمثيلها بيانياً، كما أنها لا تمكن من حساب بعض المقاييس الإحصائية. وفي جدول (١١) يمكن قفل الفئة الأولى بوضعها على الصورة (-) أي أن الحد الأدنى لهذه الفئة هي صفر وهي تعني هنا لحظة ولود الطفل. أما الفئة الأخيرة فلا يمكن قفلها حيث أننا لا نعرف الحد الأعلى للسنة ولا يمكننا التكهّن به، لذلك فسترك الفئة الأخيرة مفتوحة.

جدول التوزيع التكراري المزدوج:

رأينا كيفية عمل جدول توزيع تكراري مزدوج في حالة بيانات وصفية، وسنرى هنا كيفية عمل هذا الجدول في حالة بيانات كمية. فإذا كان لدينا مجموعتان من القيم ونريد إيجاد العلاقة بينهما ففي هذه الحالة يجب أن نلجأ إلى التوزيع التكراري المزدوج. وبين مثال ٥ كيفية الحصول على هذا التوزيع.

مثال ٥:

فيا يلي درجات ٢٥ طالب في مادتي الرياضة والإحصاء

الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء	الرياضة	الإحصاء
٥٠	٥٨	٧٥	٨٠	٧٤	٧٥
٦٨	٨٨	٨٣	٩٢	٦٩	٧٨
٩٦	٩٠	٨٢	٨١	٩٧	٩٤
٨٨	٨٥	٧٦	٧٧	٧٠	٨٦
٨٥	٩٣	٧٢	٦٩	٦٦	٧٢
٨٠	٦٧	٩٢	٨٧	٦٦	٦٤
٩٤	٩١	٨١	٨٩	٨٩	٧٢
٧٩	٨٤	٨٤	٨٦	٨٢	٧٧
٨٦	٨٣				

- 47 -

جدول (١٢)

جدول تفريغ تكراري مزدوج لدرجات ٢٥ طالب في الاحصاء والرياضة

الاحصاء لرياضة	- ٥٥	- ٦٠	- ٦٥	- ٧٠	- ٧٥	- ٨٠	- ٨٥	٩٠ وأقل من ٩٥	المجموع
- ٥٠	١								١
- ٥٥									٠
- ٦٠									٠
- ٦٥		١		١	١				٣
- ٧٠			١		١١		١		٤
- ٧٥						١١	١		٣
- ٨٠			١		١	١	١١	١	٦
- ٨٥				١		١	١	١	٤
- ٩٠							١	١	٢
٩٠ وأقل من ١٠٠								١١	٢
المجموع	١	١	٢	٢	٤	٤	٦	٥	٢٥

ويمثل جدول (١٣) جدول التوزيع التكراري المزدوج (أو جدول التوافق، حيث نعوض عن العلامات في جدول (١٢) بالأعداد. كما يمثل جدول (١٤) (١٥). التوزيع المماسي لمادة الرياضة والتوزيع المماسي لمادة الاحصاء على التوالي.

جدول (١٣)

جدول التوزيع التكراري المزدوج لدرجات الطلبة
في الرياضة والاحياء

المجموع	٩٠ وأقل من ٩٥	- ٨٥	- ٨٠	- ٧٥	- ٧٠	- ٦٥	- ٦٠	- ٥٥	الاحياء الرياضة
١								١	- ٥٠
٠									- ٥٥
٠									- ٦٠
٣				١	١		١		- ٦٥
٤		١		٢		١			- ٧٠
٣		١	٢						- ٧٥
٦	١	٢	١	١		١			- ٨٠
٤	١	١	١		١				- ٨٥
٢	١	١							- ٩٠
٢	٢								٩٠ وأقل من ١٠٠
٢٥	٥	٦	٤	٤	٢	٢	١	١	المجموع

جدول (١٤)

جدول التوزيع الهامشي
لمادة الرياضة

الصفات	التكرار
٥٠ -	١
٥٥ -	٠
٦٠ -	٠
٦٥ -	٣
٧٠ -	٤
٧٥ -	٣
٨٠ -	٦
٨٥ -	٤
٩٠ -	٢
٩٥ وأقل من ١٠٠	٢
المجموع	٢٥

جدول (١٥)

جدول التوزيع الهامشي
لمادة الإحصاء

الصفات	التكرار
٥٥ -	١
٦٠ -	١
٦٥ -	٢
٧٠ -	٢
٧٥ -	٤
٨٠ -	٤
٨٥ -	٦
٩٠ وأقل من ٩٥	٥
المجموع	٢٥

الفصل الرابع العرض البياني

مقدمة

كثير ما يصعب على المرء فهم العلاقات الموجودة بين البيانات المجمعة وبعضها البعض سواء كانت هذه البيانات مبوبة أم غير مبوبة، وحتى إذا ما قام الباحث بدراسة هذه البيانات دراسة وافية، فمن الصعب اقتناع أي شخص آخر بالنتائج التي حصل عليها ما لم تكن هناك طريقة واضحة لعرض هذه البيانات. وأفضل طريقة لذلك هي الرسم البياني.

ويعطى الرسم البياني السلم صورة حقيقية للبيانات المراد دراستها، كما أنه يبرز حقائق قد تختبئ في جداول أو مجموعة من البيانات. لذلك أخذ العرض البياني أهمية كبيرة لا في الأبحاث العلمية فقط ولكن في الحياة العملية أيضاً، فالتقارير اليومية المصحوبة برسوم بيانية تمكن المدير من أن يفهم بنظرة واحدة الحالة التي تسير عليها الأمور في ادارته.

وقبل البدء في أي رسم بياني، هناك عدة أمور يجب أخذها في الحسبان ومن أهمها تحديد الهدف من الرسم البياني ثم تحديد نوع الرسم المستخدم وحجمه وعنوانه. وحينما تكون هناك عدة طرق بديلة لاجراء الرسم البياني فالطريقة الواجب استخدامها هي التي تمكن القارئ من فهم النقاط الأساسية بطريقة أسهل وأوضح. وعند اجراء أي رسم بياني فمن الضروري توخي مستوى دقة معينة. كما يجب وضع عنوان لكل رسم بياني، وعادة ما يكون في أعلى الرسم.

وفي دراستنا للعرض البياني مستلزم بلدي، ذي بدء أنواع الرسوم البيانية في حالة القيم غير المبوبة ثم تتناول الرسوم البيانية في حالة التوزيعات التكرارية.

(١) الرسوم البيانية في حالة القيم الغير مبوبة:

من أهم أنواع الرسوم البيانية في حالة القيم الغير مبوبة هي: الأعمدة البيانية والرسوم الدائرية والمخط البياني.

أ - الأعمدة البيانية Bar Charts :

أن طريقة الأعمدة البيانية من أكثر الطرق انتشاراً لأنها سهلة الرسم وسهلة الفهم. ووفقاً لهذه الطريقة ترسم أعمدة بيانية تتناسب في طولها مع الأعداد التي تمثلها، ولكنها ذات قواعد متساوية، كما أن المسافات بين الأعمدة يجب أن تكون متساوية. ويجب أن تكون الأعمدة مرتبة ترتيباً تنازلياً حتى يمكن إجراء المقارنة بين الأعمدة المختلفة وحتى يكون الرسم أكثر وضوحاً، وإذا ما كان أحد الأعداد - الواجب تمثيلها بيانياً - عدداً كبيراً بالنسبة لباقي الأعداد ففي هذه الحالة يمكن كسر العمود قبل نهايته ووضع قيمة العددية فوقه كما هو موضح في شكل (١) بالنسبة للهند والولايات المتحدة الأمريكية. هذا ويمثل جدول (١) تقديرات السكان في منتصف السنة بجمهورية مصر العربية مقارنة ببعض الدول، بينما شكل (١) يمثل هذه البيانات عن طريق الأعمدة البيانية.

جدول (١)

تقديرات السكان في منتصف السنة

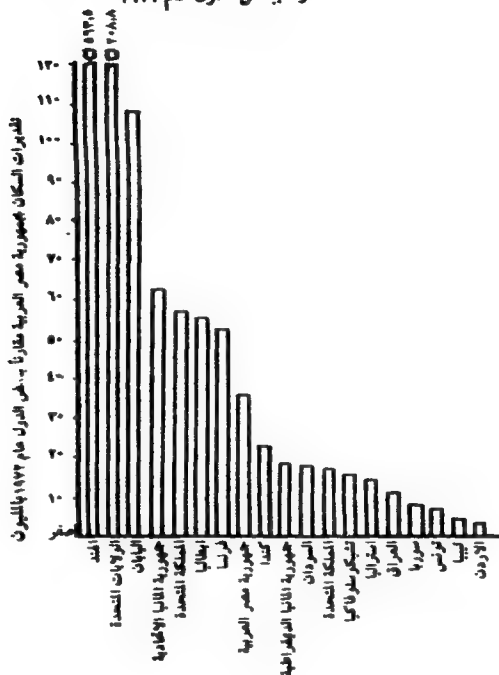
جمهورية مصر العربية مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

الدول	تقديرات السكان بالآلاف
ج.م.ع.	٢٤٨٢٩
الأردن	٢٤٦٧
العراق	١٠٠٧٤
السودان	١٦٤٨٩
تونس	٥٣٧٧
ليبيا	٢٨٤٠
المملكة المغربية	١٥٨٢٥
سوريا	٦٦٧٤
المند	٥٦٣٤٩٤
اليابان	١٠٦٩٥٨
جمهورية ألمانيا الديمقراطية	١٧٠٤٣
جمهورية ألمانيا الاتحادية	٦١٦٧٤
تشيكوسلوفاكيا	١٤٤٨١
المملكة المتحدة	٥٥٧٨٨
إيطاليا	٥٤٣٤٥
فرنسا	٥١٧٠٠
الولايات المتحدة الأمريكية	٢٠٨٨٤٢
كندا	٢١٨٤٨
أستراليا	١٢٩٥٩

المصدر: المؤشرات الإحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٢ - الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

تقديرات السكان في منتصف السنة لجمهورية مصر العربية

مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢



شكل (١)

تقديرات السكان في منتصف السنة لجمهورية مصر العربية

مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

هذا ويمكن أن تستبدل الأعمدة الرأسية بأعمدة أفقية. وفضلا عن ذلك يمكن استخدام الأعمدة البيانية للمقارنة أكثر من ظاهرة وذلك يرسم أعمدة متلاصقة للظواهر المراد مقارنتها، كما هو موضح في الشكل رقم (٢) المثل للبيانات المروضة في جدول رقم (٢) كما يمكن أيضاً مقارنة مكونات ظاهرة معينة باجماليها مثل تقسم عدد الطلبة بالكليات الجامعية إلى طلبة وطالبات كما هو موضح في جدول رقم (٣)، ففي هذه الحالة يرسم عمود يمثل إجمالي الطلبة ويقسم هذا العمود إلى جزئين أحدهما يمثل الطالبات والآخر الطلبة كما هو موضح في شكل (٣).

وإذا كانت الأعمدة تقيس ظاهرة بعض قيمها موجب والبعض الآخر سالب، فإن بعض الأعمدة يكون إرتفاعها موجب والبعض الآخر يكون إرتفاعها سالب كما هو موضح في شكل رقم (٤) الذي يمثل الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارناً ببعض الدول.

جدول رقم (٢)

المعدل الإجمالي للمواليد والوفيات بجمهورية مصر العربية

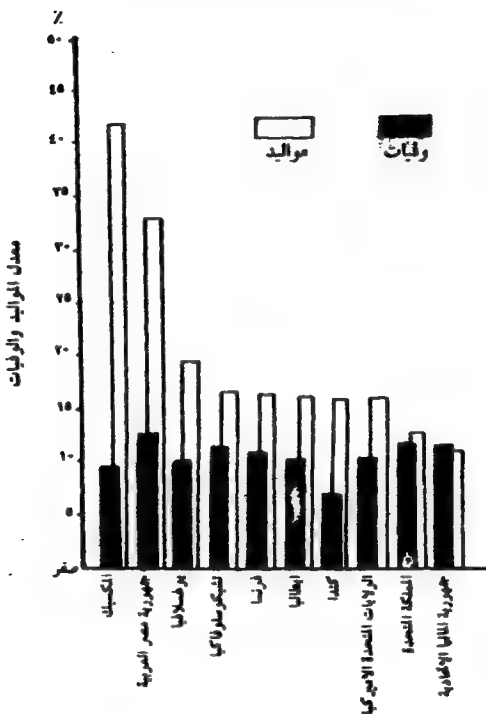
مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

معدل الوفيات	معدل المواليد	الدول
١٤,٥	٣٤,٤	ج.م.ع.
٩,١	١٨,٢	يوغوسلافيا
١١,٨	١١,٤	جمهورية ألمانيا الاتحادية
١٢,١	١٤,٩	المملكة المتحدة
١١,١	١٧,٤	تشيكوسلوفاكيا
٩,٦	١٦,٣	إيطاليا
١٠,٨	١٦,٩	فرنسا
٩,٤	١٥,٦	الولايات المتحدة
٧,٤	١٥,٩	كندا
٨,٨	٤٣,٤	المكسيك

المصدر: الإشراف الإحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٢ - الجهاز المركزي للتعبئة

العام والإحصاء.

المعدل الاجمالي للمواليد والوفيات لجمهورية مصر العربية
مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢



شكل (٢)

المعدل الاجمالي للمواليد والوفيات لجمهورية مصر العربية
مقارناً ببعض الدول عام ١٩٧٢

جدول رقم (٣)

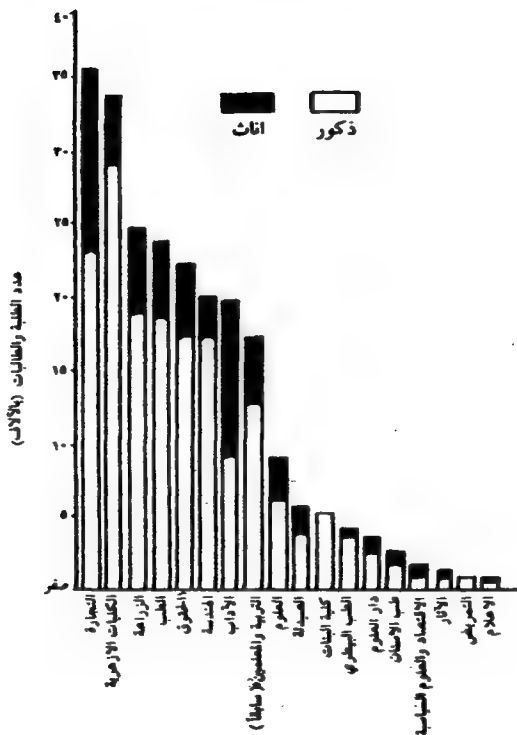
عدد الطالبات بالكليات الجامعة المختلفة عام ١٩٧٣/٧٢

الكليات	طالبة	طالبات	الجملة
الآداب	٨٩٠٥	١٠٧٧٦	١٩٦٨١
الحقوق	١٧٣٤٠	٤٨١٣	٢٢١٥٣
التجارة	٢٣٠٧٦	١٢٣٨٨	٣٥٤٧٤
العلوم	٦١٢٦	٢٦٦٨	٨٧٩٤
الهندسة	١٧٣٢٤	٢٦٣٤	١٩٩٥٨
الزراعة	١٨٦٧٤	٥٩٤٠	٢٤٦١٤
الطب	١٨٥٣٨	٥٣١٩	٢٣٨٥٧
طب الأسنان	١٥٣٣	١٠٢٩	٢٥٦٢
الطب البيطري	٣٥٧٧	٥٣٠	٤١٠٧
كلية البنات	—	٥٠٥٨	٥٠٥٨
الاقتصاد والعلوم السياسية	٧٠٤	٦٨٧	١٣٩١
دار العلوم	٢٣٦١	١١٤١	٣٥٠١
التمريض	—	٧٨٤	٧٨٤
التربية	١٢٩٦٥	٤٣١٧	١٧٢٨٢
الصيدلة	٣٥٥٠	١٩٤٩	٥٤٩٩
الآثار	٦٥٨	٣٣٩	٩٩٧
الإعلام	٤٤٩	١٩٣	٦٤٢
الجملة	١٣٥٧٩٠	٦٠٥٦٤	١٩٦٣٥٤
الكليات الازهرية	٢٩٠٢٥	٤٦١٥	٣٣٦٤٠

المصدر: الإشراف الإحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٣ - الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

عدد الطلبة والطالبات بالكليات الجامعية المختلفة

١٩٧٣/٧٢



شكل (٣)

عدد الطلبة والطالبات بالكليات الجامعية المختلفة ١٩٧٣/٧٢

جدول (٤) :

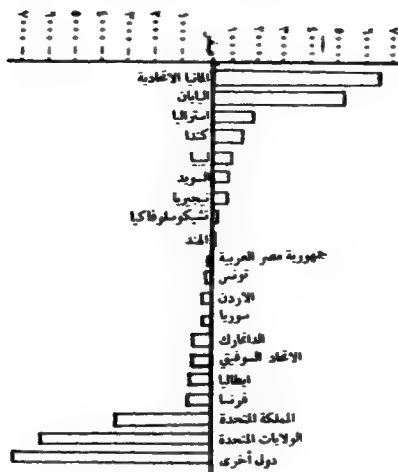
الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارنة

ببعض الدول عام ١٩٧٢

الدول	الميزان التجاري (بليون دولار أمريكي)
ج.م.ع.	- ٧٤
سوريا	- ٢٢٣
الأردن	- ٢١٩
ليبيا	+ ١٨٩٥
تونس	- ١٤٨
نيجيريا	+ ٦٧٥
المانيا الاتحادية	+ ٦٤٤٥
الدنمارك	- ٦٥٣
السويد	+ ٦٧٧
المملكة المتحدة	- ٣٥١٦
إيطاليا	- ٧٣٤
فرنسا	- ٨٦٧
الولايات المتحدة الأمريكية	- ٦٣٣١
كندا	+ ١٣٢٤
الهند	+ ١٨٤
اليابان	+ ٥١٢٠
تشيكوسلوفاكيا	+ ٢٥٣
الاتحاد السوفيتي	- ٦٨٦
أستراليا	+ ١٧٤٧
دول أخرى	- ١٩٩٦٩
المجملة	- ١٥١٠٠

المصدر: للوزارة الإحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٢. الجهاز المركزي للتعبئة والإحصاء.

الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارنة ببعض الدول بليون دولار امريكي



شكل (١)

الميزان التجاري لجمهورية مصر العربية مقارنة
ببعض الدول عام ١٩٧٢

ب - الرسم الدائري: Pie Chart

يكون الرسم الدائري مفيداً في حالة مقارنة مكونات ظاهرة معينة بإجماليها. وطبقاً لهذه الطريقة من طرق الرسم البياني، تقسم الدائرة إلى أقسام جزئية بحيث تتناسب مساحة كل جزء مع أحد مكونات الظاهرة. وبذلك تكون الدائرة مقسمة

إلى قطاعات بعدد مكونات الظاهرة، ومن الأفضل إعطاء كل قطاع لون مختلف، ويمكن استبدال الألوان بنقوش مختلفة.

وفي تقسيم الدائرة إلى قطاعات جزئية يستخدم المنطق التالي: حيث أن الزاوية المركزية هي 360° وهي تمثل 100% من مساحة الدائرة، إذن فإن 1% من المساحة يمثل عن طريق زاوية قدرها $3,6^\circ$ ، وعلى هذا الأساس يمكن رسم الزوايا المختلفة داخل الدائرة وبين جدول (5) التصنيف الوظيفي للاتفاق الحكومي في أحد السنوات، كما يبين أيضاً طريقة حساب الزاوية المركزية داخل الدائرة. ويمثل شكل (5) الرسم الدائري الخاص بهذه البيانات.

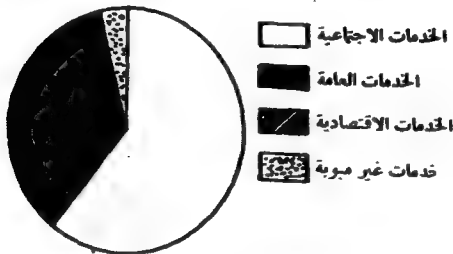
جدول (5)

التصنيف الوظيفي للاتفاق الحكومي في أحد السنوات

التصنيف الوظيفي	الاتفاق الحكومي (بالآلاف) الجنيحات	النسبة	الزاوية المركزية
الخدمات العامة	٢٩٩٢٠٢	٢٦,١٢	$94 = 3,6 \times 26,12$
والاجتماعية	٧٠٢٨٥٨	٦١,٣٧	$221 = 3,6 \times 61,37$
والاقتصادية	٩٨٠٢٠	٨,٥٦	$31 = 3,6 \times 8,56$
نفقات غير مبررة	٤٥٢٥٦	٣,٩٥	$14 = 3,6 \times 3,95$
المجموع	١١٤٥٣٣٦	١٠٠	360

المصدر: التزيرات الاحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٣. الجهاز المركزي للتعبئة والإحصاء.

التصنيف الوظيفي للاتفاق الحكومي



شكل (٥)

التصنيف الوظيفي للاتفاق الحكومي في احدى السنوات

ويستخدم الرسم الدائري أيضاً لمقارنة إجمالي ظاهرة معينة بإجمالي ظاهرة أخرى بجانب مقارنة مكونات كل ظاهرة بإجماليها. وفي هذه الحالة تمثل إجمالي كل ظاهرة بياناً بحيث أن مساحة الدائرة تتناسب مع مربع نصف القطر أو بعبارة أخرى بحيث أن يتناسب نصف القطر مع الجذر التربيعي لكل مجموع. أي أن:

$$\frac{\sqrt{\text{مجموع}_1}}{\sqrt{\text{مجموع}_2}} = \frac{\text{نق}_1}{\text{نق}_2}$$

حيث: نق_1 = نصف قطر الدائرة الأولى.

نق_2 = نصف قطر الدائرة الثانية.

مجموع_1 = المجموع الكلي لمكونات الظاهرة الأولى

مجموع_2 = المجموع الكلي لمكونات الظاهرة الثانية

ثم تقسم كل دائرة إلى أقسام جزئية كما رأينا في المثال السابق. ولتوضيح ذلك، جدول رقم (٦) يمثل توزيع الليالي السياحية حسب الجنسيات.

جدول (٦)

توزيع الليالي السياحية حسب الجنسيات

البيان	١٩٧٥	١٩٧٦
عرب	٣٦٢١	٤٠٨١
أوروبيون	١٤١٠	١٧٦٨
أمريكيون	٤٢٦	٥٠٢
جنسيات أخرى	٣٩٧	٤٤٥
المجملة	٥٨٥٤	٦٧٩٦

المصدر: الكتاب الاحصائي السنوي لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٦. الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء.

وفي هذه الحالة تكون النسبة بين نصف قطر الدائرة الأولى إلى نصف قطر الدائرة الثانية هي:

$$\frac{نق_1}{نق_2} = \sqrt{\frac{٥٨٥٤}{٦٧٩٦}} = \frac{٩٣}{١٠٠}$$

ويوضح شكل (٦) الدائرتين المثلثتين لكل سنة من السنوات محل البحث.



شكل (٦)

توزيع الليالي السياحية حسب الجنسيات

جدول (٧)

الإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن (بالطن المتري)

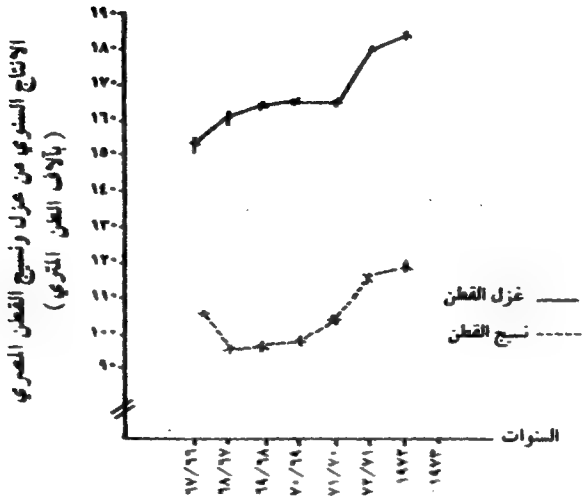
السنوات	الغزل	النسيج
١٩٧٦/٦٦	١٥٢١٤٢	١٠٤٠٣٤
٦٨/٦٧	١٦٠١٢٨	٩٥٠٩٢
٦٩/٦٨	١٦٣١٩٢	٩٦٠٨٢
٧٠/٦٩	١٦٤٣٢٨	٩٦٥٨٠
٧١/٧٠	١٦٤٤٠٦	١٠٣٠٨٦
١٩٧٢	١٧٩٣١٨	١١٥٩١٠
١٩٧٣	١٨٢٧١٠	١١٨٢٣٣

المصدر : فللنشرات الاحصائية لجمهورية مصر العربية ١٩٥٢ - ١٩٧٣ . الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحياء .

ج - الخط البياني :

وهو يمثل العلاقة بين متغيرين ، فإذا كانت إحدى الظاهرتين هي الزمن فتتمثل على المحور الافقي بينما تمثل الظاهرة الاخرى على المحور الرأسي . هذا ويمكن المقارنة بين أكثر من ظاهرة عن طريق رسم هذه الظواهر على نفس الرسم البياني كما هو موضح في شكل (٧) الذي يمثل الإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن في الفترة من عام ٦٧/٦٦ إلى عام ١٩٧٣ ، على النحو المبين في جدول (٧) .

الإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن المصري



شكل (٧)

الإنتاج السنوي من غزل ونسيج القطن المصري

٢ - الرسوم البيانية في حالة القيم الموجبة:

في حالة التوزيعات التكرارية هناك ٤ أنواع رئيسية للتمثل البياني: المدرج التكراري والمضلع التكراري والمنحنى التكراري والمنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط.

أولاً: المدرج التكراري: Histogram

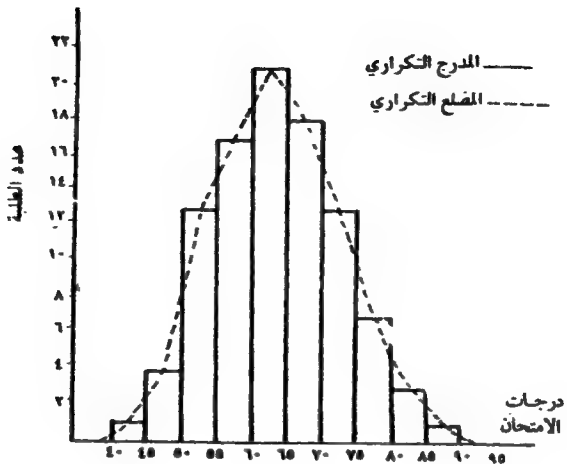
لرسم المدرج التكراري نبدأ برسم محورين متعامدين، ونمثل فئات الظاهرة على المحور الأفقي بينما تمثل التكرارات على المحور الرأسي. ويقسم المحور الأفقي تقسماً ملائماً بحيث يسمح بظهور جميع الفئات الموجودة في جدول التوزيع

التكراري، كما يقسم المحور الرأسي تقسيماً ملائماً بحيث يسمح بظهور أكبر التكرارات. هذا ويجب مراعاة أن يبدأ المحور الرأسي دائماً بالصفر، أما المحور الأفقي فليس من الضروري أن يبدأ بالصفر حتى لا تترك مسافة كبيرة على المحور الأفقي لا تمثل بفئات، ونبدأ برسم فوق كل فئة مستطيل تمثل مساحته التكرارات المناظرة، فإذا كانت الفئات متساوية فإن مساحة المستطيل ستكون متناسبة مع التكرارات، وبذلك يمكن أن يرسم المستطيل بحيث يكون ارتفاع كل مستطيل يساوي تكرار الفئة التي يرسم فوقها المستطيل، ولا يجب ترك مسافات بين المستطيلات. وبعد رسم جميع المستطيلات المثلة لتكرارات للفئات المختلفة في التوزيع التكراري نحصل على ما نسميه « المدرج التكراري » ويمثل جدول (٨) توزيع تكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء.

جدول (٨) :

التوزيع التكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء

عدد الطلبة	درجات الامتحان
١	٤٠ -
٤	٤٥ -
١٣	٥٠ -
١٧	٥٥ -
٢١	٦٠ -
١٨	٦٥ -
١٥	٧٠ -
٧	٧٥ -
٣	٨٠ -
١	٨٥ وأقل من ٩٠
١٠٠	المجموع



شكل (أ)

المدرج التكراري والمضلع التكراري لتوزيع درجات ١٠٠
طالب في امتحان مادة الاحياء

وفيما تقدم بينا كيفية رسم المدرج التكراري في حالة الفئات المتساوية، فإذا كانت الفئات غير متساوية فإنه من الخطأ تمثيل التكرارات كما هي على المحور الرأسي، بل يجب تعديلها قبل رسم المدرج التكراري والسبب في ذلك يرجع إلى أن مساحة كل مستطيل تمثل التكرارات، فعندما تكون الفئات متساوية - كما ذكرنا سابقاً - تكون مساحة المستطيل متناسبة مع التكرار المناظر، ولكن في حالة الفئات غير المتساوية يختلف الوضع. وبصفة عامة يمكن القول:

مساحة المستطيل تمثل التكرار.

$$\therefore \text{مساحة المستطيل} = \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \text{طول الفقة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\therefore \text{الارتفاع} = \frac{\text{مساحة المستطيل}}{\text{طول الفقة}}$$

$$= \frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفقة}}$$

ويعبر عن ارتفاع المستطيل بالتكرار المعدل، أي أن:

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفقة}}$$

مثال: فيما يلي توزيع أعمار سكان قرية معينة حسب السن، والمطلوب رسم المدرج التكراري لهذا التوزيع.

أقل من سنة	١ -	٥ -	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ فأكثر
١٠٠	١٤٠	١٦٠	١٩٠	٢٠٠	١٨٠	١٥٠	٧٠	٥٠

الحل:

الملاحظ أن جدول التوزيع التكراري السابق مفتوح من أعلى ومن أسفل، وفي الواقع يمكننا قفله من أسفل فنكتب الفقة الأولى كالآتي (٠ -)، بينما لا يمكن قفله من أعلى. كما أن الملاحظ أن الفقات غير متساوية فطول الفقة الأولى ١ بينما طول الفقة الثانية ٥، وطول الفقة الرابعة ١٠-٠٠٠. لذلك قبل رسم المدرج التكراري يجب إيجاد التكرار المعدل حيث أن:

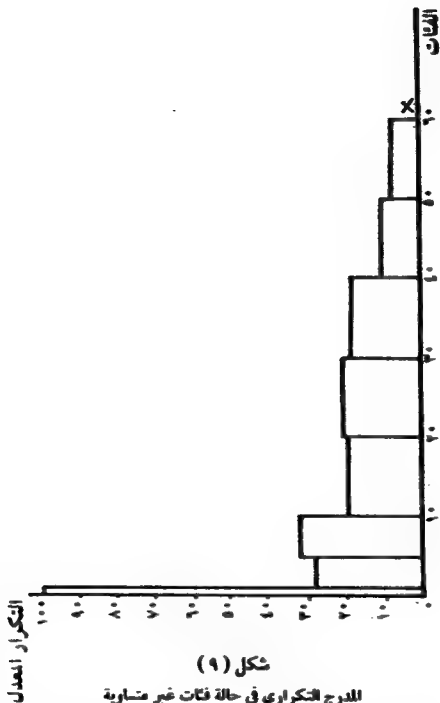
$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفقة}}$$

ويمثل جدول (٩): التكرار المعدل لتوزيع السكان في تلك القرية، ويمثل شكل (٩) المدرج التكراري الممثل لهذا التوزيع.

جدول (٩)

جدول التكرار المعدل لتوزيع السكان في إحدى القرى

فئات السن	عدد السكان	طول الفئة	التكرار المعدل
٠ -	١٠٠	١	١٠٠
١ -	١٤٠	٤	٣٥
٥ -	١٦٠	٥	٣٢
١٠ -	١٩٠	١٠	١٩
٢٠ -	٢٠٠	١٠	٢٠
٣٠ -	١٨٠	١٠	١٨
٤٠ -	١٥٠	١٠	١٥
٥٠ -	٧٠	١٠	٧
٦٠ فأكثر	٥٠	غير مبين	غير معلوم



وبلاحظ في هذا الشكل أن الفئة الأخيرة غير ممثلة لأنها فئة مفتوحة وهنا يكفي وضع علامة x فوق هذه الفئة للتدليل على أنها فئة مفتوحة.

ثانياً: المضلع التكراري Frequency Polygon :

لرسم المضلع التكراري نضع القنات على المحور الأفقي والتكرارات على المحور الرأسي كما فعلنا بالنسبة للمدرج التكراري. ثم بعد ذلك نضع نقطة فوق

كل مركز فئة وعلى ارتفاع التكرار في هذه الفئة، ثم نرسم مستقيمتين بين كل نقطة والنقطة التالية. ولكي نقفل الشكل، نوصل النقطة الأولى بمركز الفئة الواقعة إلى يسار الفئة الأولى، كما نوصل النقطة الأخيرة بمركز الفئة الواقعة إلى يمين الفئة الأخيرة ويمكن رسم المضلع التكراري على نفس الرسم مع المدرج التكراري عن طريق توصيل منتصف أعلى كل مستطيل من مستطيلات المدرج بخطوط مستقيمة. وشكل (٨) يمثل المضلع التكراري والمدرج التكراري على رسم واحد. ومن الجدير بالذكر أن المساحة تحت المدرج التكراري تساوي المساحة تحت المضلع التكراري. وفي حالة الفئات غير المتساوية يجب إجراء التكرار المعدل، ويمثل التكرار المعدل على المحور الرأسي، ثم يرسم المدرج التكراري على النحو المذكور عليه.

ثالثاً: المنحنى التكراري: Frequency Curve :

بعد رسم المدرج التكراري يمكن تمهيد المنحنى التكراري باليد بحيث يتوسط المرور بين النقط الممثلة لرؤوس المضلع التكراري حتى يكون شكله انسيابي وليس خطوط منكسرة كما في حالة المضلع. ويمكن القول أنه كلما زاد عدد المفردات في العينة وكلما صغرت أطوال الفئات كلما اقترب المضلع التكراري من المنحنى التكراري. ويمثل شكل (١٠) المضلع والمنحنى التكراري للمطلين للتوزيع التكراري في جدول (٨).

رابعاً: المنحنى التكراري المتجمع

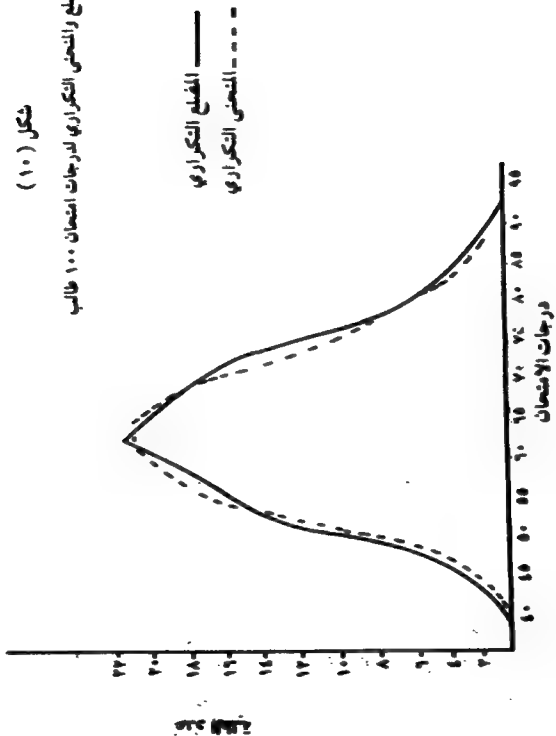
Cumulative Frequency Curve

١ - التكرار المتجمع الصاعد :

إذا كان لدينا توزيع تكراري وأردنا معرفة عدد المفردات التي تكون قيمتها أقل من قيمة معينة، نوجد ما يسمى بالتكرار المتجمع الصاعد. ولتوضيح ذلك إذا نظرنا إلى جدول (٨) الذي يمثل جدول التوزيع التكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء، وإذا أردنا معرفة كم طالب حصل على أقل من ٤٠ درجة فيكون الجواب: ليس هناك طلاباً حصلوا على أقل من ٤٠. وإذا أردنا معرفة كم طالب حصل على أقل من ٤٥ درجة سيكون الجواب: طالب

شكل (١٠)

المقطع والنحنى التكراري لدرجات امتحان ١٠٠ طالب



واحد، وإذا أردنا معرفة كم طالب حصل على أقل من ٥٠ درجة سيكون الجواب $(1 + 1 + 1 + \dots + 1) = 50$ ، وبالمثل فإن عدد الطلبة التي تقل درجاتهم عن ١٣ = ١٨). ولعمل جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد نتبع الخطوات الآتية:

- ١ - نضيف الى الفئات فئة قبل الفئة الأولى وسيكون التكرار المناظر لها صفر. فمثلاً بأخذ جدول (٨) وإضافة فئة قبل الفئة الأولى وهي: أقل من ٤٠ سيكون التكرار المناظر لها صفر. كما هو موضح بجدول (١٠).
- ٢ - نضيف عمودين: الأول يبين «أقل من الحد الأعلى للفئة» والثاني خاص بالتكرار المتجمع الصاعد على النحو المبين في جدول (١٠).
- ٣ - نحسب التكرار المتجمع الصاعد، فبالنسبة لأقل من ٤٠ يكون التكرار المتجمع الصاعد = صفر، ثم بعد ذلك نضيف التكرار المتجمع الصاعد إلى تكرار الفئة التالية، فيكون التكرار المتجمع الصاعد ١، ثم ٥، ثم ١٨..... وهكذا إلى أن نصل إلى أقل من الحد الأعلى للفئة الأخيرة، وهنا يجب أن يكون التكرار المتجمع الصاعد مساوي لمجموع التكرارات أي أمام أقل من ٩٠ يكون التكرار المتجمع الصاعد ١٠٠.

جدول (١٠)

التكرار المتجمع الصاعد في جدول التوزيع
التكراري لدرجات ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء

التكرار المتجمع الصاعد النسي	التكرار المتجمع الصاعد	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار	الفئة
٠	٠	أقل من ٤٠	٠	أقل من ٤٠
٠,٠١	١	أقل من ٤٥	١	٤٠ -
٠,٠٥	٥	أقل من ٥٠	٤	٤٥ -
٠,١٨	١٨	أقل من ٥٥	١٣	٥٠ -
٠,٣٥	٣٥	أقل من ٦٠	١٧	٥٥ -
٠,٥٦	٥٦	أقل من ٦٥	٢١	٦٠ -
٠,٧٤	٧٤	أقل من ٧٠	١٨	٦٥ -
٠,٨٩	٨٩	أقل من ٧٥	١٥	٧٠ -
٠,٩٦	٩٦	أقل من ٨٠	٧	٧٥ -
٠,٩٩	٩٩	أقل من ٨٥	٣	٨٠ -
١,٠٠	١٠٠	أقل من ٩٠	١	٨٥ وأقل من ٩٠
			١٠٠	المجموع

ويمكن إيجاد التكرار المتجمع الصاعد النسبي بقسمة كل تكرار متجمع صاعد على مجموع التكرارات.

ويمكن تمثيل التكرار المتجمع الصاعد بيانياً عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد. ولرسم هذا المنحنى نأخذ الفئات على المحور الأفقي والتكرار المتجمع على المحور الرأسي. ثم نقوم بتعيين النقطة التي يكون إحداثيها النسبي هو الحد

الأعلى للفة واحداً منها الصادي هو التكرار المتجمع الصاعد. فالنقطة الأولى في مثالنا هذا تكون فوق ٤٠ على ارتفاع صفر، والنقطة الثانية تكون فوق ٤٥ وعلى ارتفاع ١، هكذا حتى نصل إلى النقطة الأخيرة ثم نوصل بين هذه النقط للحصول على المنحنى المتجمع الصاعد كما هو موضح في شكل (١١).

ومن هذا المنحنى يمكننا إيجاد عدد الطلبة الذين حصلوا على درجات أقل من قيمة معينة، فإذا أردنا معرفة عدد الطلبة الذين حصلوا على أقل من ٧٠ مثلاً، نرسم عموداً رأسياً فوق ٧٠ على المحور الأفقي، حتى يقابل هذا الخط المنحنى المتجمع الصاعد في نقطة معينة، ثم نرسم خطاً أفقياً يقابل المحور الرأسي في نقطة معينة، هذه النقطة هي التي تحدد عدد الطلبة الذين حصلوا على درجات أقل من ٧٠ وعددهم ٧٤ طالب كما يمكن إيجاد نسبة الطلبة الذين حصلوا على درجات أقل من ٧٠ عن طريق قسمة ٧٤ على العدد الكلي وهو ١٠٠ في هذه الحالة فتكون النسبة ٧٤٪.

٢ - التكرار المتجمع النازل:

وإذا أردنا معرفة عدد المفردات التي تكون قيمتها مساوية وأكبر من قيمة معينة نوجد التكرار المتجمع النازل. فمثلاً لو أردنا معرفة كم طالب يحصلون على ٤٠ درجة فأكثر، فالجواب يكون كل الطلبة أي ١٠٠ طالب، وإذا أردنا معرفة كم طالب يحصل على ٤٥ درجة فأكثر فالجواب يكون (١٠٠ - ١) = ٩٩ طالب)، وبالمثل فعدد الطلبة الذين يحصلون على ٥٠ درجة فأكثر يكون (٩٩ - ٤ = ٩٥ طالب) وهكذا إلى أن نصل إلى ٩٠ فأكثر فيكون عدد الطلبة صفر.

ولإيجاد التكرار المتجمع الصاعد نضيف عمودين إلى جدول التوزيع التكراري: العمود الأول يعطى الحد الأدنى للفة فأكثر، والعمود الثاني خاص بالتكرار المتجمع النازل. ثم بعد ذلك نبدأ بالفة الأولى فأمام ٤٠ فأكثر يكون التكرار المتجمع النازل ١٠٠، ثم بعد ذلك نحصل على التكرار المتجمع النازل للفة الثانية عن طريق طرح تكرار الفة من ١٠٠ وهكذا بالطرح المتتالي نحصل على التكرار المتجمع النازل كما هو موضح في جدول (١١). وهذا ويمكن الحصول على نفس هذا التكرار عن طريق الجمع المتتالي للتكرارات من أسفل الجدول.

فلعام ٩٠ فأكثر يكون التكرار المتجمع يساوي صفر، وأمام ٨٥ فأكثر يكون التكرار المتجمع (٠ + ١ = ١)، وأمام ٨٠ فأكثر يكون التكرار المتجمع (١ + ١ = ٢) وهكذا نحصل على التكرار المتجمع عن طريق جمع التكرارات من أسفل.

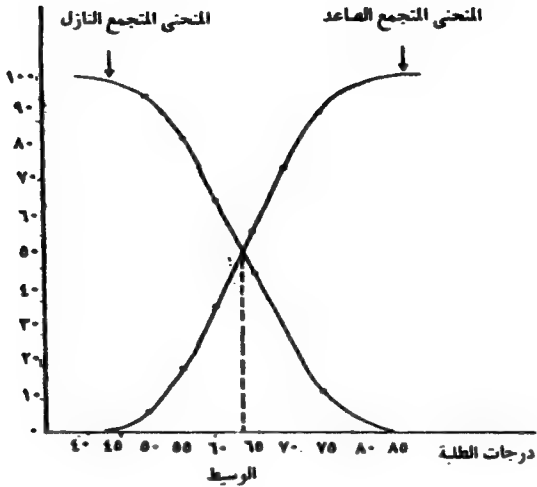
جدول (١١)

التكرار المتجمع التازل في جدول التوزيع التكراري
لدرجات ١٠٠ طالب في مادة الإحصاء

الفاصل	التكرار	الحد الأدنى للفاصل فأكثر	التكرار المتجمع التازل	التكرار النسبي المتجمع التازل
٤٠ -	١	٤٠ فأكثر	١٠٠	١
٤٥ -	٤	٤٥ فأكثر	٩٩	٠,٩٩
٥٠ -	١٣	٥٥- فأكثر	٩٥	٠,٩٥
٥٥ -	١٧	٥٥ فأكثر	٨٢	٠,٨٢
٦٠ -	٢١	٦٠ فأكثر	٦٥	٠,٥٦
٦٥ -	١٨	٦٥ فأكثر	٤٤	٠,٤٤
٧٠ -	١٥	٧٠ فأكثر	٢٦	٠,٢٦
٧٥ -	٧	٧٥ فأكثر	١١	٠,١١
٨٠ -	٣	٨٠ فأكثر	٤	٠,٠٤
٨٥ وأقل من ٩٠	١	٨٥ فأكثر	٠	٠
المجموع	١٠٠	٩٠ فأكثر	٠	٠

ولإيجاد التكرار المتجمع التازل بالنسبة تقسم التكرار المتجمع التازل على مجموع التكرارات.

ولرسم المنحنى المتجمع التازل نرسم المحورين ثم نحدد النقاط فوق حدود الفاصل كما هو الحال في رسم المنحنى المتجمع الصاعد. وشكل (١٢) يبين المنحنى



المتجمع التازل على نفس الرسم مع المنحنى المتجمع الصاعد . ومن الجدير بالذكر أن هذين المنحنيين يلتقيا عند النقطة التي يكون احداثها السيني هو الوسط ، وهو أحد مقاييس التزعة المركزية على النحو المبين في الفصل التالي .
ومن الرسم يمكننا الحصول على عدد الطلبة الذين تزيد درجاتهم عن قيمة معينة على النحو المبين للمنحنى الصاعد .

تقارین

١ - كانت مبيعات إحدى شركات القطاع العام في عام ١٩٧٥ و ١٩٧٨ كالآتي:

المبيعات	عام ١٩٧٥ (بالآلاف الجنيهات)	عام ١٩٧٨ (بالآلاف الجنيهات)
مبيعات محلية	١١٠٠	١٤٢٠
صادرات للدول العربية	٦٠٩	٨٨٢
صادرات أخرى	٢١١	٦١٨
مجموع المبيعات	١٩٢٠	٢٩٢٠

والمطلوب رسم دائرة لكل سنة تبين الجزئيات.
٢ - فيما يلي عدد الناجحين في امتحانات السنوية العامة (القسم العلمي) في السنوات من ٧٠/٧١ إلى ٧٦/٧٥.

السنة	بنون	بنات	الجملة
٧١/٧٠	٤١٢٠٤	١٥٢٨١	٥٦٤٨٥
٧٢/٧١	٤٦٧٣٠	١٧٨١٤	٦٤٥٤٤
٧٣/٧٢	٥٤٤٦٩	٢٠٠٩٥	٧٤٥٦٤
٧٤/٧٣	٦٤٠١١	٢٣٣٢٩	٨٧٣٤٠
٧٥/٧٤	٦٠٨٧٣	٢٢٨٨٦	٨٣٥٧٩
٧٦/٧٥	٥٢٥٠٧	٢١٢١٢	٧٣٧٢٩

والمطلوب: تمثيل البيانات الواردة في الجدول باستخدام الأعمدة البيانية:

٣ - الجدول التالي يبين تطور اجمالي الناتج القومي في الفترة من ٧٠/٦٩ إلى ٧١/٧٠، والمطلوب تصوير هذه البيانات عن طريق:

أ - الخط البياني

ب - الأعمدة البيانية.

(بملايين الجنيهات)

السنة	اجمالي الناتج القومي	الادخار	الاستهلاك
٧٠/٦٩	٢٩٢٦,٦	٢٧٠	٢٦٥٦,٦
٧١/٧٠	٣٠٨٦,٣	٢٢٦,٣	٢٨٦٠
١٩٧٢	٣٥٠٢	٣٥٦	٣١٤٦
١٩٧٣	٣٩٤٠	٤٢١	٣٥١٩
١٩٧٤	٤٦٣٠	٦٥٨	٣٩٧٢
١٩٧٥	٥٥٣٠	١٠٢٤	٤٥٠٦

٤ - البيانات التالية لـ ٢٥ طالب وطالبة بأحد الفصول موزعة حسب الجنس
ذكر أو أنثى، والحالة التعليمية « ناجح وراسب »:

ناجح، ناجحة، راسبة، راسب، ناجحة، ناجحة، راسبة، ناجح، ناجح،
راسبة، راسب، راسبة، راسبة، راسب، ناجح، ناجح، ناجحة، ناجحة، ناجح،
راسب، راسب، راسبة، ناجحة، ناجح، ناجح.

والمطلوب:

١ - تفرغ هذه البيانات في جدول ملائم

ب - عرضها بيانياً

٥ - فيما يلي درجات ٨٠ طالب في مادة الرياضة.

٦٨	٨٤	٧٥	٨٢	٦٨	٩٠	٦٢	٨٨	٧٦
٧٣	٧٩	٨٨	٧٣	٦٠	٩٣	٧١	٥٩	٨٥
٦١	٦٥	٧٥	٨٧	٧٤	٦٢	٩٥	٧٨	٦٣
٦٦	٧٨	٨٢	٧٥	٩٤	٧٧	٦٩	٧٤	٦٨
٩٦	٧٨	٨٩	٦١	٧٥	٩٥	٦٠	٧٩	٨٣
٧٩	٦٢	٦٧	٩٧	٧٨	٨٥	٧٦	٦٥	٧١
٦٥	٨٠	٧٣	٥٧	٨٨	٧٨	٦٢	٧٦	٥٣
٨٦	٦٧	٧٣	٨١	٧٢	٦٣	٧٦	٧٥	٨٥
٧٧	٧٤	٧٥	٧١	٦٠	٧٢	٧٥	٩٣	

والمطلوب:

١ - ايجاد التوزيع التكراري لهذه البيانات

ب - رسم كل من المدرج التكراري والمضلع التكراري.

ج - رسم كل من المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع النازل.

٦ - فيما يلي درجات ٤٠ طالب في مادتي الإحصاء والرياضة:

الإحصاء الرياضي	الإحصاء الرياضي	الإحصاء الرياضي	الإحصاء الرياضي	الإحصاء الرياضي	الإحصاء الرياضي
٣٠	٣٢	٩٠	٧٦	٥٥	٦٥
٥٢	٣٤	١٦	٢٨	٩٢	٥٣
٦٥	٦٧	٧٧	٦٩	٨٣	٧٠
٦٦	١٩	٩٦	٨٧	٩٣	١٩
٤٢	١٢	٣٢	٢٠	٩	٥٥
٣٢	٢٠	٤٤	٢٦	١٢	٤٧
٩١	٩٢	١٨	٥٢	١٤	٧٥
٦٠	٩٦	٣٢	٢٢	٧٢	٧٦
٧٦	٨٦	٦٧	٦٩	٧٦	٨٢
٢٢	١٨	٥٢	٧٠	٩٩	٩٢

والمطلوب:

٢ - تكوين جدول توزيع تكراري ملائم.

ب - رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لمادة الإحصاء.

ح - رسم المدرج التكراري والمضلع التكراري لمادة الرياضة.

٧ - فيما يلي أعداد الوفيات في ج. م. ع. حسب العمر بالجهات التي بها مكتب

صحة في عام ١٩٦٥.

فئات العمر بالسنة	أقل من ١	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٤٥ -	٦٥ -	٧٥ فأكثر	المجموع
عدد الوفيات	٩٧	١٢	٩	٢٢	٤٢	٣٦	٥٧	٤١١

والمطلوب: رسم المدرج والمضلع التكراري لهذا التوزيع.

٨ - الجدول التالي يمثل الاجور اليومية بالقرش للعاملين باحدى الشركات:

فئات الاجور	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ -	٩٠ -	١٠٠ -	١٠٠ وأقل من
عدد العاملين	٨	١٠	١٦	١٤	١٠	٥	٢

والمطلوب:

أولاً: رسم منحني التكرار التجمع الصاعد ومنه استنتج:

أ - نسبة العاملين الذين يحصلون على أجر أقل من ٨٥ قرش يومياً.

ب - عدد العاملين الذين يحصلون على أجر يتراوح بين ٦٣ قرش و٧٥ قرش.

ثانياً: رسم منحني التكرار التجمع النازل ومنه استنتج نسب العاملين الذين

يحصلون على أجر يساوي أو يزيد عن ٩٨ قرشاً يومياً.

الفصل الخامس

مقاييس النزعة المركزية

Measures of Central Tendency

إذا نظرنا إلى أى ظاهرة نجد أن قيم الظاهرة تتجمع حول قيمة معينة، فمثلاً إذا أخذنا درجات امتحان مادة الاحصاء نجد أن غالبية الطلبة قد حصلوا على درجات قريبة جداً من ١٤ درجة (١٣، ١٣.٥، ١٤، ١٥ مثلاً) أما الطلبة الذين حصلوا على ١٨ أو ١٩ أو ٢٠ درجة فعددهم صغير نسبياً وكذلك عدد الطلبة الحاصلون على درجة ٢، أو ٣ أو ٤ فهم أيضاً عدد صغير نسبياً. وتسمى القيمة التي تتجمع حولها قيم الظاهرة بالمتوسط (وهو فى مثالنا هنا = ١٤ درجة).

وعلى وجه العموم يمكن القول أن قيم أى ظاهرة تميل إلى التجمع نحو قيمة معينة، فتزداد عدد القيم كلما قربت منها ويقل عددها كلما بعدت عنها. ويطلق على خاصية تجمع القيم حول نقطة معينة خاصة النزعة المركزية، كما يطلق على المقاييس المستخدمة لقياس هذه النزعة بالمتوسطات. Averages . ولكل متوسط طريقة مختلفة فى الحساب كما له استخدام مختلف فى الحياة العملية.

وسيتناول هذا الفصل الأنواع الآتية من مقاييس النزعة المركزية (أو المتوسطات) وهى :

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| Arithmetic Mean | ١ - الوسط الحسابى |
| Median | ٢ - الوسيط |
| Mode | ٣ - المتوال |
| Geometric Mean | ٤ - الوسط الهندسى |
| Weighted Arithmetic Mean | ٥ - الوسط الحسابى المرجح |
| Harmonic Mean | ٦ - الوسط التوافقى |

١ - الوسط الحسابي

هو أكثر المتوسطات استخداماً، وهو المتوسط الوحيد الذي يعرفه الشخص العادي، فعادة إذا ما كان لدينا مجموعة من القيم فإننا نحصل على وسطها الحسابي عن طريق قسمة مجموعة هذه القيم على عددها، أي أن:

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \text{الوسط الحسابي}$$

ويمكن التعبير عن ذلك في صورة رياضية كالآتي:

إذا كان لدينا القيم: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ وعددها n ، وإذا رمزنا للوسط الحسابي لهذه القيم بالرمز \bar{x} (ويتلقى \bar{x} بار). فإن:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

وإذا استخدمنا الرمز \bar{x} للدلالة على «مجموع» القيم، فإن المعادلة السابقة يمكن كتابتها كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع } x}{n}$$

وهناك صيغ لكتابة الرمز \bar{x} وهي:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع } x}{n} \quad \text{أو} \quad \bar{x} = \frac{\text{مجموع } x}{n}$$

ولا يكتب الرمز \bar{x} إلا إذا كان ليس هناك مجالاً للبس وفي دراستنا هنا سنكتفي باستخدام الرمز \bar{x} .

مثال (١):

فيما يلي الأجور الشهرية (بالجنيهات) لعشرة أعمال في أحد المصانع:

١٥٠، ١٧٠، ٢٠٠، ١٣٠، ١٥٠، ٢٠٠، ٢٧٠، ٢٣٠، ٢٩٠، ٢٧٠

أوجد متوسط الأجر الشهري لهؤلاء العمال باستخدام الوسط الحسابي

الحل :

الوسط الحسابي للأجر الشهري للعمال العشرة :

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{150 + 170 + 120 + 100 + 200 + 270 + 230 + 290 + 270}{10}$$

$$= \frac{2000}{10} = 200 \text{ جنيه}$$

في حالة القيم الموزعة (أي التوزيعات التكرارية) :

في حالة التوزيعات التكرارية يكون لدينا القيم :

x_1 وتكرارها k_1 ، x_2 وتكرارها k_2 ، ... ، x_n وتكرارها k_n ويكون الوسط الحسابي في هذه الحالة هو :

$$\bar{x} = \frac{x_1 k_1 + x_2 k_2 + \dots + x_n k_n}{k_1 + k_2 + \dots + k_n}$$

(٢)

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع } x \cdot k}{\text{مجموع } k}$$

أي :

ملحوظة : في حالة التوزيعات التكرارية من هي مراكز القنات (١)

لإيجاد الوسط الحسابي في حالة التوزيعات التكرارية تتبع الخطوات التالية :

١ - نوجد مراكز القنات .

٢ - نوجد حاصل ضرب مراكز القنات من في التكرار المتأخر ثم نوجد مجموعها أي : $\sum x \cdot k$

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot k}{\sum k} \quad \text{نطبق القانون :}$$

(١) في بعض التوزيعات التكرارية التي تتخذ شكل القيمة والتكرار ، تكون من هي قيمة المتغير نفسه ، كما هو الحال في مثال

(٢) من الفصل الثالث -

فيما يلي التوزيع التكراري للأجور الشهرية (بالجنيهات) لثقة عامل في أحد المصانع:

فئات الأجر (بالجنيهات)	-٨٠	-١٠٠	-١٢٠	-١٤٠	-١٦٠	١٨٠ وأقل من ٢٠٠	المجموع
عدد العمال	١٥	٢٠	٣٠	٢٥	٧	٣	١٠٠

والمطلوب : إيجاد الوسط الحسابي لأجور هؤلاء العمال.

الحل:

جدول (١)

إيجاد الوسط الحسابي لأجور عينة عامل

(١)	(٢)	(٣)	(٤)
فئات الأجر (بالجنيهات)	التكرار ك	مراكز الفئات س	س ك
- ٨٠	١٥	٩٠	١٣٥٠
- ١٠٠	٢٠	١١٠	٢٢٠٠
- ١٢٠	٣٠	١٣٠	٣٩٠٠
- ١٤٠	٢٥	١٥٠	٣٧٥٠
- ١٦٠	٧	١٧٠	١١٩٠
١٨٠ وأقل من ٢٠٠	٣	١٩٠	٥٧٠
المجموع	١٠٠		١٢٩٦٠

١ - توجد مراكز الفئات بأحدى طريقتين:

$$س = \frac{\text{الحدا الأدنى للفتة} + \text{الحدا الأعلى للفتة}}{٢} \quad (مثلا : ٩٠ = \frac{١٠٠ + ٨٠}{٢})$$

أو

$$س = \frac{\text{الحدا الأدنى للفتة} + \frac{\text{طول الفتة}}{٢}}{٢} \quad (مثلا : ٩٠ = ١٠٠ + ٨٠ = \frac{٨٠ - ١٠٠}{٢} + ١٠٠)$$

ويمكن إيجاد مراكز الفئات التالية بنفس الطريقة، ولكن بما أن الفئات هنا متساوية وطول كل منها ٢٠، فيمكننا الحصول على مراكز الفئات التالية بإضافة ٢٠ لمركز الفئة السابقة، وسيكون لدينا $90 + 20 = 110$ ، $110 + 20 = 130$ ، وماهكذا ...

٢ - نوجد حاصل ضرب \bar{x} في k أي حاصل ضرب عمود (٢) \times عمود (٣) للحصول على عمود (٤) وهو \bar{x} ثم نوجد مجموع هذا العمود.

$$3 - \bar{x} = \frac{\text{مجموع } k}{\text{مجموع } \bar{x}} = \frac{12960}{100} = 129.6 \text{ جنيهها.}$$

ملحوظة :

هذه الطريقة تتضمن عمليات حسابية كثيرة لذلك استخدم الاحصائيون طرق مختصرة أخرى تكون العمليات الحسابية فيها أكثر سهولة ، ونجمل هذه الطرق المختصرة في طريقتين :

أ - طريقة الانحرافات .

ب - طريقة الانحرافات المختصرة.

وفي كل طريقة سنعالج أولاً حالة القيم غير الموجبة ثم حالة القيم الموجبة.

أ- طريقة الانحرافات.

أولاً : حالة القيم غير الموجبة:

طبقاً لطريقة الانحرافات نختار عدد معين يسمى بالوسط الفرضي (أ) ، ثم نوجد

الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضي أي أن :

(٣)

$$C = x - A$$

ويمكننا اختيار أي قيمة كوسط فرضي. إلا أن القيم الأكثر ملاءمة هي التي تسهل العمليات

الخاصية أكثر من غيرها. وعموماً يمكن القول أن الوسط الفرضي يكون مناسباً إذا توافر فيه

شروطاً أو أكثر من الشروط التالية:

١ - أن يكون سهلاً بحيث يسهل طرحه من قيم \bar{x} .

٢ - أن يكون عدد القيم التي أصغر منه لا يختلف كثيراً عن عدد القيم التي أكبر منه، وبالتالي

يكون هناك انحرافات سالبة وانحرافات موجبة.

٣ - أن يكون مساوياً لأحدى القيم وبالتالي فان الانحرافات تكون
مساوية للمفر مما يؤدي إلى تقليل العمليات الحسابية، وطبقاً لطريقة
الانحرافات إذا كان لدينا القيم: s_1, s_2, \dots, s_n وسيط الوسط
الفرضي A من جميع القيم نحصل على الانحرافات h_1, h_2, \dots, h_n .

ويكون مجموع الانحرافات

$$\text{مجم ح} = h_1 + h_2 + \dots + h_n$$

وبالتعويض عن h_1, h_2, \dots, h_n بقيمتها يتج أن:

$$\text{مجم ح} = (s_1 - A) + (s_2 - A) + \dots + (s_n - A)$$

$$= (s_1 + s_2 + \dots + s_n) - nA$$

$$= \text{مجم س} - nA$$

ونقل A إلى الطرف الأيمن يصبح لدينا:

$$nA + \text{مجم ح} = \text{مجم س}$$

أي:

$$\text{مجم س} = nA + \text{مجم ح}$$

وبقسمة طرفي المعادلة على n يكون لدينا:

$$\frac{\text{مجم س}}{n} = \frac{nA}{n} + \frac{\text{مجم ح}}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجم س}}{n}$$

إذاً:

$$(4) \quad \boxed{\bar{x} = \frac{\text{مجم ح}}{n} + A}$$

ومن الجدير بالذكر أن الهدف من طريقة الانحرافات هو تسهيل العمليات
الحسابية، فإذا كان اتباع هذه الطريقة لا يؤدي إلى ذلك، فمن الأفضل في هذه
الحالة إيجاد الوسط الحسابي بالطريقة العادية أي من معادلة (١).

ولإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات في حالة القيم غير المبوبة نتبع الخطوات التالية:

١ - نختار وسطاً فرضياً مناسباً (i).

٢ - نوجد الانحرافات ح عن الوسط الفرضي أي: ح = س - أ ثم نوجد مجموع الانحرافات.

$$٣ - \text{نطبق القانون: } \bar{س} = ١ + \frac{\text{مجموع ح}}{ن}$$

وفي مثال (١) إذا أردنا إيجاد الوسط الحسابي لأجر العمال العشرة بطريقة الانحرافات نتبع ما يلي:

١ - قبل اختيار الوسط الفرضي المناسب أ، يفضل ترتيب القيم تصاعدياً، ولقد اخترنا كوسط فرضي أ القيمة ٢٠٠ لسببين: لأنها قيمة سهلة الطرح ولأنها تتوسط القيم أي هناك ٤ قيم أقل منها و ٤ قيم أكبر منها.

٢ - نوجد الانحرافات ح عن الوسط الفرضي أ، أي ح = س - ٢٠٠ ثم نوجد مجموعها.

$$٣ - \text{نطبق القانون: } \bar{س} = ٢٠٠ + \frac{\text{مجموع ح}}{ن} = ٢٠٠ + \frac{٥٠}{١٠} = ٢٠٥ \text{ جنبتها وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بتطبيق القانون الأسلي.}$$

جدول (٢)

لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات

س	ح = س - ٢٠٠
١٢٠	٨٠ -
١٥٠	٥٠ -
١٥٠	٥٠ -
١٧٠	٣٠ -
٢٠٠	.
٢٠٠	.
٢٣٠	٣٠
٢٧٠	٧٠
٢٧٠	٧٠
٢٩٠	٩٠
المجموع	٥٠

ثانيا : حالة التقييم الموزنة:

في حالة التوزيعات التكرارية توجد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات عن طريق القانون التالي :

(٥)

$$\bar{x} = \frac{\sum f_k}{\sum f_k} + i$$

ويمكننا تلخيص الخطوات الواجب اتباعها لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات فيما يلي:

أولاً : توجد مراكز الفئات س.

ثانياً : نختار وسطاً فرضياً مناسباً وفضل أن يكون مساوياً لأحد مراكز الفئات. وعادة ما يختار الوسط الفرضي مساوياً لمركز الفئة التي لها أكبر تكرار. ثم توجد الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضي (أ)، أي أن : ح = س - أ.

ثالثاً : توجد حاصل ضرب الانحراف x التكرار الناظر أي حاصل ضرب ح x ك ثم توجد مجموعه

$$\bar{x} = \frac{\sum f_k}{\sum f_k} + i$$

وإذا اخذنا مثال (٢) وإيجاد الوسط الحسابي لأجود الماتة عامل بطريقة الانحرافات تتبع الخطوات التالية:

أولاً : توجد مراكز الفئات س كما سبق وقمنا في حل المثال باتباع القانون الأساسي.

ثانياً : نختار كوسط فرضي ١٢٠ وهو مركز الفئة ذات الأكبر تكرار. ثم توجد الانحرافات عن الوسط الفرضي أي : ح = س - ١٢٠.

ثالثاً : توجد حاصل ضرب (ح x ك) أي عمود (٤) x عمود (٢) للحصول على عمود (٥)، ثم توجد مجموعه.

$$\bar{x} = \frac{\sum f_k}{\sum f_k} + i = \frac{40}{100} + 120 = 124$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بالحل طبقاً للقانون الأساسي .

جدول (٣)

الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات لتوزيع أجور مائة عامل

(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
فئات الأجور (بالجنيهات)	التكرار ك	مراكز الفئات س	ح = س - ١٣٠	ح ك
٨٠	١٥	٩٠	٤٠ -	٦٠٠ -
١٠٠	٢٠	١١٠ -	٢٠ -	٤٠٠
١٢٠	٣٠	١٣٠	-	-
١٤٠	٢٥	١٥٠	٢٠	٥٠٠
١٦٠	٧	١٧٠	٤٠	٢٨٠
١٨٠ وأقل من ٢٠٠	٣	١٩٠	٦٠	١٨٠
المجموع	١٠٠			٤٠٠

ب - طريقة الانحرافات المختصرة:

أولاً : حالة القيم غير المبررة:

إذا ما كان هناك عاملاً مشتركاً (ل) بين قيم ح ، فيمكننا كتابة:

(٦)

$$\frac{f}{j} = 'c$$

حيث ح هي الانحرافات المختصرة.

وبالتالي نصبح معادلة (٤) كما يلي :

(٧)

$$\bar{s} = i + \left(\frac{\sum f \cdot c}{n} \right)$$

ويمكن إيجاد الخطوات الراجب اتباعها لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة

في حالة القيم غير المبررة فيما يلي :

١ - نختار وسطاً فرضياً مناسباً (١).

٢ - نوجد الانحرافات ح عن الوسط الفرضي أي: ح = س - أ.

٣ - إذا كان هناك عامل مشترك (ل) نوجد الانحرافات المختصرة (ح') بقسمة (ح) على (ل)، ثم نوجد مجموع الانحرافات المختصرة.

٤ - نطبق القانون: $\bar{س} = أ + \left(\frac{\text{مجموع ح' } \times \text{ل}}{ن} \right)$

وإذا أخذنا مرة أخرى مثال (١) لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات يكون لدينا جدول (٤):

جدول (٤)

إيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة في حالة القيم غير المبوية

س	ح = س - ٢٠٠	ح' = $\frac{ح}{١٠}$
١٢٠	١٨٠	٨
١٥٠	٥٠	٥
١٥٠	٥٠	٥
١٧٠	٣٠	٣
٢٠٠	٠	٠
٢٠٠	٠	٠
٢٣٠	٣٠	٣
٢٧٠	٧٠	٧
٢٧٠	٧٠	٧
٢٩٠	٩٠	٩
المجموع		٥

يلاحظ في جدول (٤) إننا حصلنا على عقود (١) وعمود (٢) بنفس الطريقة التي اتبعناها في جدول (٢). ومن الملاحظ أن هناك عامل مشترك قدره ١٠ بين قيم ح. نوجد الانحرافات المختصرة ح' بقسمة ح على ١٠، ثم نوجد مجموعها (وهو ٥ في هذه الحالة).

نطبق القانون:

$$\bar{S} = 1 + \frac{\text{محد ح}}{n} (l \times \frac{0}{10})$$

$$= 200 + (10 \times \frac{0}{10}) = 200 \text{ جنيهًا.}$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها في حالة تطبيق القانون الأساسي وقانون الانحرافات.

ثانياً: حالة القيم المبوية:

إذا كان هناك عاملاً مشتركاً (ل) بين قيم ح فإننا نوجد الانحرافات المختصرة ح بقسمة ح على ل. ومن الجدير بالذكر أنه إذا كانت الفئات متساوية فإن العامل المشترك يكون هو نفسه طول الفئة. ولإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة نستخدم القانون التالي:

$$\bar{S} = 1 + \frac{\text{محد ح ك}}{\text{محد ك}} (l \times \frac{0}{10})$$

ويمكن تلخيص الخطوات الواجب اتباعها لإيجاد الوسط الحسابي بطريقة

الانحرافات المختصرة فيما يلي:

أولاً: نوجد مراكز الفئات س.

ثانياً: نختار وسطاً فرضياً متنسباً (أ)، وعادة ما يكون مركز الفئة ذات الأكبر تكرار، ثم نوجد الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضي (أ) أي: ح = س - أ.

ثالثاً: إذا كانت الفئات متساوية نأخذ طول الفئة (ل) كعامل مشترك، إذا لم تكن الفئات متساوية نبحث عن عامل مشترك آخر (ل)، إذا لم يكن هناك ثمة عامل مشترك فلا يمكن تطبيق طريقة الانحرافات المختصرة ونلجأ إلى طريقة الانحرافات فقط أو إلى القانون الأساسي. ثم نوجد الانحرافات المختصرة (ح) بقسمة الانحرافات (ح) على العامل المشترك (ل).

رابعاً: نوجد حاصل ضرب ح × ك ثم نوجد مجموع ح × ك.

خامساً: نطبق القانون:

$$\bar{S} = 1 + \frac{\text{محد ح ك}}{\text{محد ك}} (l \times \frac{0}{10})$$

ونأخذ المثال الثاني لأجور ١٠٠ عامل ولإيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة نحصل على جدول (٥). ومن الملاحظ في هذا الجدول أن الفئات متساوية وطول كل منها ٢٠ وبالتالي مستخذ كمامل مشترك ل = ٢٠. ونحصل على عمود (٥) بقسمة عمود (٤) على ٢٠. أما عمود (٦) فهو حاصل ضرب عمود (٥) في عمود (٢) أي : ح × د ومجموعه يساوي (٢-).

وتطبيق القانون يصبح الوسط الحسابي لأجور العمال في المصنع هو :

$$\bar{X} = \frac{\sum f \cdot X}{\sum f} = \frac{130}{100}$$

$$= 130 + \left(20 \times \frac{2-}{100} \right) = 130 - 40 = 126,10 \text{ جنيهها}$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها باستخدام القانون الأساسي وباستخدام قانون الانحرافات.

جدول (٥)

إيجاد الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة لتوزيع أجور مائة عامل

(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)
ح × د	$\frac{f}{20} = \text{ح}$	$\sum f = 130$	مراكز الفئات س	التكرار د	فئات الأجر (بالجنيئات)
٣٠ -	٢ -	٤٠ -	٩٠	١٥	٨٠ -
٢٠ -	١ -	٢٠ -	١١٠	٢٠	١٠٠ -
.	.	.	١٣٠	٣٠	١٢٠ -
٢٥	١	٢٠	١٥٠	٢٥	١٤٠ -
١٤	٢	٤٠	١٧٠	٧	١٦٠ - ١
٩	٣	٦٠	١٩٠	٣	١٨٠ - وأقل من ٢٠٠
٢ -	المجموع

٢ - الوسيط

تعريف: الوسيط هو القيمة التي تقسم القيم إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم التي أقل منها أو تساويها يساوي عدد القيم التي أكبر منها أو تساويها.

أولاً : حالة القيم غير المبوبة

لإيجاد الوسيط في حالة القيم غير المبوبة نتبع الخطوات التالية:

١ - نرتب القيم تصاعدياً.

٢ - إذا كان عدد القيم (ن) عدد فردى يكون الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{1+n}{2}$

مثال : نفرض أن لدينا القيم الآتية:

٢٠ ، ١٥ ، ١٣ ، ٢٥ ، ١٢

نبدأ بترتيب القيم تصاعدياً:

١٢ ، ١٣ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥

بما أن عدد القيم هو عدد فردى (٥) ، فإن :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+n}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$

أي الوسيط هو القيمة الثالثة:

أي أن الوسيط = ١٥.

٢ - إذا كان عدد القيم (ن) عدد زوجى فيكون لدينا قيمتين وسيطتين، ويكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين.

وعكسها هنا إيجاد ترتيب الوسيط بنفس القانون أي أن :

(A)

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+n}{2}$$

إلا أن في هذه الحالة سيكون ترتيب الوسيط به كسر .

مثال: نفرض أن لدينا القيم الآتية:

$$20, 8, 22, 15, 18, 5$$

نرتب هذه القيم تصاعدياً:

$$5, 8, 15, 18, 22, 20$$

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

أي أن هناك قيمتين وسيطتين هما : القيمة الثالثة والقيمة الرابعة (لأن 3.5 بين 3 و4).

$$\text{أي : } 18, 22$$

ويمكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين:

$$\text{الوسيط} = \frac{22 + 18}{2} = 20$$

ثانياً : حالة القيم المبرقة:

أ - إيجاد الوسيط بالحساب:

لإيجاد الوسيط في حالة التوزيعات التكرارية تتبع الخطوات التالية:

١ - نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد (١)

٢ - نوجد ترتيب الوسيط بقسمة مجموع التكرارات على ٢ ، أي أن :

(١)

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع}}{2}$$

(١) يمكن إيجاد الوسيط باستخدام جدول التكرار المتجمع الفلج أيضاً ولكن باستخدام قانون آخر لن

نستخدمه في وقتنا .

٣ - نحدد الفئة الوسيطة وهي الفئة التي يكون التكرار المتجمع الصاعد فيها هو أول تكرار متجمع صاعد أكبر من ترتيب الوسيط.

٤ - نطبق القانون التالي:

$$\text{الوسيط} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطة} + \left(\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطة}}{\text{التكرار الأصلي للفئة الوسيطة}} \times \text{طول الفئة الوسيطة} \right)$$

وباستخدام التوزيع التكراري، لأجور مائة عامل الموجودة في مثال (١)، (٢)، يكون لدينا جدول (٦) حيث اتبعنا الخطوات التالية:

جدول (٦)

حساب الوسيط لتوزيع أجور مائة عامل

فئات الأجر (بالجنيه)	التكرار ك	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٨٠ -	١٥	أقل من ١٠٠	١٥
١٠٠ -	٢٠	أقل من ١٢٠	٣٥
١٢٠ -	٣٠	أقل من ١٤٠	٦٥
١٤٠ -	٢٥	أقل من ١٦٠	٩٠
١٦٠ -	٧	أقل من ١٨٠	٩٧
١٨٠ - أقل من ٢٠٠	٣	أقل من ٢٠٠	١٠٠
المجموع	١٠٠		

١ - كونا جدول التكرار المتجمع الصاعد

$$٢ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن}{٢} = \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$$

٣ - نحدد الفئة الوسيطة، وهي الفئة التي يكون فيها التكرار المتجمع الصاعد هو أول تكرار متجمع صاعد أكبر من ٥٠ أي أمام ٦٥. وتكون الفئة الوسيطة هي الفئة (١٢٠ -)، ويطبق قانون (١):

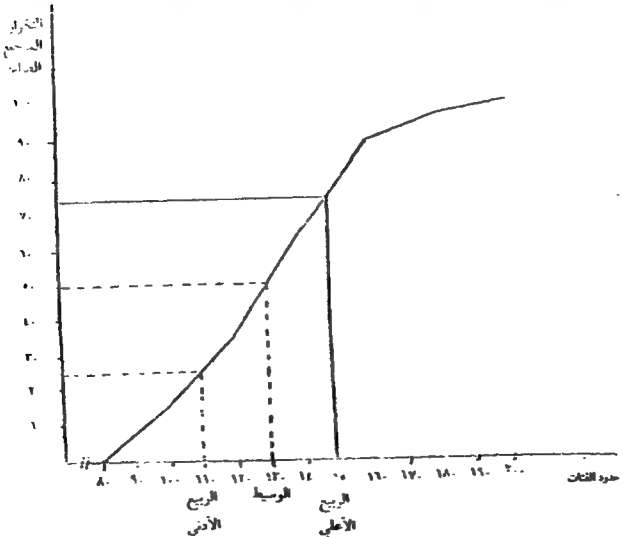
$$\text{الوسيط} = ١٢٠ + \left(\frac{٥٠ - ٣٥}{٣٠} \times (٢٠ - ١٢٠) \right) = ١٢٠ + \left(\frac{١٥}{٣٠} \times ٨٠ \right) = ١٣٠$$

(ب) إيجاد الوسيط بالرسم :

يمكن إيجاد الوسيط برسم منحنى التجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط ويكون الوسيط هو الاحتمالي الأفقي لتقطة تقاطع المنحنيين .

هذا ويمكن إيجاد الوسيط من المنحنى المتجمع الصاعد فقط أو المنحنى التازل فقط وستقتصر في دراستنا هنا على استخدام المنحنى المتجمع الصاعد لإيجاد الوسيط .
فأخذ على المحور الرأسي ترتيب الوسيط ، ثم نرسم خطاً أفقياً يقابل المنحنى المتجمع الصاعد في نقطة معينة . ثم نسط عموداً من هذا النقطة على المحور الأفقي ، والنقطة التي يتقابل فيها هذا العمود مع المحور الأفقي هي قيمة الوسيط وهي في مثالنا هنا ١٣٠ جيهياً .

وهناك قيم أخرى شبيهة بالوسيط من حيث طريقة حسابها ، إلا أنها ليست من مقاييس النزعة المركزية . ومن هذه القيم : الربيع الأدنى والربيع الأعلى والعشير والنتين وغيرها .



الربيع الأدنى: Lower Quartile

الربيع الأدنى هي القيمة التي تقسم القيم إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم التي أقل منها تساوي $\frac{1}{4}$ القيم ، وعدد القيم التي أكثر منها تساوي $\frac{3}{4}$ القيم.

ويمكن إيجاد الربيع الأدنى بالحساب باتباع نفس الخطوات المتبعة لإيجاد الوسيط أي :

١ - نوجد جدول التكرار المتجمع الصاعد.

٢ - نوجد ترتيب الربيع الأدنى بقسمة مجموع التكرارات على ٤ أي :

(١١)

$$\text{ترتيب الربيع الأدنى} = \frac{\text{مجموع}}{4}$$

ففي المثال السابق الخاص بتوزيع أجور مائة عامل، ترتيب الربيع الأدنى $= \frac{100}{4} = 25$

٣ - نحدد فئة الربيع الأدنى وهي الفئة التي يكون فيها التكرار المتجمع الصاعد هو أول تكرار

متجمع صاعد أكبر من ٢٥، أي أمام ٢٥ وتكون فئة الربيع الأدنى هي الفئة (١٠٠ -)

٤ - نطبق القانون التالي :

$$\text{الربيع الأدنى} = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى} +$$

$$\left(\frac{\text{ترتيب الربيع الأدنى} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}} \right) \times \text{طول فئة الربيع الأدنى} \quad (١٢)$$

وفي مثالنا هذا :

$$\text{الربيع الأدنى} = (20 \times \frac{100 - 25}{20}) + 100 = (20 \times \frac{75}{20}) + 100 = 110 \text{ جنيهها}$$

كما يمكن إيجاد الربيع الأدنى بالرسم عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد. كما فعلنا بالنسبة

للوسيط. ومن الرسم في شكل (١١) يتضح أن الربيع الأدنى = ١١٠

الربيع الأعلى: Upper Quartile

الربيع الأعلى هو القيمة التي تنقسم القيم إلى قسمين بحيث تكون عدد القيم التي أقل منها تساوي $\frac{3}{4}$ القيم وعدد القيم التي أكبر منها تساوي $\frac{1}{4}$ القيم.

وبالتالي فإن:

$$\text{ترتيب الربيع الأعلى} = \frac{3 \times \text{مركز}}{4}$$

$$70 = \frac{3}{4} \times 100 = \text{ترتيب الربيع الأعلى}$$

وتكون فئة الربيع الأعلى هي الفئة (١٤٠ -)

وبالتالي فإن:

$$\text{الربيع الأعلى} = 140 + \left(20 \times \frac{70 - 70}{70} \right) = 140 + 8 = 148 \text{ جنيتها}$$

ومن الرسم في شكل (١) - يتضح أن الربيع الأعلى = ١٤٨ جنيتها

٣ - المنوال

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً، أي القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها.

أولاً: حالة القيم غير المبهمة:

إذا كان لدينا القيم الآتية:

$$10, 5, 20, 10, 3, 15, 7, 5$$

نجد أن القيمة ١٥ تكررت ثلاث مرات، في حين أن القيمة ٥ تكررت مرتين وباقي القيم

لم تتكرر، إذن المنوال = ١٥

وقد تكون لمجموعة من القيم منوال واحد أو أكثر من منوال أو قد لا يكون لها منوال على

الاطلاق. فإذا كان لدينا مجموعة القيم الآتية :

$$6, 17, 5, 6, 3, 17, 2, 4, 20$$

نلاحظ أن العدد ٦ تكرر مرتين، والعدد ١٧ تكرر مرتين. إذن هناك منوالين: ٦، ١٧. وإذا كان لدينا مجموعة القيم الآتية:

٥، ١٤، ١٢، ٢٠، ٣٠، ٤٥، ٧٠، ٩٠

نلاحظ عدم تكرار أي قيمة، وبالتالي فليس لهذه المجموعة من القيم منوال.

ثانياً: حالة القيم المبوبة:

١ - إيجاد المنوال بالحساب:

في التوزيعات التكرارية يقع المنوال في الفئة ذات الأكبر تكرار، وتسمى هذه الفئة بالفئة المنوالية. ويتوقف المنوال على تكرار الفئة السابقة وتكرار الفئة اللاحقة. وباستخدام الرموز التالية:

Δ_1 = تكرار الفئة المنوالية - التكرار السابق.

Δ_2 = تكرار الفئة المنوالية - التكرار اللاحق.

L = طول الفئة المنوالية.

يمكننا الحصول على المنوال باستخدام قانون بيرسون وهو:

$$\text{المنوال} = \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times L$$

ولإيجاد المنوال من التوزيع التكراري لأجور مائة عامل:

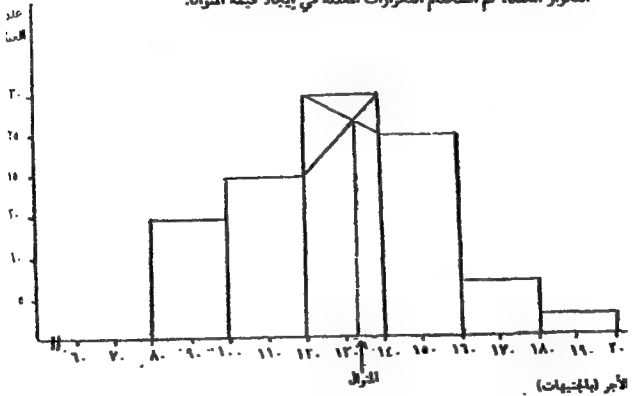
$$\text{المنوال} = 120 + \frac{20 - 30}{(25 - 30) + (20 - 30)} \times 220$$

$$= 120 + \frac{10}{5 + 10} \times 220 = 133,33$$

= ١٣٣,٣٣ جنيهًا.

٢- إيجاد المتوسط بالرسم:

يمكن إيجاد المتوسط عن طريق رسم المدرج التكرارى. فإذا قمنا بتوصيل الركن الأيمن العلوى لمستطيل الفئة المتوالية بالركن الأيمن العلوى لمستطيل الفئة السابقة، وإذا قمنا بتوصيل الركن الأيسر العلوى لمستطيل الفئة المتوالية بالركن الأيسر العلوى لمستطيل الفئة التالية، كما هو واضح في شكل (٢) - الذى يمثل المدرج التكرارى لتوزيع أجور المائة عامل - وعند تقاطع المستقيمين، نسط عموداً على المحور الأفقى. ونقطة تقاطع هذا العمود مع المحور الأفقى تعطى لنا قيمة المتوسط وهى هنا ١٣.٣ وفى حالة وجود فئات غير متساوية يجب إيجاد التكرار المعدل، ثم استخدام التكرارات المعدلة في إيجاد قيمة المتوسط.



شكل (٢): إيجاد المتوسط بالرسم

٤ - الوسط الهندسي

تعريف : الوسط الهندسي هو الجذر التوني لحاصل ضرب مجموعة من القيم عددها n .

أولاً : حالة القيم غير المئوية:

إذا كان لدينا عدد n من القيم :

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

$$(١٤) \quad \text{الوسط الهندسي} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n}$$

ويمكن اختصار العمليات الحسابية المعقدة عن طريق استخدام اللوغاريتمات. فإذا رمزنا إلى

الوسط الهندسي بالرمز H ، يمكننا كتابة العلاقة (١٤) كالآتي :

$$\frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n) = \log H$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين:

$$\log H = \frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n)$$

وباستخدام قوانين اللوغاريتمات :

$$\log H = \frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n)$$

$$\frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n) =$$

$$\frac{1}{n} \log H$$

(١٥)

$$\log H = \frac{\log H}{n}$$

ويعني آخر فإن لوغاريتم الوسط الهندسي لمجموعة من القيم يساوي الوسط الحسابي للوغاريتمات هذه القيم.

وبالتالي لإيجاد الوسط الهندسي لمجموعة من القيم نتبع الخطوات التالية :

- ١ - نوجد لوغاريتم كل قيمة من هذه القيم.
- ٢ - نطبق القانون : لو $= \frac{\sum}{n}$ مع لوس .
- ٣ - بالنظر في جداول الأعداد المقابلة نحصل على قيمة هـ (أو باستخدام الآلة الحاسبة)
مثال (٣) :

إذا كان لدينا القيم الآتية :

٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٧٥ ، ٩٠ .

المطلوب : إيجاد الوسط الهندسي لهذه القيم.

الحل :

أولاً نوجد لوغاريتم هذه الأعداد .

جدول (٧) : يبين لوغاريتمات القيم

س	٣٠	٤٥	٦٠	٧٥	٩٠	المجموع
لوس	١٫٤٧٧١	١٫٦٥٣٢	١٫٧٧٨١	١٫٨٧٥١	١٫٩٥٤٢	٨٫٧٢٧٧

$$\text{لو هـ} = \frac{\sum \text{لوس}}{n} = \frac{٨٫٧٢٧٧}{5} = ١٫٧٤٥٥$$

وبالنظر في جداول الأعداد المقابلة نجد أن :

$$\text{هـ} = ٥٥٫٩١٧$$

ثانيا : حالة التيم المبررة:

إذا كان لدينا القيم:

س_١ مكررة ك_١ من المرات .

س_٢ مكررة ك_٢ من المرات

.....

.....

.....

س_ن مكررة ك_ن من المرات.

فإن :

$$(١٦) \quad \frac{1}{\text{معدك}} = \frac{\text{س}_1^{ك_1} \times \text{س}_2^{ك_2} \times \dots \times \text{س}_n^{ك_n}}{\text{معدك}}$$

ويأخذ لوغاريتم الطرفين :

$$\frac{1}{\text{معدك}} = \log [\text{س}_1^{ك_1} \times \text{س}_2^{ك_2} \times \dots \times \text{س}_n^{ك_n}]$$

وباستخدام خصائص اللوغاريتمات :

$$\log \frac{1}{\text{معدك}} = \log [\text{س}_1^{ك_1} \times \text{س}_2^{ك_2} \times \dots \times \text{س}_n^{ك_n}]$$

$$= \frac{1}{\text{معدك}} = \log [\log \text{س}_1^{ك_1} \times \log \text{س}_2^{ك_2} \times \dots \times \log \text{س}_n^{ك_n}]$$

$$= \frac{1}{\text{معدك}} = \log [\log \text{س}_1^{ك_1} + \log \text{س}_2^{ك_2} + \dots + \log \text{س}_n^{ك_n}]$$

$$= \frac{1}{\text{معدك}} = \log [\text{معدك لوس}]$$

(١٧)

$$\log \frac{\text{معدك لوس}}{\text{معدك}} = \log \frac{1}{\text{معدك}}$$

ولابد ان يحدد الوسط الهندسي في حالة التقييم المبوية تتابع الخطوات التالية:

١- توجد مراكز الفئات من

٢ - توجد لوس.

٣ - توجد حاصل ضرب التكرار (ك) في لوس ثم توجد مجموعه .

٤ - نطبق القانون : لو ه = $\frac{1}{\text{مركز لوس}}$ (مركز لوس)

٥ - توجد قيمة ه من جداول الأعداد المقابلة أو باستخدام الآلة الحاسبة وفي مثال التوزيع

التكراري لأجور ١٠٠ عامل نحصل على الوسط الهندسي كما هو واضح من جدول (أ).

جدول (أ)

ايجاد الوسط الهندسي للتوزيع التكراري لأجور ١٠٠ عامل

فئات الأجور (بالجنيهات)	التكرار ك	س	لوس	ك لوس
٨٠ -	١٤	٩٠	١,٩٥٤٢	٢٩,٣٦٢
١٠٠ -	٢٠	١١٠	٢,٠٤١٤	٤٠,٨٢٨
١٢٠ -	٣٠	١٣٠	٢,١١٣٩	٦٣,٤١٧
١٤٠ -	٢٥	١٥٠	٢,١٧٦١	٥٤,٤٠٣
١٦٠ -	٧	١٧٠	٢,٢٣٠٤	١٥,٦١٣
١٨٠ - وأقل من ٢٠٠	٣	١٩٠	٢,٢٧٨٨	٦,٨٣٦
المجموع	١٠٠			٢١٠,٤١٠

$$\therefore \text{لو ه} = \frac{٢١٠,٤١٠}{١٠٠} = ٢,١٠٤١$$

وبالنظر في جداول الأعداد المقابلة (أو باستخدام الآلة الحاسبة) نحصل على قيمة ه :

$$\text{ه} = ١,٢٧٩ \text{ جنيها}$$

٤ - الوسط الحسابي المرجح

في حالة القيم غير الموزنة، فإن الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يعطى نفس الأهمية أى نفس الوزن لكل القيم على السواء.

فإذا ما كانت بعض القيم تأخذ وزناً أكثر من غيرها وإردنا أخذ هذه الأهمية النسبية في الاعتبار عند حساب الوسط الحسابي، فيجب استخدام الوسط الحسابي المرجح.

فإذا كان لدينا القيم:

١٠ ولها وزن ١

٢٠ ولها وزن ٢

...

١٠٠ ولها وزن ١٠

فيستكننا الحصول على الوسط الحسابي المرجح باستخدام العلاقة التالية :

$$\text{الوسط الحسابي المرجح} = \frac{١٠ \times ١ + ٢٠ \times ٢ + \dots + ١٠٠ \times ١٠}{١ + ٢ + \dots + ١٠} = \frac{\text{مجموع } x \times f}{\text{مجموع } f} \quad (١٨)$$

ويذكرنا هذا القانون بالقانون الأساسي للوسط الحسابي في حالة التوزيعات التكرارية:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع } x \times f}{\text{مجموع } f}$$

وفي الواقع الوسط الحسابي في حالة التوزيعات التكرارية هو وسط حسابي مرجح بالتكرارات.

مثال (٤) :

يبيع أحد المحلات حقائب جلدية بثلاث أسعار : ٢٠ جنيه، ٥٠ جنيه، ١٠٠ جنيه.

إذا حسبنا متوسط سعر الحقبة في هذا المتجر باستخدام الوسط الحسابي، فسيكون لدينا:

$$\bar{x} = \frac{١٠٠ + ٥٠ + ٢٠}{٣} = ٦٠ \text{ جنيه.}$$

ولكن إذا علمنا أن عدد الوحدات المباعة من النوع الأول ١٠٠٠ وحدة ، ومن النوع الثاني ٥٠٠ وحدة ، ومن النوع الثالث ٢٠٠ وحدة ، فمن الأفضل ربط سعر كل نوع من الحفائب بالكمية المباعة منه ، وهو ما يسمى بترجيح الأسعار بالكميات المباعة .

$$\frac{7000}{1700} = \frac{200 \times 1000 + 500 \times 500 + 1000 \times 200}{200 + 500 + 1000} = \frac{\text{مجموع}}{\text{معدو}} = \text{الوسط الحسابي المرجح}$$

$$= 4412 \text{ جنيه}$$

٦ - الوسط التوافقي

تعريف : الوسط التوافقي هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات القيم .

ويستخدم الوسط التوافقي لإيجاد متوسط معدلات زمنية مثل : كيلو متر / الساعة ، عدد الوحدات المنتجة يومياً ، عدد الصفقات المبرمة في السنة .

فإذا كان لدينا القيم : ١٠٠ م ، ٣٠٠ م ، ٤٠٠ م ، ٥٠٠ م ، فإن :

$$(19) \quad \text{الوسط التوافقي} = \frac{n}{\frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}}} = \frac{n}{\frac{1}{\text{معد (س)}} + \dots + \frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}}}$$

مثال (٥) :

يستخدم أحد المصانع ٥ آلات مختلفة لإنتاج قطعة غيار معينة ، ولكل آلة سرعة مختلفة عن سرعة الآلات الأخرى . وفيما يلي عدد الوحدات المنتجة في الساعة على الآلات الخمس :

الآلة	أ	ب	ج	د	هـ
عدد الوحدات المنتجة / الساعة :	١٥	٢٥	٤٠	٥٠	٦٠

والحلول : حساب متوسط عدد الوحدات المنتجة في الساعة .

الحل : المطلوب هنا إيجاد متوسط معدلات زمنية لذلك نلجأ إلى الوسط التوافقي :

$$\begin{aligned} \text{الوسط التوافقي} &= \frac{n}{\frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}} + \frac{1}{\text{معد (س)}}} = \frac{5}{\frac{1}{15} + \frac{1}{25} + \frac{1}{40} + \frac{1}{50} + \frac{1}{60}} \\ &= \frac{5}{0.067 + 0.04 + 0.025 + 0.02 + 0.017} = \frac{5}{0.169} \end{aligned}$$

٢٩٥٨٦ وحدة / الساعة

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمتوال

يعتبر كل من الوسط الحسابي والوسيط والمتوال من المتوسطات الأكثر استخداماً. فالوسط الحسابي يمثل نقطة توازن التوزيع، والوسيط هو القيمة التي تقسم التوزيع إلى نصفين متساويين، والمتوال هي القيمة التي توجد عندها قمة المنحنى.

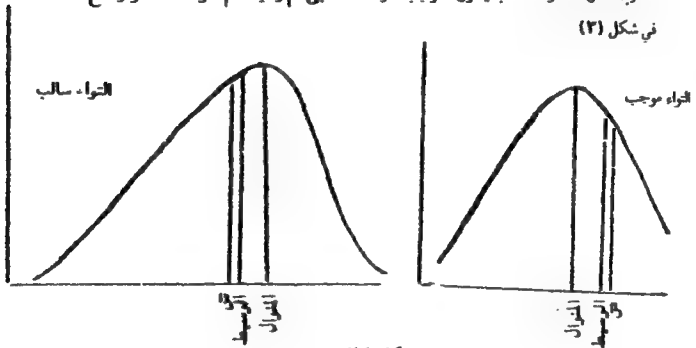
وإذا كان التوزيع متماثلاً، فإن الوسط الحسابي = الوسيط = المتوال.

وإذا كان التوزيع ملتوياً التواءاً معقولاً فإن الوسيط يكون عادة في ثلث المسافة بين الوسط الحسابي والمتوال.

فإذا كان الالتواء موجب يكون الترتيب : متوال ثم وسيط ثم وسط حسابي.

وإذا كان الالتواء سالب يكون الترتيب : وسط حسابي ثم وسيط ثم متوال، كما هو واضح

في شكل (٢)



شكل (٢)

العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمتوال في التوزيعات الملتوية

يمكن التعبير عن هذه العلاقة جبرياً كالآتي :

(٢٠)

$$\bar{x} - \text{المتوال} \approx 3 (\bar{x} - \text{الوسيط})$$

مقايير المتوسطات وتجميعها

بالنسبة للوسط الحسابي لله عدة خصائص يمكن تلخيصها فيما يلي:

- ١- يمكن تعريف الوسط الحسابي جبراً (مجموع القيم / عددها) ومن ثم فهو يخضع للعمليات الجبرية فإذا كان لدينا مجموعة كبيرة تضم عدة مجموعات صغيرة، فإن :

$$\frac{\text{الوسط الحسابي للمجموعة الكبيرة}}{\text{الوسط الحسابي للرجع لمتوسطات تلك المجموعات الصغيرة}} =$$

فإذا كان لدينا مجموعة كبيرة تضم عدد m من المجموعات الصغيرة، أوساطها الحسابية

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$$

وحجمها : n_1, n_2, \dots, n_m = على التوالي .

ولذا ومزنا للوسط الحسابي للمجموعة الكبيرة بالرمز \bar{x} ، فإن :

$$(21) \quad \bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + \dots + n_m \bar{x}_m}{n_1 + n_2 + \dots + n_m}$$

وهذه الميزة يتفرد للوسط الحسابي بها ولا يجتمع بها الوسيط ولا المنوال.

مثال (٦) : في أحد الفلوس كان الوسط الحسابي لدرجة الطالب في امتحان الرياضية في الثلاث فصول كالآتي :

٦٥ درجة في الفصل الأول.

٧٠ درجة في الفصل الثاني.

٧٥ درجة في الفصل الثالث.

فإذا كان عدد الطالب في الفصل الأول ٤٠ طالب ، وفي الفصل الثاني ٤٥ طالب، وفي

الفصل الثالث ٣٠ طالب، فما هو الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الفصول الثلاث مجتمعة ؟

الحل :

$$\bar{x}_1 = 65 \text{ درجة} \quad \bar{x}_2 = 70 \text{ درجة} \quad \bar{x}_3 = 75 \text{ درجة}$$

$$n_1 = 40 \text{ طالب} \quad n_2 = 45 \text{ طالب} \quad n_3 = 30 \text{ طالب}$$

الوسط الحسابي لدرجة الطالب في الفصول الثلاث مجتمعة :

$$\frac{\overline{13.10} + \overline{25.20} + \dots + \overline{5.00}}{10 + \dots + 10} = \frac{70 \times 3. + 70 \times 4. + 70 \times 5.}{3. + 4. + 5.}$$

$$2 - \text{مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوى صفر، أي } \sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

٢ - إذا كان لدينا عدد ن من القيم لتغير ما ، فإذا عرفنا مجموع القيم (معد س) يمكننا الحصول على الوسط الحسابي بدون معرفة شكل التوزيع التكراري. في حين أن الوسيط والنوال لا يمكن حسابهما إلا بمعرفة شكل التوزيع التكراري.

٣ - مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوى صفر، أي $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$.

٤ - مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط القرضى تكون أصغر ما يمكن حينما يكون الوسط القرضى هو الوسط الحسابي.

إلا أن من عيوب الوسط الحسابي أنه يتأثر بالقيم الشاذة، كما أنه لا يمكن حسابه في التوزيعات المفتوحة. وفي هذه الحالة نلجأ إلى الوسيط أو النوال.

أما الوسيط فأفضل استخداماته تكون في توزيعات الدخل لأنها عادة ما تكون متوتية التواء موجب. والدخل الوسيط هو أكثر ترجمة للواقع لأن نصف الحاصلين على دخل يجب أن يحصلوا على الأقل على الدخل الوسيط. ويتميز الوسيط بأنه لا يتأثر بالقيم الشاذة.

والنسبة للنوال فإن أهميته تتضح في حالة بعض التوزيعات لتغيرات وثابة. وفي بعض الأحيان يكون النوال أكثر تمثيلاً للواقع من الوسط الحسابي. فمثلاً قد يكون الوسط الحسابي لحجم أطفال الأسرة هو ٢.٨ طفلاً في حين أن النوال قد يكون طفلين .

أما الوسط الهندسي هو أنفضل متوسط لحساب متوسطات النسب ومعدلات النمو والأرقام التناسبية للمتسايي.

لما الوسط التوافقي فهو مفيد في إيجاد متوسط المعدلات الزمنية.

تمارين

١ - البيانات التالية توضح أوزان ١٠ من الطرود (بالكيلو جرام) التي وصلت لأحد المصانع :

٦٥٠ ، ٦٢٠ ، ٧٠٠ ، ٧٢٠ ، ٦٧٠ ، ٦٦٠ ، ٦٤٠ ، ٨٠٠ ، ٨٢٠ ، ٨٩٠

وال المطلوب

أ - إيجاد الوسط الحسابي ، وزن الطرد الواحد باستعمال طريقة الاتحادات المختصرة

ب - إيجاد الوسيط

٢ - يمثل الجدول التكراري التالي الدرجات التي حصل عليها ٥٠ طالباً في أحد الامتحانات :

الدرجات	- ٥٠	- ٦٠	- ٧٠	- ٨٠	٩٠ وأقل من ٩٠	المجموع
عدد الطلبة	٣	٧	٢٠	١١	٩	٥٠

وال المطلوب :

أ - حساب الوسط الحسابي

ب - حساب الوسيط

ج - حساب التواتر

٣ - يوضح الجدول التكراري التالي أوزان مجموعة من الطلاب بالرتل :

الوزن	- ١١٨	- ١٢٢	- ١٣٦	- ١٤٥	- ١٥٤	- ١٦٣	١٧٢ وأقل من ١٨١	المجموع
عدد الطلاب	٣	٥	٩	١٢	٤	٤	٢	٤٠

وال المطلوب :

أ - إيجاد الوسيط والربيعين حسابياً وبيانياً

ب - إيجاد التواتر حسابياً وبيانياً

٤ - احسب الوسط الهندسي للقيم الآتية :

١١٠ ، ١٣٦ ، ١٥٤ ، ١٧٦ ، ١٧٢

٥ - سافر شخص من القاهرة إلى الاسكندرية بسيارة تسير بسرعة ثابتة قدرها ٦٠ كيلومتر في الساعة وعاد إلى القاهرة بالقطار الذي يسير بسرعة ثابتة قدرها ١٠٠ كيلومتر في الساعة . أوجد متوسط السرعة في الرحلة كلها . يتوسط مناسب علماً بأن المسافة من القاهرة إلى الاسكندرية هي ٢٠٠ كيلومتر وكذلك المسافة من الاسكندرية إلى القاهرة.

٦ - فسابلى توزيع ٢٠٠ مصنع حسب عدد العمال الذين يستخدمهم كل مصنع:

فئات العمال	١ -	٢ -	٥	١٠ -	٢٠ -	٥٠ وأقل من ١٠٠
عدد المصانع	١٠	٢٠	٨٠ -	٤٥	٢٠	١٥

والمطلوب :

أ - رسم المدرج التكرارى .

ب - ايجاد الوسيطين والريمين بالرسم والحساب .

ج - ايجاد الوسط الحسابى.

٧ - الجدول الآتى يبين التوزيع التكرارى لحسين طالباً حسب أوزانهم:

فئات الوزن (بالكيلو جرام)	٥٠ -	٥٥ -	٦٠ -	٦٥ -	٧٠ -	٧٥ -	٨٠ فأكثر -
عدد الطلبة	٣	٥	١١	١٦	٩	٤	٢

والمطلوب إيجاد :

أ - الوسيط والمتوال.

ب - الوسط الحسابى للتوزيع باستخدام العلاقة بين المتوسطات.

٨ - أذكر أهم خواص كل من الوسط الحسابى والوسيط والمتوال.

الفصل السادس

مقاييس التشتت

Measures Of Dispersion

مقدمة:

بعد أن درسنا في الفصل السابق مقاييس النزعة المركزية وعرفنا كيف أن القيم تميل إلى التركز نحو قيم معينة تسمى بالتوسطات، يثار التساؤل حول ما إذا كان المتوسط بمفرده يكفي لوصف مجموعة من القيم أم لا. لا يوضح ذلك نفرض أن لدينا مجموعتين من القيم:

المجموعة الأولى: ١٢ . ١٤ . ١٦ . ١٨ . ٢٠

المجموعة الثانية: ٢ . ٧ . ١١ . ٢٠ . ٤٠

لوحسبنا الوسط الحسابي للمجموعتين لوجدنا أن:

$$\bar{x}_1 = \frac{80}{5} = \frac{20 + 18 + 16 + 14 + 12}{5} = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الأولى}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{80}{5} = \frac{40 + 20 + 11 + 7 + 2}{5} = \text{الوسط الحسابي للمجموعة الثانية}$$

أى أن المجموعتين لهما نفس الوسط الحسابي. ولكن بالنظر إلى أرقام المجموعتين نلاحظ أن المدى (أى الفرق بين أكبر وأصغر قيمة) فى المجموعتين كىابلى:

$$\text{المدى فى المجموعة الأولى} = 20 - 12 = 8$$

$$\text{المدى فى المجموعة الثانية} = 40 - 2 = 38$$

وهذا يعنى أن القيم فى المجموعة الأولى قريبة من بعضها البعض بينما القيم فى المجموعة الثانية أكثر بعداً عن بعضها البعض، أو بمعنى آخر أن القيم فى المجموعة الأولى أقل تشتتاً عن القيم فى المجموعة الثانية.

وبما سبق يتضح لنا أنه لا يكفي اتخاذ متوسط لوصف مجموعة من القيم بل يجب أن

نفرق به مقياساً من مقياس «التشتت».

تعريف: ويمكننا تعريف التشتت بأنه بعد القيم عن بعضها البعض أو بعد القيم عن أحد المتوسطات.

مقاييس التشتت:

وستدرس في هذا الفصل مقاييس التشتت الآتية:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| The Range | ١ - المدى |
| Quasi Ranges | ٢ - شبهات المدى |
| Quartile Range | ٣ - المدى الربيعي |
| Mean Deviation | ٤ - الانحراف المتوسط |
| Variance and Standard Deviation | ٥ - التباين والانحراف المعياري |
| Coefficient of Variations | ٦ - معامل الاختلاف |

وفي نهاية الفصل سنعطي نبذة سريعة عن مقاييس الالتواء.

١ - المدى:

كما سبق وذكرنا فإن المدى هو الفرق بين أكبر وأصغر قيمة أي أن:

$$(١) \quad \boxed{\text{المدى} = \text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة}}$$

وفي حالة التوزيعات التكرارية، يكون المدى هو الفرق بين الحد الأعلى للفتة الأخيرة والحد الأدنى للفتة الأولى.

ويتميز المدى بأنه مقياس بسيط وسهل الحساب، ويعتبر مقياساً جيداً لمقياس تشتت عدد صغير من المشاهدات، ولكن كلما زاد حجم العينة كلما قل الاعتماد عليه. لذلك يستخدم المدى في الرقابة على جودة الإنتاج حيث يكفي بأربع أو خمس مشاهدات.

ولكن من عيوب المدى أنه أقل دقة من المقاييس الأخرى للأسباب التالية:

١- لأنه يهتم بالقيمة الأولى والقيمة الأخيرة فقط دون باقى القيم داخل المجموعة مما يجعله يتأثر بالقيم الشاذة أكثر من غيره من المقاييس.

٢- لأنه يزداد بازدياد القيم داخل المجموعة، ومن ثم لايجوز استخدامه لمقارنته تشتت مجموعتين من القيم إلا إذا كان عدد المشاهدات فى كل منها متساوي.

٣- لأنه أقل مقاييس التشتت استقراراً بمعنى إذا حسبنا المدى لعينات مختلفة مأخوذة من نفس المجتمع، فإن المدى المحسوب فى كل عينة يختلف من عينة إلى أخرى بقدر أكثر مما يحدث فى باقى مقاييس التشتت.

٧- شبيهات المدى:

لقد رأينا أن من عيوب المدى تأثره بالقيم الشاذة التى تكون فى أول المجموعة أو آخرها، لذلك لجأ الاحصائيون إلى استخدام شبيهات المدى فى قياس التشتت، ووفقاً لطرق شبيهات المدى تستعد نسبة مئوية معينة من القيم فى أول المجموعة وكذلك فى آخر المجموعة فمثلاً:

$$(٢) \quad \text{المدى العشري} = \text{العشر التاسع} - \text{العشر الأول}$$

أو قد يؤخذ الفرق بين الربيع الأدنى والربيع الأعلى:

$$(٣) \quad \text{المدى الربيعى} = \text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}$$

٣- الانحراف الربيعى أو نصف المدى الربيعى:

وهو يقبض نصف الفرق بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى، أى أن:

$$\text{نصف المدى الربيعى} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$$

وإذا رمزنا للربيع الأدنى بالرمز r_1 ، والربيع الأعلى بالرمز r_3 ، يمكننا كتابة القانون السابق كما يلى:

$$(٤) \quad \text{نصف المدى الربيعى} = \frac{r_3 - r_1}{٢}$$

وتتميز نصف المدى الرابعى بأنه سهل الحساب ويعاب عليه أنه لا يأخذ كل القيم في الحسبان، مثاله في ذلك مثال كل شبهات المدى.

٤- الانحراف المتوسط:

بتعريفنا للتشتت ذكرنا أنه بعد القيم عن بعضها البعض أو بعدها عن أحد المتوسطات، وفي دراستنا لمقاييس التشتت السابقة استخدمنا الجزء الأول من التعريف، أما في دراستنا لباقي مقاييس التشتت فنستخدم الجزء الثاني من التعريف وهو الخاص ببعد القيم عن أحد المتوسطات.

ومن ثم يمكننا استخدام متوسط انحرافات القيم عن وسطها الحسابي لقياس التشتت، أما أننا قد رأينا في الفصل السابق أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوى صفر، أي أن متوسط هذه الانحرافات يساوى صفر وبالتالي لا يمكن استخدامها كقياس بشكلها هذا. ولابد من إيجاد طريقة تمنع الانحرافات الموجبة والانحرافات السالبة من أن تلغى بعضها البعض، وعنى آخر يجب إيجاد طريقة تأخذ في الحسبان مجموع الانحرافات فقط بصرف النظر عن إشارته، ويمكن أن يحدث ذلك بأحدى طريقتين:

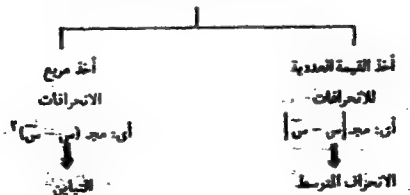
الطريقة الأولى: بإعمال الإشارة أي إيجاد القيمة العددية للانحرافات وهذا يعطينا الانحراف المتوسط.

الطريقة الثانية: بتجميع الانحرافات وهذا يعطينا التباين.

وبلخص الشكل التالي الطريقتين:

طريقتي للتخلص من الإشارة

السالبة عند حساب $\sum (x_i - \bar{x})$ - $\sum (x_i - \bar{x})^2$



تعريف: مما سبق يمكننا تعريف الانحراف المتوسط بوصفه متوسط القيمة العددية لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي:

في حالة القيم غير المبوبة:

يستخدم نفس الرموز المستخدمة في الفصل السابق، وطبقاً للتعريف السابق فلن:

$$(5) \quad \text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{n} \sum |s - \bar{s}|$$

مثال (١):

فيما يلي إيرادات عينة من ٨ تجار في أحد الشهور (بالآلاف الجنيهات)

٣٠، ٥٠، ٩٥، ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٠، ٨٠.

والمطلوب حساب الانحراف المتوسط لإيرادات هؤلاء التجار.

الحل:

لإيجاد الانحراف المتوسط نوجد أولاً الوسط الحسابي \bar{s} :

$$\bar{s} = \frac{30 + 50 + 95 + 60 + 65 + 70 + 70 + 80}{8} = \frac{520}{8} = 65 \text{ ألف جنيه}$$

ثم نوجد الانحرافات عن الوسط الحسابي أي $s - \bar{s}$. ثم بعد ذلك نوجد القيم المطلقة لكل انحراف من هذه الانحرافات، ثم نوجد مجموع هذه الانحرافات. ومبين جدول (١) هذه الخطوات.

جدول (١)

لإيجاد الانحراف المتوسط لإيرادات ٨ تجار

س	٣٠	٥٠	٩٥	٦٠	٦٥	٧٠	٧٠	٨٠	المجموع
$s - \bar{s}$	-٣٠	-١٠	٣٠	-٥	٥	٥	٥	٢٠	
$ s - \bar{s} $	٣٠	١٠	٣٠	٥	٥	٥	٥	٢٠	١٠٠

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{n} \sum |x_i - \bar{x}|$$

$$= \frac{1}{8} (90) = 11,25 \text{ ألف جنيه}$$

في حالة القيم المبوبة

نحصل على الانحراف المتوسط بتطبيق القانون التالي:

$$(٦) \quad \text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{n} \sum f_i |x_i - \bar{x}|$$

ولحساب الانحراف المتوسط تتبع الخطوات التالية:

أولاً: نحدد مراكز الفئات.

ثانياً: نوجد الوسط الحسابي.

ثالثاً: نوجد الانحرافات عن الوسط الحسابي $(x_i - \bar{x})$

رابعاً: نوجد القيمة العددية لكل انحراف من هذه الانحرافات أي: $|x_i - \bar{x}|$

خامساً: نضرب القيمة العددية لكل انحراف في التكرار المناظر، ثم نوجد المجموع أي:

$$\sum f_i |x_i - \bar{x}|$$

سادساً: نطبق القانون: $\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{n} \sum f_i |x_i - \bar{x}|$

مثال (٦)

قيمات في درجات امتحان ١٠٠ طالب في أحد الامتحانات.

فئات الدرجات	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	٩٠ وأقل من ١٠٠
عدد الطلبة	١٠	١٥	٢٠	٢٥	١٥	٥

والمطلوب : حساب الانحراف المتوسط للدرجات هؤلاء الطلاب.
 جدول (٢) حساب الانحراف المتوسط للدرجات ١٠٠ طالب

تواتر الدرجات	التردد ك	س	ح	ح ^٢	س-س	س-س ^٢	س-س ^٣
-٤.	١٠	٤٥	٣٠	٩٠٠	٢٤٥	٢٤٥	٢٤٥
-٥.	١٥	٥٥	٢٠	٤٠٠	١٤٥	١٤٥	١٤٥
-٦.	٢٠	٦٥	١٠	١٠٠	٥٥	٥٥	٩٠
-٧.	٢٥	٧٥	-	-	٥	٥	١٩٢
-٨.	١٥	٨٥	١٠	١٠٠	١٥	١٥	٢٣٢
١٠. وأقل من ١٠٠	٥	٩٥	٢٠	٤٠٠	٢٥	٢٥	١٢٧
	١٠٠			٥٥٠			١١٠٥

$$\text{نوجد أولاً الوسيط الحسابي} = \bar{A} + \left(\frac{\text{ميد ح ك}}{\text{ميد ك}} \times \text{ك} \right)$$

$$= 75 + \left(\frac{55}{100} \times 10 \right) = 69.5 \text{ درجة}$$

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{\text{ميد ك}} \text{ ميد (س - س ك)}$$

$$= \frac{1}{100} (110.5) = 1.105 \text{ درجة}$$

من المثال السابق يتضح لنا أن حساب الانحراف المتوسط ليس سهلاً، لذلك يقل استخدامه احصائياً.

٥- التباين والانحراف المعياري.

من دراستنا في المبحث السابق ذكرنا أنه يمكننا التخلص من الاشارات السالبة

عدد حساب مج (س - س) بتريبعها. ومن ثم يمكننا وضع التعريف الآتي للتباين:

تعريف: التباين هو متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي.

وبتريبع الانحرافات نجد أن التباين يقيس التشتت بوحدة أخرى غير الوحدات الموجودة في مجموعة البيانات نفسها، فمثلاً إذا كنا نقيس أطوال مجموعة من الأفراد مقاساً بالسنتيمتر، فعند حساب التباين تكون الوحدات المقاس بها التشتت مقاسة بالسنتيمتر تربيع. وللرجوع إلى المقاس الأصلي (أي السنتيمتر هنا) نوجد الانحراف المعياري حيث:

$$(٧) \quad \sqrt{\text{التباين}} = \text{الانحراف المعياري}$$

ويرمز للانحراف المعياري بالحرف الإغريقي σ (وقرأ سيجما). ومن ثم يمكننا كتابة العلاقة السابقة كما يلي:

$$\sigma = \sqrt{\text{التباين}}$$

أما الانحراف المعياري في العينة فيرمز له بالرمز σ

أ - القانون الأساس للتباين:

وفقاً لتعريف التباين السابق ذكره، وهو متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، نحصل على التباين من المعادلة التالية:

$$(٨) \quad \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sigma^2$$

حيث n عدد المشاهدات.

س المشاهدات

س الوسط الحسابي للمجتمع.

(٩) جرى العرف على استخدام الحروف الإغريقية كرموز للعالم المجتمع. فيالنسبة للوسط الحسابي المجتمع فيرمز له بالحرف الإغريقي μ (اقرأ ميون) في حين أن الوسط الحسابي في العينة فيرمز له بالرمز \bar{x} كما سبق وروينا. ولكن ليس هناك اختلاف بين القانونين الذي يعطى μ والقانون الذي يعطى \bar{x} .

ولتطبيق هذه المعادلة تتبع الخطوات التالية:

أولاً : نوجد الوسط الحسابي \bar{x}

ثانياً: نوجد انحرافات القيم عن الوسط الحسابي أي $(x - \bar{x})$

ثالثاً: نربع كل انحراف من هذه الانحرافات، ثم نوجد مجموعها أي $\sum (x - \bar{x})^2$

رابعاً: نطبق القانون: بقسمة $\sum (x - \bar{x})^2$ على n .

مثال

لو أخذنا مثال (١) الخاص بإيرادات ٨ تجار ولو اعتبرنا أن هؤلاء التجار يمثلون المجتمع ككل، والمطلوب حساب التباين والانحراف المعياري.

جدول (٢) : حساب التباين لإيرادات ٨ تجار

س	س - \bar{x}	(س - \bar{x}) ²
٣٠	٣ - ١٠	٩٠٠
٥٠	١٠ - ١٠	١٠٠
٥٥	٥ - ١٠	٢٥
٦٠	٠	٠
٦٥	٥	٢٥
٧٠	١٠	١٠٠
٧٠	١٠	١٠٠
٨٠	٢٠	٤٠٠
المجموع		١٦٥٠

وإذا حسبنا الوسط الحسابي لبيانات هذا المجتمع نجد أن: $\bar{x} = ١٠$ ألف جنيه.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2$$

$$2.6,25 = (165.1) \frac{1}{8} =$$

$$2.6,25 / = 16,36 \text{ ألف جنيه}$$

في حالة القيم المئوية :

في حالة القيم المئوية نحصل على إتيانين من المعادلة التالية:

(١٩)

$$\frac{1}{\text{مجد}} = \frac{1}{\text{مجد}} (س - لا) ك$$

حيث ك التكرار.

ولتطبيق هذه المعادلة نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نحدد مراكز الفئات س.

ثانياً : نوجد الوسط الحسابي لا

ثالثاً : نوجد الانحرافات عن الوسط الحسابي (س - لا)

رابعاً : نربع هذه الانحرافات (س - لا) ك

خامساً : نضرب مربع كل انحراف في التكرار المناظر أي : (س - لا) ك. ونوجد

المجموع أي: مجد (س - لا) ك

سادساً : نحصل على س بقسمة مجد (س - لا) ك على مجد ك.

مثال:

لأخذ المثال السابق الخاص بدرجات ١٠٠ طالب

جدول (٤) : حساب التباين لدرجات ١٠٠ طالب

تعداد التكرارات	ك	س - م	(س - م) ^٢	(س - م) × ك
٤٠ -	١٠ -	٢٤,٥ -	٦٠٠,٢٥	٦٠٠,٢٥
٥٠ -	١٥ -	١٤,٥ -	٢١٠,٢٥	٣٦٥,٣٧٥
٦٠ -	٢٠ -	٤,٥ -	٢٠,٢٥	٤٠٥
٧٠ -	٣٥ -	٥,٥ -	٣٠,٢٥	١٠٥٨,٧٥
٨٠ -	١٥ -	١٥,٥ -	٢٤٠,٢٥	٣٦٠,٣٧٥
١٠٠ أقل من	٥	٢٥,٥ -	٦٥٠,٢٥	٢٢٥١,٢٥
المجموع	١٠٠		١٧٤٧,٥	

ولقد سبق وحسبنا الوسط الحسابي ووجدناه أنه ٦٩,٥ درجة ويتطابق المعادلة:

$$س' = \frac{1}{n} \sum (س - م) \times ك$$

$$١٧٤,٧٥ = (١٧٤٧,٥) \frac{1}{100} =$$

$$س = \sqrt{١٧٤,٧٥} = ١٣,٢٢ \text{ درجة}$$

وحساب التباين والانحراف المعياري إتضح لنا أن العمليات الحسابية لإيجادها ليست بالعمليات السهلة، لذلك حاول الاحصائيين اشتقاق معادلة تسهل انعمليات انسابية بقدر الإمكان.

ب- القانون المشتق للتباين:

حالة القوس غير الموزنة:

طبقاً للقانون الأساسي للتباين فإن:

$$م_1^2 = \frac{1}{n} \text{ مج (س}^2 - n) \text{ (م}^2)$$

وبفك المربع الكامل في الطرف الأيسر:

$$م_1^2 = \frac{1}{n} \text{ مج (س}^2 - 2 \text{ ل م س} + n \text{ ل}^2)$$

وبإدخال مج بداخل القوس يصبح لدينا:

$$م_1^2 = \frac{1}{n} \text{ مج س}^2 - \frac{2 \text{ ل مج س}}{n} + \text{ل}^2$$

$$\frac{\text{مج س}}{n} = \text{ل}^2$$

$$\text{ل}^2 + \frac{2 \text{ ل مج س}}{n} - \frac{\text{مج س}^2}{n} = م_1^2$$

$$= \frac{\text{مج س}^2}{n} - \frac{2 \text{ ل مج س}}{n}$$

وبالتعويض عن ل بقيمتها أي $\frac{\text{مج س}}{n}$ يصبح لدينا:

$$(10) \quad \boxed{م_1^2 = \frac{\text{مج س}^2}{n} - \left(\frac{\text{مج س}}{n} \right)^2}$$

وبأخذ $\frac{1}{n}$ مشترك تصبح المعادلة:

$$(11) \quad \boxed{م_1^2 = \left[\frac{\text{مج س}^2}{n} - \left(\frac{\text{مج س}}{n} \right)^2 \right]}$$

ولتطبيق هذا القانون المشتق تتبع الخطوات التالية:

أولاً: نجمع المشاهدات لإيجاد مج س.

ثانياً: نربع كل واحدة من المشاهدات لإيجاد س ٢، ثم نوجد مجموعها للحصول على مج س ٢.

ثالثاً: نطبق القانون.

ويأخذ مثال (١) الخاص بإيرادات ٨ تجار يكون لدينا الجدول التالي:

جدول (٥): إيجاد التباين لإيرادات ٨ تجار (بآلاف الجنيهات)

بتطبيق القانون المشتق

س	س ٢
٣٠	٩٠٠
٥٠	٢٥٠٠
٥٥	٣٠٢٥
٦٠	٣٦٠٠
٦٥	٤٢٢٥
٧٠	٤٩٠٠
٧٠	٤٩٠٠
٨٠	٦٤٠٠
٤٨٠	٣٠٤٥٠

$$\frac{1}{n} (\text{مج س}) - \frac{(\text{مج س})^2}{n} = \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{8} - \frac{(\frac{480}{8})^2}{8}$$

$$2880.0 - 3.40 \cdot \frac{1}{8} =$$

$$(160) \cdot \frac{1}{8} =$$

$$20.625 =$$

$$\sqrt{20.625} = 4.54 \text{ ألف جنيه}$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها بتطبيق القانون الأساسي.

في حالة القيم المئوية :

في حالة التوزيعات التكرارية يصبح قانون (١٠) وقانون (١١) كما يلي:

$$(12) \quad \boxed{\frac{\text{مجموع } K^2}{\text{مجموع}} - \frac{(\text{مجموع } K)^2}{\text{مجموع}} = S^2}$$

أو

$$(13) \quad \boxed{\frac{1}{\text{مجموع}} \left\{ \frac{\text{مجموع } K^2}{\text{مجموع}} - (\text{مجموع } K)^2 \right\} = S^2}$$

ولإيجاد التباين والاعتراف المعياري طبقاً للقانون المشتق نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نوجد مراكز الفئات من.

ثانياً: نضرب مراكز كل فئة في التكرار المناظر، ثم نجمع لإيجاد مجموع K .

ثالثاً: نضرب K في K لإيجاد K^2 ، ثم نوجد مجموعها أي مجموع K^2 .

رابعاً: نطبق القانون.

وبأخذ المثال السابق الخاص بمرجات ١٠٠ طالب في أحد الامتحانات يكون لدينا جدول

(٦).

جدول (٦): حساب التباين لدرجات ١٠٠ طالب في أحد
الامتحانات طبقاً للقانون المشتق

الصفات	ك	س	س ك	س ^٢ ك
- ٤٠	١٠	٤٩	٤٩٠	٢-٢٥٠
- ٥٠	١٥	٥٥	٨٢٥	٤٣٢٧٥
- ٦٠	٢٠	٦٥	١٣٠٠	٨٤٥٠٠
- ٧٠	٣٥	٧٥	٢٦٢٥	١١٦٨٧٥
- ٨٠	١٥	٨٥	١٢٧٥	١٠٨٣٧٥
١٠ أقل من ١٠٠	٥	٩٥	٤٧٥	٤٥١٢٥
المجموع	١٠٠		٦٦٥٠	٣٠٠٥٠٠

وربط طبق قانون (١٣):

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{مجموع ك}} \left[\frac{\sum (\text{مجموع ك}^2)}{\text{مجموع ك}} - \frac{(\sum \text{مجموع ك})^2}{\text{مجموع ك}} \right]$$

$$= \left[\frac{\sum (\text{مجموع ك}^2)}{\text{مجموع ك}} - \frac{(\sum \text{مجموع ك})^2}{\text{مجموع ك}} \right] =$$

$$= \frac{(17475)}{100}$$

$$= 174,75$$

$$\sigma = \sqrt{174,75} = 13,22 \text{ درجة}$$

وراضح أن العمليات الحسابية هنا صعبة، لذلك لجأ الاحصائيون لإيجاد طريقة أسهل في الحساب.

جـ - طريقة الانحرافات :

في حالة اللام غير الموزنة:

لقد سبق واستخدمنا فكرة الانحرافات عند دراسة الوسط الحسابي في الفصل السابق. وباستخدام نفس الرموز، فإن:

$$x = m - a \quad (14)$$

حيث:

x الانحراف

a الوسط الفرضي

ويمكن كتابة معادلة (14) كمايلي:

$$m = a + x \quad (15)$$

ولقد سبق وروينا في الفصل السابق أن الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات هو:

$$\bar{x} = a + \frac{\sum x}{n} \quad (16)$$

وبما أن $\frac{\sum x}{n}$ هو الوسط الحسابي للانحرافات أي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} \quad (17)$$

∴ معادلة (16) تصبح :

$$\bar{x} + a = m \quad (18)$$

وبأخذ القانون الأساسي للتباين :

$$(8) \quad \frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (س) - } \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (ج)}$$

وإذا عوضنا عن س من معادلة (١٥)، وعن ج من معادلة (١٨) يصبح لدينا:

$$\frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (أ + ج) - } \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (أ + ح)}$$

$$(19) \quad \text{مجد (ح - ج)} = \frac{1}{\sigma^2}$$

وهذا يعني أن استخدام وسط فرضي لا يؤثر على القانون الأساسي للتباين، فبمقارنة معادلة (٨) ومعادلة (١٩) نجد أن ح أخذ مكان س، ح أخذ مكان ج. ومن ثم يمكن اشتقاق معادلة أخرى على النحو الذي فعلناه للحصول على معادلة (١٠)، (١١) فيصبح لدينا:

$$(20) \quad \frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (ج) - } \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (ح)}$$

أو

$$(21) \quad \frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (ح) - } \frac{1}{\sigma^2} \text{ مجد (ج)}$$

ولتطبيق هذا القانون نتبع الخطوات التالية:

أولاً : نختار وسطاً فرضياً

ثانياً : نوجد انحرافات التقييم ح عن الوسط الفرضي، ثم نوجد مجموعها.

ثالثاً : نربع كل انحراف، ثم نجمع مربعات الانحراف لايجاد مجد^٢.

وأخيراً : نطبق القانون.

جدول (٧) : حساب التباين لبرادات ٨ محار
بتطبيق قانون الانحرافات

س	ح = س - ٦٥	ح ^٢
٣٠	٣٥ -	١٢٢٥
٥٠	١٥ -	٢٢٥
٥٥	١٠ -	١٠٠
٦٠	٥ -	٢٥
٦٥	.	.
٧٠	٥	٢٥
٧٠	٥	٢٥
٨٠	١٥	٢٢٥
	٤٠ -	١٨٥٠

ونتطبيق معادلة (٢١) يصبح لدينا:

$$\left[\frac{\sum (\text{مجرح})}{n} - \bar{x} \right] \frac{1}{n} = \frac{s^2}{n}$$

$$\left[\frac{\sum (x_i - \bar{x})}{n} - ١٨٥٠ \right] \frac{1}{n} =$$

$$\left[\frac{٢٠٠}{n} - ١٨٥٠ \right] \frac{1}{n} =$$

$$٢٠٦,٢٥ = \frac{(١٦٥٠)}{n} \frac{1}{n} =$$

$$١٤,٣٦ \approx \sqrt{\frac{٢٠٦,٢٥}{n}} = s$$

في حالة التوزيعات التكرارية يصبح قانوني (٢٠) ، (٢١) كالآتي:

$$(٢٢) \quad \frac{\text{مجدح}^2}{\text{مجدح}} - \frac{\text{مجدح}^2}{\text{مجدح}} = 0$$

أو

$$(٢٣) \quad \frac{\text{مجدح}^2}{\text{مجدح}} - \frac{1}{\text{مجدح}} = 0$$

ولإيجاد التباين والانحراف المعياري طبقاً لقانون الانحرافات تتبع الخطوات التالية:

أولاً : نوجد مراكز الفئات من

ثانياً : نختار وسطاً فرضياً ثم نوجد انحرافات مراكز الفئات عن الوسط القرضي.

ثالثاً نوجد حاصل ضرب الانحراف في التكرار لإيجاد ح ك ثم نوجد مجموعه.

رابعاً : نوجد حاصل ضرب الانحراف في ح ك للحصول على ح^٢ ك ثم نوجد مجموعه.

خامساً : نطبق القانون.

وفي مثال (٢) الخاص بدرجات ١٠٠ طالب، ولإيجاد التباين والانحراف المعياري

بطريقة الانحرافات تكون جدول (٨):

جدول (٨) : إيجاد التباين لدرجات ١٠٠ طالب

:- طبق القانون الانحرافات

الفئات	ك	ح	ح ك	ح ^٢ ك
٤٠ -	١٠	٤٥	٤٥٠	١٠٠٠
٥٠ -	١٥	٥٥	٨٢٥	١٥٠٠
٦٠ -	٢٠	٦٥	١٣٠٠	٢٠٠٠
٧٠ -	٢٥	٧٥	١٨٧٥	٢٥٠٠
٨٠ -	٣٥	٨٥	٢٩٧٥	٣٥٠٠
٩٠ وأقل من ٩٠	٥	١٥	٧٥	٢٠٠
المجموع	١٠٠			

$$\sigma^2 = \frac{1}{d} \left(\frac{r_{\text{مجد}}^2}{d} - \frac{r_{\text{مجد}}^2}{d} \right)$$

$$\left[\frac{r_{(100)}^2}{100} - \frac{2000}{100} \right] \frac{1}{100} =$$

$$\left[\frac{2070}{100} - \frac{2000}{100} \right] \frac{1}{100} =$$

$$\frac{(17470)}{100} =$$

$$174,70 =$$

$$\sigma = \sqrt{174,70} = 13,22 \text{ درجة}$$

د- قانون الانحرافات المختصرة:

في حالة القيم المبوبة:

إذا كان هناك عاملاً مشتركاً (ل) بين قيم الانحرافات (ح)، يمكننا تسهيل العمليتين الحسابية باستخدام فكرة الانحرافات المختصرة على النحو المبين في الفصل السابق عند حساب الوسط الحسابي، وابتخاذ الرمز \bar{C} للدلالة على الانحرافات المختصرة فإن:

$$\bar{C} = \frac{C}{J} \quad (24)$$

وبالتالي يصبح قانوني (٢٠) ، (٢١) كالآتي:

$$\sigma^2 = \frac{1}{J} \times \left[\frac{r_{\text{مجد}}^2}{d} - \frac{r_{\text{مجد}}^2}{d} \right] \quad (25)$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{1}{J} \times \left[\frac{r_{\text{مجد}}^2}{d} - \frac{r_{\text{مجد}}^2}{d} \right] \quad (26)$$

أولاً: نختار وسطاً فرضياً.

ثانياً: نوجد انحرافات القيم عن الوسط الفرضي.

ثالثاً: نوجد الانحرافات المختصرة ح بقسمة الانحرافات على ل.

رابعاً: نربع الانحرافات المختصرة ح^٢.

خامساً: نطبق القانون.

وبين جدول (٩) طريقة حساب التباين لبيانات ٨ تجار بتطبيق قانون الانحرافات المختصرة.

وبتطبيق معادلة (٢٦):

$$س = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k f_j x_j - \bar{x} = \frac{1}{50} \sum_{j=1}^k f_j x_j - ٧٤$$

$$= \frac{1}{50} \left[\frac{٢(٨)}{٨} - ٧٤ \right] =$$

$$= \frac{1}{50} \times (٦٦) =$$

$$= ١,٣٢$$

جدول (٩): حساب التباين لبيانات ٨ تجار

بتطبيق قانون الانحرافات المختصرة

س	س - س - ٧٤	س - ٧٤	س
٢٠	- ٥٤	- ٧٢	٤٩
٥٠	- ٢٤	- ٤٢	٩
٥٥	- ١٩	- ٣٧	٤
٦٠	- ١٤	- ٣٢	١
٦٥	- ٩	- ٢٧	٠
٧٠	- ٤	- ٢٢	١
٧٠	- ٤	- ٢٢	١
٨٠	١٠	- ٦	١
		- ٨	٧٤

$$6 = 5 \sqrt{8,25} = 14,32 \text{ ألفت جنيه.}$$

في حالة القيم المبوية:

في حالة القيم المبوية قانوني (٢٠)، (٢١) يصبحان كالآتي:

$$(27) \quad \boxed{6^2 = \frac{\text{محد}^2 \text{ك}}{\text{محد}} - \frac{\text{محد}^2 \text{ل}}{\text{محد}} \times \text{ل}}$$

أو:

$$(28) \quad \boxed{6^2 = \frac{1}{\text{محد}} [\text{محد}^2 \text{ك} - \text{محد}^2 \text{ل} \times \text{ل}]}$$

ولإيجاد التباين والانحراف المعياري بطريقة الانحرافات المختصرة تتبع الخطوات التالية:

أولاً: نوجد مراكز الفئات م.

ثانياً: نختار وسطاً فرضياً ثم نوجد الانحرافات (ح) عن الوسط الفرضي.

ثالثاً: نوجد الانحرافات المختصرة (خ) وذلك عن طريق قسمة الانحرافات على طول الفئة (ل) إذا كانت الفئات متساوية، أو على عامل مشترك (ل) إذا كانت الفئات غير متساوية.

رابعاً: نوجد حاصل ضرب خ × ك ونوجد مجموعه.

خامساً: نوجد حاصل ضرب (ح × ك) لإيجاد خ^٢ ك ونوجد مجموعه.

سادساً: نطبق القانون.

وسين جدول (١٠) طريقة إيجاد التباين للدرجات المائة طالب بتطبيق قانون الانحرافات المختصرة.

جدول (٩) : إيجاد التباين للدرجات ١٠٠ طالب

بتطبيق قانون الانحرافات المحصورة

الفئات	ك	س	ح	ح	ح ك	ح ٢ ك
- ٤٠	١٠	٤٥	٢٠ -	٢ -	٢٠ -	٩٠
- ٥٠	١٥	٥٥	٢٠ -	٢ -	٢٠ -	٦٠
- ٦٠	٢٠	٦٥	١٠ -	١ -	٢٠ -	٢٠
- ٧٠	٢٥	٧٥
- ٨٠	١٥	٨٥	١٠	١	١٥	١٥
٩٠ وتقل من ١٠٠	٥	٩٥	٢٠	٢	١٠	٢٠
المجموع	١٠٠				٥٥ -	٢٠٥

وبتطبيق قانون (٢٨) يتج أن

$$٢١٠ \times \left[\frac{٢(٥٥-)}{١٠٠} - ٢٠٥ \right] \frac{١}{١٠٠} = ٢\sigma$$

$$= \sqrt{١٧٤,٧٥} = ١٣,٢٢ \text{ درجة .}$$

التباين والانحراف المعياري في العينات:

لقد فرقنا في مستهل هذا الفصل بين متوسط المجتمع μ ومتوسط العينة \bar{x} ، ولكن هذا الفرق في استخدام الرموز لا يؤثر على طريقة حساب الوسط الحسابي، فهي طريقة واحدة لا تتغير سواء حسب للمجتمع أو للعينة.

كما فرقنا أيضا بين الانحراف المعياري للمجتمع « و الانحراف المعياري للعينة ع. و رأينا أنه إذا كانت البيانات المستخدمة تكون المجتمع محل البحث، فلإيجاد الانحراف المعياري نستخدم العلاقة:

$$(29) \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (s - \bar{s})^2}$$

أو أي من العلاقات المشتقة التي سبق ودرستها.

أما إذا كانت البيانات المستخدمة تكون عينة ونريد إيجاد الانحراف المعياري، فإننا ن سحب متوسط العينة \bar{s} ، ونوجد الانحراف المعياري للعينة بالقانون الآتي:

$$(30) \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (s - \bar{s})^2}$$

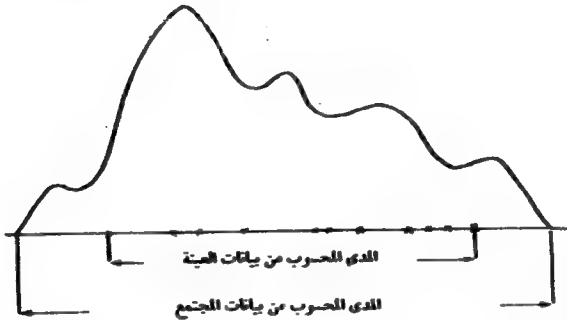
والفرق بين قانون (29) وقانون (30) هو :

أولاً: عند حساب الانحراف المعياري للمجتمع رموزنا للوسط الحسابي بالرمز \bar{s} وعند حساب الانحراف المعياري للعينة رموزنا للوسط الحسابي بالرمز \bar{s} .
ثانياً: عند حساب الانحراف المعياري للمجتمع قسمنا مربع الانحرافات على n ، في حين أن عند حساب الانحراف المعياري للعينة قسمنا مربع الانحرافات على $n - 1$.

والفرق الأول هو فرق في الرموز فقط يدل على ما إذا كنا نتعامل مع مجتمع أو مع عينة، ولكنه لا يؤثر على طريقة الحساب. أما الفرق الثاني فهو فرق جوهري، فعندما نقسم على $n - 1$ نحصل على نتيجة مختلفة عما سنحصل عليها عند القسمة على n .

والسبب في قسمة مربع الانحرافات على $n - 1$ بدلاً من n يرجع إلى أن اختلاف القيم عن بعضها البعض في العينة أقل من اختلاف القيم عن بعضها البعض في المجتمع. ويوضح شكل (1) هذه الفكرة. فشكل (1) يبين لنا شكل مجتمع معين والمدي الذي تنتشر فيه جميع مفرداته. كما يبين الشكل مفردات عينة عشوائية والتي رموزنا لها بالرمز x . ومن الملاحظ أن المدي الذي

تنتشر فيه مفردات العينة أصغر من المدى الذي تنتشر فيه مفردات المجتمع.
فالعينة التي تحتوي على أكبر قيمة وأصغر قيمة في المجتمع تعتبر عينة غير عادية.
ومن ثم فإن درجة التشتت في العينة تكون أقل من درجة التشتت في المجتمع.



شكل (١): المدى المحسوب من بيانات المجتمع، والمدى المحسوب من بيانات العينة
فإذا كنا نستخدم بيانات عينة لتقدير الانحراف المعياري للمجتمع، فيجب
علينا تعديل طريقة الحساب لتعويض صغر التشتت في العينة، ويتم ذلك عن طريق
قسمة مربع الانحرافات على $n - 1$ بدلاً من n .
وقد يتساءل البعض عن سبب القسمة على $n - 1$ وليس n أو $n - 3$ مثلاً.
والسبب هو إن القسمة على $n - 1$ تعطي تقدير أفضل لتباين المجتمع ومن
ثم للانحراف المعياري، عن القسمة على أي مقام آخر. وتسمى $n - 1$ بدرجات
الحرية.

ويسمى البعض درجات الحرية بأنها عدد العناصر التي يمكن اختيارها بحرية،
أو عدد المتغيرات التي يمكن أن تتغير بحرية، أو عدد المتغيرات المستقلة^(١).

(١) Yamane T., «Statistics an introductory analysis», Harper & Row, N.Y., 1961

ففي حالة وجود مجموع مربعات كميات معينة، فإن درجات الحرية تعرف بأنها عدد المربعات ناقص عدد المتغيرات المستقلة المفروضة على الكميات محل البحث. فنحن من المشاهدات لدينا n من مربعات الانحرافات القيم عن وسطها الحسابي، ولكن هناك $n - 1$ فقط منها هي المستقلة، بمعنى أنه إذا عرفنا $n - 1$ من هذه الانحرافات نستطيع تحديد الانحراف النوني. والسبب يرجع إلى أن لدينا قيداً وهو: أن مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي يجب أن تكون صفراً. ومن ثم فإن مجموع مربعات الانحرافات n من القيم عن وسطها الحسابي لها $n - 1$ درجات حرية^(١).

وعند تطبيق الانحراف المعياري للعينة يمكن تطبيق القانون المعدل، وقانون الانحرافات، وقانون الانحرافات المختصرة السابقة الذكر، مع الفارق في استخدام درجات الحرية $n - 1$ بدلاً من n .

وبالتالي سيكون لدينا القوانين الآتية:

في حالة القيم الغير مبوية:

القانون المعدل:

$$(٣١) \quad \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\frac{(\sum x)^2}{n} - \sum x^2 \right]} = \epsilon$$

قانون الانحرافات:

$$(٣٢) \quad \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum (x - \bar{x})^2 \right]} = \epsilon$$

قانون الانحرافات المختصرة:

$$(٣٣) \quad \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right]} = \epsilon$$

في حالة القم المبوبة:

القانون المعدل:

$$(٣٤) \quad \sqrt{\frac{1}{1-\sigma^2} \left[\frac{(\text{محد ك}^2)}{\text{محد ك}} - \text{محد ك} \right]} = \epsilon$$

قانون الانحرافات:

$$(٣٥) \quad \sqrt{\frac{1}{1-\sigma^2} \left[\frac{(\text{محد ك}^2)}{\text{محد ك}} - \text{محد ك} \right]} = \epsilon$$

قانون الانحرافات المختصرة.

$$(٣٦) \quad \sqrt{\frac{1}{1-\sigma^2} \left[\frac{(\text{محد ك}^2)}{\text{محد ك}} - \text{محد ك} \right]} = \epsilon$$

وإجمالاً فإن الانحراف المعياري أصبح أهم مقاييس التشتت استخداماً، وهو يستخدم كل المشاهدات، ولكن لا يمكن حله في حالة الفئات المفتوحة حيث لا يمكن إيجاد مراكز الفئات.

Relative Dispersion

مقاييس التشتت النسبي:

مقاييس التشتت السابق دراستها لا تمكن من المقارنة بين مجموعتين من القم، فقد تختلف وحدات القياس من مجموعة عن الأخرى فمثلاً عند مقارنة تشتت أطوال مجموعة من التلاميذ بتشتت أوزانهم، الأولى مقاسة بالأمتار والثانية بالكيلوجرامات فلا يمكن إجراء مثل هذه المقارنة باستخدام مقاييس التشتت المطلق. وحتى إذا كانت وحدات القياس واحدة، وكان هناك اختلاف بين متوسطي المجموعتين، أو بين حجم البيانات من مجموعة عن الأخرى، فلا يمكن استخدام مقاييس التشتت المطلق. لإيضاح ذلك نفرض أن المطلوب مقارنة تشتت درجات مجموعة من الطلبة في امتحانين، وكان متوسط درجة الامتحان الأول ٦٠ درجة بانحراف معياري ٦ درجات، والدرجة النهائية ١٠٠: بينما كان متوسط

درجة الامتحان الثاني هي ٧٠٠ درجة باغراف معياري ٧ درجات وتلك درجة النهائية هي ١٠٠٠ درجة.

فإذا نظرنا إلى درجة التشتت المطلق، فيمكن لأول وهلة القول بأن درجة التشتت في الامتحان الثاني، أكبر منها في الأول؛ ولكن إذا أخذنا في الحسبان أن هذه الدرجة مقاسة بالنسبة لمتوسطين مختلفين، فإن النتيجة قد تكون مغايرة. ففي مثل هذه الحالة يجب قياس ما يسمى بالتشتت النسبي أو معامل الاختلاف. ويمكن تعريف معامل الاختلاف بأنه نسبة مقياس التشتت إلى المتوسط المرتبط به مضروبة في ١٠٠.

$$\text{أي: معامل الاختلاف} = ١٠٠ \times \frac{\text{مقياس التشتت}}{\text{المتوسط الناظر}} \quad (٣٧)$$

فمثلاً إذا أخذنا الاغراف المعياري فهو يقيس التشتت حول الوسط الحسابي، وبالتالي:

$$\text{معامل الاختلاف} = ١٠٠ \times \frac{\text{الاغراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \quad (٣٨)$$

وبالمثل فإن نصف المدى الربيعي يقيس التشتت حول الوسيط، وبالتالي:

$$\text{معامل الاختلاف} = ١٠٠ \times \frac{\text{نصف المدى الربيعي}}{\text{الوسيط}} \quad (٣٩)$$

وإذا رمزنا للربيع الأدنى بالرمز r_1 والربيع الأعلى بالرمز r_2 ، والوسيط بالرمز w فإن:

$$\text{معامل الاختلاف} = ١٠٠ \times \frac{\frac{r_2 - r_1}{2}}{w} \quad (٤٠)$$

ولكن في معظم الحالات يمكن النظر إلى الوسيط على أنه متوسط الربيعين

$$\text{أي،} \quad w = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (٤١)$$

وبالتعويض في (٤٠) يتبع أن:

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{1.5 - 3.5}{2} \div 100 \times \frac{1.5 + 3.5}{2}$$

$$\text{معامل الاختلاف} = 100 \times \frac{1.5 - 3.5}{1.5 + 3.5} \quad (٤٢)$$

وهذه الصيغة تكون مفيدة في حالة الفئات المفتوحة حيث لا يمكن إيجاد كل من الوسط الحسابي ولا الانحراف المعياري.
وفي المثال السابق نوجد معامل الاختلاف بالنسبة للامتحانين.

$$\text{معامل الاختلاف بالنسبة للامتحان الأول} = 100 \times \frac{7}{9} = 77.78$$

$$\text{ومعامل الاختلاف بالنسبة للامتحان الثاني} = 100 \times \frac{7}{9} = 77.78$$

تشتت درجات الامتحان الأول أكثر من تشتت درجات الامتحان الثاني.

مقاييس الإلتواء

كما سبق يتضح أن مقاييس التشتت تقيس درجة بعد القيم عن بعضها البعض أو عن أحد المتوسطات، ولكنها لا توضح الطريقة التي تتوزع بها المفردات داخل التوزيع. فهل هي متائلة حول المتوسط؟ أم تتمركز نحو اليسار؟ أم ناحية اليمين؟ وهذا دور مقاييس الإلتواء التي تقيس درجة عدم التماثل في التوزيع التكراري وتبين الإتجاه الذي يتجه إليه الإلتواء.

وبالتالي فإن التواء التوزيع يقيس شيئين: إتجاه الإلتواء ودرجته. ويعتمد إتجاه الإلتواء على قمة التوزيع، فإذا كانت في المنتصف كان التوزيع متائلاً، وإذا كانت قمة التوزيع تتجه إلى اليسار يكون التوزيع موجباً، وإذا كانت قمة التوزيع تتجه إلى اليمين يكون التوزيع سالباً.

أما بالنسبة لدرجة الالتواء ، فلقد سبق وأن ذكرنا في الفصل السابق - عند دراسة العلاقة بين الوسط الحسابي والوسيط والمتوال - ، أنه في حالة التوزيعات المتماثلة فإن :

$$\text{الوسط الحسابي} = \text{المتوال} = \text{الوسيط}$$

وفي هذه الحالة تكون درجة الالتواء صفر .

ويمكن استخدام هذه الظاهرة لقياس درجة الالتواء ، فكلما زادت درجة الالتواء كلما ابتعد الوسط الحسابي عن المتوال . ويقاس يرسون Pearson درجة الالتواء بإيجاد الفرق بين الوسط الحسابي والمتوال وقسمته على الانحراف المعياري . وبالتالي فإن :

$$(٤٣) \quad \frac{\text{الوسط الحسابي} - \text{المتوال}}{\text{الانحراف المعياري}} = \text{الالتواء}$$

وبما إن قياس المتوال ليس دقيق في التوزيعات التكرارية فيفضل البعض استخدام الوسيط بدلاً منه ، ولقد رأينا في الفصل السابق أن :

$$(٤٤) \quad \text{الوسط الحسابي} - \text{المتوال} \approx ٣ (\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})$$

بتعويض معادلة (٤٤) في معادلة (٤٣) يتج أن :

$$(٤٥) \quad \frac{٣ (\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}} = \text{الالتواء}$$

ولو أخذ كمثال توزيع درجات ١٠٠ طالب في امتحان الاحصاء ، نجد أن :
الوسط الحسابي = ٦٣,٨٥ درجة ، الوسيط = ٦٣,٥٧ درجة ، المتوال = ٦٢,٨٦ درجة والانحراف المعياري = ٩,٠٥ درجة .
وبتطبيق معادلة (٤٣) يتج أن .

$$\text{الالتواء} = \frac{٦٢,٨٦ - ٦٣,٨٥}{٩,٠٥} = -٠,١٠٩$$

وبالتالي فإن الالتواء ضعيف وموجب .

وبتطبيق معادلة (٤٥) يتج أن :

$$\text{الالتواء} = \frac{٣ (٦٣,٥٧ - ٦٣,٨٥)}{٩,٠٥} = -٠,٠٩٢$$

هنا أيضاً الالتواء ضعيف وموجب، ولو أن النتيجة تختلف اختلافاً طفيفاً بين القياسين، وهذا راجع إلى العلاقة (٤٤) حيث الفرق بين الوسط الحسابي والمتوال يساوي تقريباً ٣ أضعاف الفرق بين الوسط الحسابي والوسيط. ويجب ملاحظة أن درجة الالتواء تكون دائماً كسراً.

أما في حالة التوزيعات المفتوحة حيث لا يمكن حساب الوسط الحسابي أو الانحراف المعياري، يقترح بول مقياساً آخر للالتواء يقوم على أساس أنه إذا كان التوزيع متماثل فإن الفرق بين الربيع الأعلى والوسيط يساوي الفرق بين الوسيط والربيع الأدنى. وكلما زادت درجة التماثل كلما اقترب الفرق بين الربيع الأعلى والوسيط إلى الفرق بين الوسيط والربيع الأدنى. وفيما يلي معادلة بول للالتواء: (باستخدام الرموز السابق استخدامها).

$$(٤٦) \quad \text{معامل الالتواء} = \frac{(r_3 - r_2) - (r_2 - r_1)}{(r_3 - r_2) + (r_2 - r_1)}$$

$$(٤٧) \quad = \frac{r_3 + r_2 - 2r_1}{r_3 - r_1}$$

ومن توزيع درجات ١٠٠ طالب كان الربيع الأدنى = ٥٧,٠٦ درجة، والربيع الأعلى = ٧٠,٢٨ درجة. والوسيط = ٦٣,٥٧ درجة. وبتطبيق معادلة (٤٦) يتج أن:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{(٥٧,٠٦ - ٦٣,٥٧) - (٦٣,٥٧ - ٧٠,٢٨)}{(٥٧,٠٦ - ٦٣,٥٧) + (٦٣,٥٧ - ٧٠,٢٨)}$$

$$= \frac{٦,٥١ - ٦,٧١}{٦,٥١ + ٦,٧١}$$

$$= -\frac{٠,٢}{١٣,٢٢} = -٠,١٥$$

والالتواء هنا أيضاً موجب وضعيف. ولكن لا يساوي معامل التواء بيرسون لأن أساس الحساب مختلف.

تمارين

١) فيما يلي درجات ١٠٠ طالب في أحد الامتحانات:

١٩ ، ٢٢ ، ٢٧ ، ٣٠ ، ٣٢ ، ٣٢ ، ٣٥ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧
 ٣٧ ، ٣٨ ، ٣٩ ، ٤٠ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٤٤ ، ٤٥ ، ٤٥ ، ٤٥
 ٤٦ ، ٤٧ ، ٤٧ ، ٤٨ ، ٤٨ ، ٤٩ ، ٥٠ ، ٥٠ ، ٥١
 ٥١ ، ٥١ ، ٥٢ ، ٥٢ ، ٥٢ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٥٦
 ٥٧ ، ٥٧ ، ٥٨ ، ٥٨ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦٠ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢
 ٦٢ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥ ، ٦٥
 ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٠ ، ٧١ ، ٧١
 ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٧٧
 ٧٧ ، ٧٨ ، ٧٨ ، ٧٩ ، ٧٩ ، ٧٩ ، ٨٠ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨١
 ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ، ٨٦ ، ٨٧ ، ٨٧ ، ٨٧ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٣

والمطلوب:

أولاً إيجاد المدى.

ثانياً: تكوين جدول توزيع تكراري ملائم (خذ الفئات: ١٥ - ،

٢٥ - ، ٣٥ - ،) ثم أوجد الانحراف المعياري للتوزيع.

٢) فيما يلي عدد مخالفات المرور التي وقع فيها مجموعة من السائقين في فترة

زمنية معينة:

عدد مخالفات المرور	٠	١	٢	٣	٤	٥ أو أكثر
عدد السائقين	٢٧	٢٥	١٢	٥	١	٠

والمطلوب:

أولاً: إيجاد الانحراف المعياري لهذا التوزيع

ثانياً: إيجاد الانحراف المتوسط.

٢) فيما يلي الأجور الشهرية لموظفي أحد الشركات

١١٥							
أقل من ١٢٥	-١٠٥	-٩٥	-٨٥	-٧٥	-٦٥	-٥٥	الأجور
١٢	١٤	١٧	٢٠	١٥	١٢	١٠	عدد الموظفين

والمطلوب:

أولاً: إيجاد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع.

ثانياً: حساب معامل الاختلاف.

٤) الآتي توزيع مجموعة من الطلبة تبعاً لأطوالهم بالبوصة:

أقل من ٦٨ صفر

أقل من ٧٠ ٢١

أقل من ٧٢ ١٢٢

أقل من ٧٤ ٢٣٢

أقل من ٧٦ ٢٨٩

أقل من ٧٨ ٣٢٠

والمطلوب:

أ - حساب معامل الاختلاف.

ب - حساب الوسيط ومعامل الاختلاف الربيعي.

ج - حساب المتوسط ونسبة الطلبة الذين يقل طولهم عنه.

د - حساب التواء هذا التوزيع.

٥) إذا علمت أن متوسط دخل الفرد في بلد (٢) يساوي ٦٠٠٠ دولار

ستوباً بانحراف معياري ٢٠ دولار ، وأن متوسط دخل الفرد في بلد (ب) يساوي ١٠٠٠ جنيه استرليني بانحراف معياري ٢٠٠ جنيه استرليني ففي أي البلدين تكون فيه الدخول أكثر عدالة في التوزيع ؟

٦) قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من ١٠٠ عاملة فوجد أن متوسط الأجر الشهري للعاملة هو ٥٥ جنيه بانحراف معياري ١٠ ج، وبسحب عينة من عمال نفس المصنع وجد أن أجورهم الشهرية تتوزع كالآتي:

فئات الأجر (بالجنيه)	-٤٠	-٤٥	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	-٧٥	-٨٠	٨٥ وأقل
عدد العمال	٢	٥	١٠	١٥	٢٠	١٨	١٢	٨	٦

ومن واقع هذه البيانات استنتج الباحث أن أجور العمال أكثر عدالة في التوزيع من أجور العاملات. فهل كان استنتاج الباحث صحيحاً ؟

٧) قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من ١٠٠ عاملة وكان توزيع أجورهم الشهرية كالآتي:

فئات الأجر	-٤٠	-٤٥	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	-٧٥	٨٠ فأكثر
عدد العاملات	٢	٦	٨	١٢	١٥	٢٠	١٨	١٢

فإذا علمت أن متوسط الأجر الشهري للعمال هو ٦٠ جنيه بانحراف معياري ١٠ جنيه، وأن الربيع الأعلى لأجور العمال هو ٨٠ جنيه والربيع الأدنى هو ٤٠ جنيه. فأيهما أكثر عدالة في التوزيع أجور العمال أم أجور العاملات ؟

٨) فيما يلي قائمة الأجور الشهرية بالجنهات لمجموعتين من العمال يعملون في مصنعين مختلفين:

٣٠	١٨	٢٧	٢٢	٢٥	٢٠	٣٠	١٥	٣٥	٢٨	أجور المجموعة الأولى (بالجنهات)
٢٢	٣٠	٢٢	١٨	٢٢	٢٥	٣٥	٢٠	٣٥	٢١	أجور المجموعة الثانية (بالجنهات)

والمطلوب:

معرفة أي من المجموعتين تتوزع فيها الأجور أكثر عدالة.

الوحدات القياسية : (Standard units)

إذا كانت لدينا مجموعة من المقدرات ثم حسبنا الوسط الحسابي من والانحراف المعياري مع هذه المجموعة ثم طرحنا قيمة الوسط الحسابي من كل مفردة من مقدرات المجموعة ونقسمنا النتائج على قيمة الانحراف المعياري فإن القيم الجديدة التي نحصل عليها تكون متباعدة بوحدة تسمى بالوحدات القياسية. فإذا رمزنا لقيم الجديدة بالرمز \bar{S} نجد أن :

$$\bar{S} = \frac{S - \bar{X}}{C}$$

حيث الوسط الحسابي لقيم \bar{S} يساوي صفراً والانحراف المعياري لها يساوي الوحدة .

وتبيننا أهمية القياسية في أنها تمكنا من مقارنة قيم المجموعات المختلفة وذلك بتحويل الوحدات المستخدمة في كل مجموعة إلى وحدات مياسية وذلك باستخدام الوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة منها .

الفصل السابع الارتباط والانحدار

الارتباط : (Correlation)

في دراستنا السابقة تعرضنا لبعض المقاييس الاحصائية التي تصف متغير واحد منها الوسط الحسابي والوسيط والنوال والوسط الهندسي كمقاييس للركزة ، والانحراف المعياري والانحراف المعياري كمقاييس لثقل القيم . وسنتم الآن بدراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر بهدف معرفة الارتباط بين هذه المتغيرات . ولدراسة الارتباط بين متغيرين نحتاج لقياس يقيس لنا درجة العلاقة بينهما واتجاه هذه العلاقة فإذا وجدنا أن الزيادة في المتغير الأول تصاحبها زيادة في المتغير الثاني وأن النقص في المتغير الأول يصاحبه نقص في المتغير الثاني نقول أنه يوجد ارتباط طردي (موجب) بين هذين المتغيرين . أما لو كانت الزيادة في المتغير الأول يصاحبها نقص في المتغير الثاني وأن النقص في المتغير الأول يصاحبه زيادة في المتغير الثاني نقول إنه يوجد ارتباط عكسي (سالب) بين هذين المتغيرين . وقد قابلنا حالات نحمد فيها أن الارتباط يكون تاما (سواء كان طرديا أم عكسيا) وفي هذه الحالات نستطيع معرفة أحد المتغيرين لو عرفنا المتغير الآخر والامثلة على ذلك عديدة منها العلاقة بين مساحة البائرة ونصف قطرها وطول ضلع المربع ومساحته ... الخ . وقد قابلنا أيضا حالات ينعدم فيها الارتباط مثل دراسة العلاقة بين طول الفرد ودخله . أما الحالات الشائعة والتي قابلنا كثيرا في الدراسات المختلفة فهي التي لا يكون الارتباط فيها تاما ولا يكون متعددا ولكن بين هذا وذاك . مثل دراسة العلاقة بين الطول والوزن أو العلاقة بين التقدير الذي حصل عليه بعض الطلبة في مادتين أو ... الخ .

وواجب ملاحظته أن وجود ارتباط بين متغيرين لا يعني ما إذا كان أحدهما تابع الآخر فإذا كان لدينا متغيرين x ، y ، ووجدنا بينهما ارتباطاً قوياً فإن هذا لا يوضح ما إذا كانت y تؤثر في x أو أن x تؤثر في y ، لم أن هناك عامل مشترك يؤثر في كل منهما وهو الشيء الذي أدى إلى زيادة الارتباط بينهما .

معامل الارتباط (coefficient of correlation)

بين وجود الارتباط بين ظاهرتين أن التغير (بالنسبة أو الزيادة) في أحدهما يكون مصحوباً بتغير في الظاهرة الأخرى (ويكون هذا التغير في نفس الاتجاه في حالة الارتباط الموجب وفي الاتجاه العكس في حالة الارتباط العكسي) أي أن الارتباط يمكن قياسه بواسطة التغيرات التي تحدث في الظاهرتين .
 فإذا كان لدينا التغيرين x ، y ، يبرهن عن ظاهرتين معينتين فإن أفضل طريقة لقياس التغير في هاتين الظاهرتين هي مقارنة القيم الميارية لها أي :

$$\left(\frac{\bar{y} - \bar{y}}{s_y} \right), \left(\frac{\bar{x} - \bar{x}}{s_x} \right)$$

حيث s_x ، s_y هما الانحرافان للمياريين القيم \bar{x} ، \bar{y} على الترتيب
 ومما نلاحظ أن حاصل ضرب القيم الميارية للظاهرتين يكون كبيراً عندما
 (يقترب الطرقتان إلى الصورة موجبة كانت لم سالبة) في حالة وجود ارتباط قوي
 بين الظاهرتين وعليه فقد اتفق على اتخاذ متوسط حاصل ضرب القيم الميارية
 كقياس لقوة الارتباط بين التغيرين ومطابق عليه اسم معامل الارتباط
 (r) حيث :

$$\left(\frac{\bar{y} - \bar{y}}{s_y} \right) \left(\frac{\bar{x} - \bar{x}}{s_x} \right) = \frac{1}{n} = r$$

حيث n هي عدد أزواج المقدرات . ونجد أن معامل الارتباط (r) يتنوع بالخصائص التالية :

- ١ - تتراوح قيمة السددة بين الصفر والواحد الصحيح .
 - ٢ - هذا القياس يساوى صفرا في حالة إنعدام الارتباط ويساوى الوحدة في حالة الارتباط التام .
 - ٣ - تكون قيمة هذا القياس موجبة حينما يكون الارتباط طردي وتكون سالبة في حالة الارتباط العكسي .
 - ٤ - قيمة هذا القياس السددة تزداد كلما إزدادت درجة الارتباط .
- حلي معامل الارتباط :

نرى الصيغة السابقة بمعامل بيرسون للارتباط ويمكن كتابتها على الصورة

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{n} \sum (y - \bar{y})^2}}$$

حيث أن كلا من \bar{x} ، \bar{y} مقدار ثابت ويمكن أخذه كعامل مشترك في المقام . وهذه الصيغة وإن كانت أسهل في حسابها من الصيغة السابقة إلا أنها أيضا تتطلب الكثير من العمليات الحسابية وعامة إذا اجتزى كل من \bar{x} ، \bar{y} على كسور وما يترتب على ذلك من صعوبة العمليات الحسابية والبسط في الصيغة الأخيرة هو :

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y - \bar{y})^2}}$$

$$= \frac{1}{n} (\bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x})$$

$$= \frac{1}{n} (\bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x})$$

$$= \frac{1}{n} (\bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x})$$

$$= \frac{1}{n} (\bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x})$$

$$= \frac{\bar{x} - \bar{x}}{n} = \bar{x} - \bar{x}$$

$$\text{حيث } \bar{x} = \frac{\sum x}{n} , \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 - \frac{\sum x^2}{n}} = \bar{x}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 - \frac{\sum x^2}{n}} = \bar{x}$$

مثال (١): احسب معامل الارتباط بين قيم التخرج من ص من الفئات الآتية:

٦٥	٦٨	٦٢	٧٠	٦٦	٦٧	٦٤	٦٨	٧١	٦٩	ص
٢٨	٢٩	٢٦	٢٨	٢٥	٢٨	٢٥	٢١	٢٠	٢٨	ص

ولحساب معامل الارتباط باستخدام الصيغة السابقة يلزمنا معرفة كل من
 \bar{x} ، \bar{y} ، \bar{z} ، \bar{xy} ، \bar{xz} ، \bar{yz} ، \bar{xyz} من وهذه يمكن حسابها كما في
 جدول (٢٠).

جدول (٢٠)

إيجاد معامل الارتباط بين المتغيرين x ، y

x	y	xy	x^2	y^2
٦٩	٢٨	٤٧٦١	٧٨٤	١٩٣٢
٧١	٣٠	٥٠٤١	٩٠٠	٢١٣٠
٦٨	٢١	٤٦٢٤	٩٦١	٢١٠٨
٦٤	٢٥	٤٠٩٦	٦٢٥	١٦٠٠
٦٧	٢٨	٤٤٨٩	٧٨٤	١٨٧٦
٦٦	٢٥	٤٣٥٦	٦٢٥	١٦٥٠
٧٠	٢٨	٤٩٠٠	٧٨٤	١٩٦٠
٦٢	٢٦	٣٨٤٤	٦٧٦	١٦١٢
٦٨	٢٩	٤٦٢٤	٨٤١	١٩٧٢
٦٥	٢٨	٤٢٢٥	٧٨٤	١٨٢٠
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ
٦٧٠	٢٢٨	٤٤٦٦٠	٦٧٦٤	١٨٦٦٠

$$٦٧ = \frac{٧٧٠}{١٠} = \bar{٧}$$

$$٢٧٠٨ = \frac{٢٧٨}{١٠} = \bar{٦}$$

$$\sqrt{\left(\frac{٦٧٠}{١٠}\right) - \frac{٤٤٩٦٠}{١٠}} \sqrt{V} = ٦ \text{ عس}$$

$$\sqrt{V} = \frac{٤٤٨٩ - ٤٤٩٦}{V} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{٢٧٨}{١٠}\right) - \frac{٧٧٦٤}{١٠}} \sqrt{V} = ٦ \text{ عس}$$

$$\sqrt{٢٠٥٦} \sqrt{V} = \frac{٧٧٢٠٨٤ - ٧٧٦٠٤٠}{V} =$$

$$\frac{١٨٦٧,٦ - ١٨٦٦}{\sqrt{٢٤٠٩٢} \sqrt{V}} = \frac{(٢٧٠٨)(٦٧) - \frac{١٨٩٦٠}{١٠}}{\sqrt{٢٠٥٦} \sqrt{V}} = \bar{٧}$$

$$٠,٦٨ = \frac{٢,٤}{٤,٩٩} =$$

لإيجاد معامل الارتباط باستخدام وسط فرضي :

واضح من حل المثال السابق أن الصيغة التي استخدمناها تتطلب الكثير من العمليات الحسابية وأن الحل ليس سهل كثيراً إذا استخدمنا وسطين فرضيين لقيم \bar{S} ، من فإذا حسبنا انحرافات (\bar{S}) عن الوسط الفرضي (١) وانحرافات (\bar{S}) عن الوسط الفرضي (ب) نجد أن : $\bar{S} = (١ - \bar{S})$ ، $\bar{S} = (\bar{S} - ١)$

وسبق ان رأينا ان البسط في صيغة معامل الارتباط هو :

$$\frac{1}{n} \sum (s - \bar{s})(m - \bar{m})$$

$$= \frac{1}{n} \sum [(s - \bar{s})(1 - \bar{s}) - (s - \bar{s})(1 - s)]$$

$$= \frac{1}{n} \sum [(s - \bar{s})(1 - \bar{s}) - (s - \bar{s})(1 - s)]$$

$$= \frac{1}{n} \sum (s - \bar{s})(1 - \bar{s}) - \frac{1}{n} \sum (s - \bar{s})(1 - s)$$

$$\text{حيث } \bar{s}(1 - \bar{s}) = \bar{s} - \bar{s}^2$$

(انظر صيغة حساب الوسط الحسابي باستخدام وسط فرعي)

والنتيجة الأخيرة لبسط معامل الارتباط يمكن كتابتها على الصورة :

$$\bar{s} - \frac{\sum s^2}{n}$$

وبالتالي نحصل على الصيغة التي تمكنا من حساب معامل الارتباط باستخدام

وسطين فرعيين لقيم s ، قيم m وهي :

$$r = \frac{\bar{s} - \frac{\sum s^2}{n}}{\sum s^2} = \frac{\bar{s} - \frac{\sum s^2}{n}}{\sum s^2}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n} = \bar{x}_{j.}, \quad \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n} = \bar{x}_{.j}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}{n}\right) - \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n}} = s_{j.}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}{n}\right) - \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n}} = s_{.j}$$

ويمكن حساب معامل الارتباط بين قيم x_{ij} ، x_{ik} في المثال السابق باستخدام هذه الصيغة وذلك باختيار القيمة ٦٨ كوسط فرضي لقيم x_{ij} ، القيمة ٢٨ كوسط فرضي لقيم x_{ik} وقد اخترنا هاتين القيمتين نظرا لتكرارهما مما يسهل الحل كما يتضح من جدول (٢١) .

جدول (۲۱)

إيجاد معامل الارتباط بين قيم س، من باستخدام وسطين فرضيين

س	ص	س ^٢ (س-٦٨)	ص ^٢ (ص-٢٨)	س ^٢ ص ^٢	س	ص
٦٦	٢٨	١	—	١	—	—
٧١	٢٠	٢	٩	١٨	٤	٦
٦٨	٢١	—	١	—	٩	—
٦٤	٢٥	٤	١٦	٦٤	٩	١٢
٦٧	٢٨	١	—	١	—	—
٦٦	٢٥	٢	٩	١٨	٩	٦
٧٠	٢٨	٢	٤	٨	—	—
٦٧	٢٦	٦	٢١	١٢٦	٤	١٢
٦٨	٢٦	—	١	—	١	—
٦٥	٢٨	٢	٩	١٨	—	—
المجموع	١٠٠	٢٠	٨٠	٢٦	٢٦	٢٦

$$1 - = \frac{100}{100} = \frac{100}{100} = 1 \therefore$$

$$0.4 - = \frac{40}{100} = \frac{40}{100} = 0.4$$

$$\sqrt{\left(\frac{1.0-}{1.0}\right) - \frac{.8}{1.0}} \sqrt{V} = \sqrt{\left(\frac{.75}{.9}\right) - \frac{.75}{.9}} \sqrt{V} = .75$$

$$\sqrt{V} = 1 - .8 \sqrt{V} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{.2-}{1.0}\right) - \frac{.26}{1.0}} \sqrt{V} = \sqrt{\left(\frac{.75}{.9}\right) - \frac{.75}{.9}} \sqrt{V} = .75$$

$$.206 \sqrt{V} = .004 - .206 \sqrt{V} =$$

$$\frac{.02 - .26}{.206 \sqrt{V}} = \frac{(.02 -) (1 -) - \frac{.26}{1.0}}{.206 \sqrt{V}} = .75$$

$$.028 = \frac{.26}{.699} =$$

وهي نفس النتيجة التي حصلنا عليها من قبل مع ملاحظة تقليل السجلات الحساسة ولذلك يجب استعمال هذه الصيغة الأخيرة لتسهيل العمل الحسابي فإذا طلب منا حساب معامل بيرسون للأرتباط فيجب إستخدام هذه الصيغة نظراً لسهولة حسابها كأربابنا .

مثال (٢) :

احسب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س ؛ ص من البيانات الآتية:

١٦٨	١٥٤	١٧٠	١٦٩	١٧٠	١٧٠	١٦٥	س
٦٧	٥٦	٨٢	٦٥	٧٢	٧٠	٦١	ص

الحل :

باستخدام القيمة ١٧٠ كوسط فرضي لقيم x ، والقيمة ٦٥ كوسط فرضي لقيم y يمكن تكوين الجدول التالي :

ن	ص	ت _ص (ص-١٧٠)	ت _ن	ت _ص ت _ن	ت _ن	ن
١٦٥	٦١	٥-	٤-	٢٠	١٦	٢٠
١٧٠	٧٠	-	٥	-	٢٥	-
١٧٠	٧٢	-	٧	-	٢٩	-
١٦٦	٦٥	١-	-	١	٢٤	-
١٧٠	٨٢	-	١٨	-	٢٢٤	-
١٥٤	٥٦	١٦-	٩-	٢٥٦	٨١	١٤٤
١٦٤	٦٢	٦-	٢-	٣٦	٩	١٨
المجموع	٢٨-	١٤	٣١٨	٥٠٤	١٨٢	

$$٤ - = \frac{٢٨ -}{٧} = \frac{\text{ت}_{\text{ص}}}{\text{ن}} = \text{ت}_{\text{ن}}$$

$$٢ = \frac{١٤}{٧} = \frac{\text{ت}_{\text{ن}}}{\text{ن}} = \text{ت}_{\text{ص}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sum C^2}{n}\right) - \frac{\sum C^2}{n}} = \text{مجموع}$$

$$\sqrt{29,12} = \sqrt{(4) - \frac{218}{7}} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sum C^2}{n}\right) - \frac{\sum C^2}{n}} = \text{مجموع}$$

$$\sqrt{78} = \sqrt{(7) - \frac{504}{7}} =$$

$$\frac{\frac{\sum C^2}{n}}{\text{مجموع}} = \text{مجموع}$$

$$\frac{8 + 21}{200 \times 24} = \frac{(7)(4) - \frac{218}{7}}{78 \times 29,12} =$$

$$0,79 = \frac{24}{44,00} =$$

∴ يوجد ارتباط طردي قوي

حساب معامل الارتباط من البيانات البئوية :

عندما يكون حجم البنية يجب حساب معامل الارتباط بالطريقة السابقة
لأنك يمكن تبويب البيانات في شكل جدول تكرارى مزدوج (راجع طريقة
تكوين الجدول التكرارى المزدوج في الفصل الثالث من هذا الكتاب) ونوجد
معامل الارتباط باستخدام الصيغة :

$$\frac{\frac{E_s E_s}{n} - \frac{E_s E_s}{n}}{E_s E_s} = r$$

$$\frac{E_s E_s}{E_s E_s} = \frac{E_s E_s}{E_s E_s} = \frac{E_s E_s}{E_s E_s} = \frac{E_s E_s}{E_s E_s}$$

$$\sqrt{\left(\frac{E_s E_s}{E_s E_s}\right) - \frac{E_s E_s}{E_s E_s}} = E_s E_s$$

$$\sqrt{\left(\frac{E_s E_s}{E_s E_s}\right) - \frac{E_s E_s}{E_s E_s}} = E_s E_s$$

حيث E_s ، E_s هي الانحرافات المراكوزات للتجهيز S ، S من وسطيا القرصين.

وفي حالة تساوى أطوال قنات كل من التجهيز فإن استخدام الانحرافات المختصرة بدلا من الانحرافات لن يؤثر على النتيجة وبذلك نستعمل الصيغة :

$$\frac{\left(\frac{E_s E_s}{E_s E_s}\right) \left(\frac{E_s E_s}{E_s E_s}\right) - \frac{E_s E_s}{E_s E_s}}{\sqrt{\left(\frac{E_s E_s}{E_s E_s}\right) - \frac{E_s E_s}{E_s E_s}} \sqrt{\left(\frac{E_s E_s}{E_s E_s}\right) - \frac{E_s E_s}{E_s E_s}}} = r$$

مثال (٢) : الجدول التكراري للردود الآتي بين العلاقة بين الطول والوزن لـ ١٠٠ طالب من إحدى المدارس والمقرب بجانب معادل الأربط (طريقة بيرسون)

الطول	١٥٠ - ١٥٥	١٦٠ - ١٦٥	١٧٠ - ١٧٥ وأقل	المجموع
الوزن				
٤٠ -	٥	٢		٨
٥٠ -	١	٢	١٤	٢٧
٦٠ -		١٢	٢٨	٥٢
٧٠ وأقل من ٨٠		٢	٨	١٢
المجموع	٦	١٧	٤٥	٢٠
			٢	١٠٠

نلاحظ هنا تساوي أطوال القنات بالنسبة للطول (وسم) وللوزن (١٠ كجم) وبذلك يمكننا استخدام العينة السابقة . ولحسابها نصنف إلى الجدول ستة صفوف وسبعة أعمدة كما في جدول (٢٢) في العمود الأول نكتب مراكز قنات للتخزين (س) ثم نختار من بينها وسطا فرضيا ونكتب الإنحرافات عنه في العمود الثاني وحيث أن أطوال القنات متساوية نضم كل من الإنحرافات في كل طول القنات (١٠) فنحصل على ح_س في العمود الثالث . ونلاحظ أنها تساوي صفرا . أقم القنات التي أختير مركزها كوسط فرضي ، - ١ - ، ٢ - ... في القنات السابقة لها ، ١ ، ٢ ، ٣ - ... في القنات اللاحقة لها ، وفي العمود الرابع نكتب كل إنحراف محصر في التكرار للناظر فنحصل على ح_س ك وفي العمود الخامس نكتب كل إنحراف محصر ح_س (العمود الثالث) في ح_س ك (العمود الرابع) فنحصل على ح_س ك ونكرر نفس الخطوات بالنسبة للعمود فنحصل على مراكز قنات التخزين من ح_س ح_س ، ح_س ك ح_س ك في الحصة صفوف في أخفائها ، والبيانات التي حسبناها حتى الآن تكفي لحساب لقام في صيغة معادل الارتباط . وقبل حساب بيانات العمود السادس والسابع نقل بيانات الإنحرافات المختصرة

جَمْ مخرج الجدول الأصلي (إلى بين الثالث ص) والانحرافات المختصرة حَمْ
 مخرج الجدول (فوق الثالث ص) ونحسب قيم العمود السادس بأن نضرب التكرارات
 في كل صف (من الجدول الأصلي) في الانحرافات المناظرة والتي كتبناها بأعلى
 الجدول ثم نجمع النتائج . فأول قيمة في العمود السادس تكون : $(-2) + (-5) = -7$
 $(-1) + (-12) = -13$ وثاني قيمة تكون $(-1) + (-2) + (-12) + (-1) = -16$
 $(-14) + (-5) = -19$ وهكذا ... وبذلك نحصل على بيانات العمود
 السادس التي تعطى لنا حَمْ ك أما بيانات العمود السابع فنحصل عليها بضرب
 كل قيمة من قيم العمود السادس في الانحراف المناظر حَمْ فنحصل على حَمْ حَمْ ك.
 وبذلك يمكننا حساب معامل الارتباط . أما الصفين السادس والسابع فيمكن
 تمكئة الحل بدونهما ولكن الهدف منها هو التأكد من صحة العمليات الحسابية
 السابقة . فالصف السادس (نحسب بنفس الطريقة التي حسبت بها بيانات العمود
 السادس) ونحصل على قيمه بأن نضرب التكرارات في كل عمود (من الجدول
 الأصلي) في الانحرافات المناظرة والتي كتبناها إلى بين الجدول ثم نجمع النتائج .
 فأول قيمة في الصف السادس تكون : $(-5) + (-1) + (-1) = -7$
 وثاني قيمة فيه تكون : $(-2) + (-12) + (-1) + (-1) = -16$ (مفر)
 $= -18$ وهكذا ... وبذلك نحصل على بيانات الصف السادس ونعطى لنا
 حَمْ ك أما بيانات الصف السابع فنحصل عليها بضرب كل قيمة من قيم الصف
 السادس في الانحراف المناظر حَمْ فنحصل على حَمْ حَمْ ك . وهنا نلاحظ
 أن مجموع الصف الرابع لا بد وأن يساوي مجموع العمود السادس وأن مجموع الصف
 السادس لا بد وأن يساوي مجموع العمود الرابع وأن مجموع الصف السابع يساوي
 مجموع العمود السابع كما يتضح من الأسهم في جدول (٢٢) .

جدول (۴) ایجاد مسائل الایجاد من ایجاد الایجاد

ሰዓት	ባይታ	ባይታ	ባይታ	ባይታ	ኢ	ኢ	ጠቅላይ
፫፻	14-	14	17-	፫-	፫-	፫-	06
18	13-	፫፻	፫፻-	1-	1-	1-00	70
-	፫-	-	-	-	-	-	V0
1፫	1፫	14	14	1	1	10	10
0፫	0	፲፫	፫-				

[illegible]

20	3	V	-	VI	33	20
19	2	V	-	-VI	-11	22
18	V	W	-	IV	33	23
17	3	W	-	-IV	-11	24
16	1	I	-	-I	-3	25
15	0	0	-	0	-10	26
14	180	170	130	100	0/50	27

وبعد تكملة الجدول بالشكل الذى شرحناه نحسب معامل الارتباط :

$$\frac{\left(\frac{30-}{100}\right) \left(\frac{5}{100}\right) - \frac{52}{100}}{\sqrt{\left(\frac{30-}{100}\right) - \frac{12}{100}} \sqrt{\left(\frac{5}{100}\right) - \frac{79}{100}}} = \checkmark$$

$$\frac{(0.3-)(0.05) - 0.52}{0.62\sqrt{ } 0.7875\sqrt{ }} =$$

$$0.76 = \frac{0.535}{0.7042} = \frac{0.15 + 0.20}{0.296125\sqrt{ }} =$$

∴ يوجد ارتباط طردى قوى بين الطول والوزن لعينة الطلبة المدروسة .

ملاحظة :

يمكن اختصار الحل في حالة تساوى أطوال الفئات وذلك بعدم إضافة كل من العمودين الأول والثاني والصفين الأول والثاني في جدول (٢٢) وذلك بأن نكتب الانحرافات المختصرة مباشرة وذلك بوضع صفر أمام الفئة التى كنا سنختار مركزها كوسط فرضى (ويفضل أن تكون في منتصف الجدول وأمام أكبر تكرار) ثم نكتب ١ - ، ٢ - ، ... للانحرافات المختصرة لفئات السابقة لها ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... للانحرافات المختصرة لفئات اللاحقة لها . ثم نكمل الحل .

مثال (٤) :

أحسب معدل الارتباط بين رقم ص، من من الياطة الآتية :

ص \ ص	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ - وكل من	النوع
٤٠ -	٦					٦
٥٠ -	٦	١٢	٤			٢٢
٦٠ -			١٠	٢		٤٢
٧٠ - وكل من ٨٠ -			١٢	١٦	٢	٢٠
المجموع	١٢	٢٢	٤٦	١٨	٢	١٠٠

الحل :

نعين إلى الجدول مفروعة أمدة وتقع من طرف الجدول التالي

فجد لن :

$$٤٨ = ٤٠ - ٦$$

$$٢٤ = ٥٠ - ٦$$

$$٤٠ = ٦٠ - ٢$$

$$٩٦ = ٧٠ - ٢$$

$$٧٦ = ٨٠ - ٢$$

كما يفتح من جدول (٢٢) :

$$\frac{\left(\frac{4}{100}\right) \left(\frac{24}{100}\right) - \frac{78}{100}}{\sqrt{\left(\frac{4}{100}\right) - \frac{76}{100}} \sqrt{\left(\frac{24}{100}\right) - \frac{96}{100}}} = r \therefore$$

$$\frac{0.0096 - 0.78}{0.6828 \sqrt{}} = \frac{(0.04)(0.24) - 0.78}{0.7584 \sqrt{}} =$$

$$0.81 = \frac{0.6704}{0.8272} =$$

يوجد ارتباط طردى قوى بين قيم س ، ص

عامل ارتباط الرتب : (سبيرمان)

يستخدم هذا العامل لدراسة الارتباط بين البيانات النوعية أى تلك التى لا يمكن قياسها كيا . وتعتمد هذه الطريقة على إعطاء المتغيرات رتبا لتحل محل القياس العددي فإذا رتبنا مفردات المتغير س ترتيبا تصاعديا ووجدنا أن مفردات المتغير ص المناظرة لها مرتبة ترتيبيا تصاعديا أيضاً فستج وجود ارتباط طردى .
 فلم بين المتغيرين س ، ص أما إذا رتبنا مفردات المتغير س ترتيبا تصاعديا ووجدنا أن مفردات المتغير ص المناظرة لها مرتبة ترتيبيا تنازليا فستج وجود ارتباط عكس فلم بين المتغيرين س ، ص غير أن هذا الارتباط قائم نادرا ما صادفنا في الدراسات الاجتماعية والاقتصادية .

وتقاس الارتباط بين مفردات المتغيرين س ، ص رتب كلا منهما حسب

أفضليته ثم نحسب الفروق F بين كل ريتين متقابلتين (نجد أن F على \pm صفر)
وبحساب مربعات هذه الفروق يمكن إيجاد معامل الارتباط باستخدام العلاقة :

$$r = \frac{\sum F^2}{n(n-1)} - 1$$

مثل (٥) : فيما يلي تقديرات ستة من الطلبة في امتحان مادتي الرياضة والاحياء
والمطلوب حساب معامل الارتباط (سبيرمان) بين تقديرات المادتين :

رقم الطلب	١	٢	٣	٤	٥	٦
تقدير الرياضة	ضعيف	متاز	جيد	ضعيف جدا	مقبول	جيد جدا
تقدير الاحياء	مقبول	جيد جدا	جيد	ضعيف	ضعيف جدا	متاز

ولحساب معامل الارتباط من هذه البيانات نرتب تقديرات كل من المادتين
ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً وذلك بإعطاء التقدير ممتاز الرتبة (١) والتقدير الذي
يليه الرتبة (٢) و ... هكذا ثم نحسب الفروق بين كل ريتين متاخرتين كما
في جدول (٢٤) نجد أن :

جدول (٧٤)

حساب سائل الارتباط (سبع مان) بين تقديرات ماذق الرمانة والإحاد

تقدير الرمانة	تقدير الإحاد	رتب تقدير الرمانة	رتب تقدير الإحاد	الفروق	ق
ضعيف	مقبول	٥	٤	١	١
متن	جيد جدا	١	٢	١-	١
جيد	جيد	٢	٣	صفر	صفر
خفيف جدا	خفيف	٦	٥	١	١
مقبول	خفيف جدا	٤	٦	٢-	٤
جيد جدا	متن	٢	١	١	١
					٨

$$\frac{٦ \times ٦}{(١ - ٦) \times ٦} - ١ = ٧$$

$$٧ = \frac{٣٧}{٣٥} = \frac{٨ \times ٦}{٣٥ \times ٦} - ١ =$$

∴ يوجد ارتباط طردي قوى بين تقديرات اللبلة لست في مائتين اللاتين.

حساب سائل الارتباط (سبع مان) في حالة الترتيب المتكورة:

في المثال السابق لم تكرر أى من التقديرات التي حصل عليها اللبلة . فإتينا ملاحظتنا مثلا آخر تكرر فيه بعض التقديرات فإتينا نحسب قيم المتكورة رتبا أعلى متوسط ترتيب التي كانت لتصل لو لم تكرر التقديرات .

مثال (٧) فيما يلي تقديرات عشرة من اللبلة في إمتحان ماذق الإحاد والاقتصاد والمطوب حساب سائل الارتباط بين تقديرات اللاتين .

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
تقدير الإحصاء	ضعيف جدا	مقبول	ممتاز	مقبول	ضعيف	جيد جدا	جيد	ضعيف	مقبول	مقبول
تقدير، الانعقاد	مقبول	جيد	جيد جدا	مقبول	جيد	مقبول	ممتاز	ضعيف جدا	ضعيف	جيد جدا

عند إعطاء رتب لتقدير مادة الإحصاء نجد أن الطالب رقم ٢ يأخذ الرتبة

(١) والطالب رقم ٦ يأخذ الرتبة (٢) والطالب رقم ٧ يأخذ الرتبة (٣) بينما

الطلبة رقم ١٠، ٩، ٤، ٣ لم تكن التقدير ويستحقون الرتب (٤)، (٥)، (٦)، (٧)

ونظراً لتساوهم في التقدير تعطى كلا منهم متوسط هذه الرتب

$$\text{ومع } \frac{٧+٦+٥+٤}{٤} = ٥.٥ \text{ وعلى ذلك الطالبان رقم ٨، ٥ وما يستحقان}$$

الرتب (٨)، (٩) ولما كان لكل منهما أيضاً نفس التقدير تعطى لكل منهما

$$\text{متوسط الرتين أي } \frac{٩+٨}{٢} = ٨.٥ \text{ وعلى ذلك الطالب رقم ١ حيث يأخذ}$$

الرتبة (١٠) ، وباتباع نفس الطريقة عند إعطاء رتب لتقدير مادة الاقتصاد

يمكن أن نحس الفروق كما في جدول (٢٥) ثم نكمل الحل بالطريقة للسادة

فجد أن :

$$\frac{٢٤٦}{(١ - ٢٥)} - ١ = ٧$$

$$٥٥.٢ - ١ = \frac{٤٩٨}{٩٩} - ١ = \frac{٨٢ \times ٦}{٩٩ \times ١٠} - ١ =$$

$$= ٥٤.٩٧$$

ومنه القيمة لحاصل الارتباط نجد أن هناك ارتباطاً طردياً ليس بالقوى

وليس بالعنيف .

جدول (٢٥)

حساب معامل الارتباط (سيرمان) في حالة الرتب للتكررة

رقم الطالب	تقدير الاحياء	تقدير الاقتصاد	رتب تقدير الاقتصاد	رتب تقدير الاحياء	فروق ف	ف
١	ضعيف جداً	مقبول	١٠	٧	٣	٩
٢	مقبول	جيد	٥,٥	٤,٥	١	١
٣	متأخر	جيد جداً	١	٢,٥	١,٥—	٢,٢٥
٤	مقبول	مقبول	٥,٥	٧	١,٥—	٢,٢٥
٥	ضعيف	جيد	٨,٥	٤,٥	٤	١٦
٦	جيد جداً	مقبول	٢	٧	٥—	٢٥
٧	جيد	متأخر	٣	١	٢	٤
٨	ضعيف	ضعيف جداً	٨,٥	١٠	١,٥—	٢,٢٥
٩	مقبول	ضعيف	٥,٥	٩	٣,٥—	١٢,٢٥
١٠	مقبول	جيد جداً	٥,٥	٢,٥	٣	٩
المجموع						٨٢,٠٠

ملاحظة :

لا يقتصر استخدام معامل سيرمان للارتباط على الترتيبات التكرارية
لقياس الكمي (كما أوضحنا في التالين السابقين) ولكن قد يستعمل أيضاً لحساب
الارتباط بين الترتيبات لقياس الكمي وذلك رغبة في تقليل واختصار
العمليات الحسابية كما يوضح من المثال التالي :

شكل (٧)

احسب مسائل الإرباط (سيرطان) بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	١١	١٤	١٣	١٤	١٥
ص	١٢	١٣	١٤	١٣	١٨

الحل :

نطو للتخمين س ، ص ونبا تم بحسب الفروق بين الرتب المتخابة ونوجد مرسلاتها كالتالي -

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف ^٢
١١	١٢	٥	٥	—	—
١٤	١٣	٢,٥	٢,٥	١—	١
١٣	١٤	٢	٤	٢	٤
١٤	١٢	٢,٥	٢,٥	١—	١
١٥	١٨	١	١	—	—
المجموع					٦

$$\frac{٦٤٦}{(١ - ٢٥)٥} - ١ = ٧$$

$$\frac{٢}{١٠} - ١ = \frac{٦ \times ٦}{٢٤ \times ٥} - ١ =$$

$$٠,٧ =$$

∴ يوجد ارتباط طردى قوى بين س ، ص

الانحدار : (Regression)

لدراسة العلاقة بين ظاهرتين يمكن تكوين فكرة مبدئية من نوع العلاقة وقوتها باستخدام ما يعرف بشكل الإنشاد (Scatter Diagram) فإذا مثلنا أزواج الشائدات الخاصة بالظاهرتين يائياً نحصل على عدد من النقط في مستوى محاورين كما في شكل (٢٠) حيث يتضح من الشكل (أ) أنه توجد علاقة طردية بين المتغيرين بينما العلاقة في الشكل (ب) علاقة عكسية ويظهر شكل الإنشاد (ج) أنه لا توجد علاقة بين المتغيرين حيث نجد أن النقط مبعثرة بطريقة غير منتظمة .



(شكل ٢٠)

وواضح من الشكلين أ ، ب أن النقط تقع على مسار خط مستقيم ، بمعنى أنه توجد علاقة خطية بين المتغيرين يمكن وضعها في شكل معادلة من الدرجة الأولى على الصورة :

(1)

$$ص = م + ح$$

حيث $ص$ المتغير التابع (Dependent variable) الذى نريد تقديره ،
 $م$ هو المتغير المستقل (Independent variable) ، $ح$ مقادير ثابتة يمكن
 حسابها من واقع البيانات المشاهدة . وبمعرفة قيمة كل من $م$ ، $ح$ يمكن استنتاج
 قيم $ص$ عندما تأخذ $ص$ قيما معينة لذلك تعرف هذه المعادلة بمعادلة خط إحداد
 $ص$ على $م$ حيث $م$ تعطى بميل الخط ، $ح$ تبين الجزء المقطوع من محاور
 المصادر .

ولتوفيق خط مستقيم يتوسط النقط في شكل الإنقشار (غير توسط) ليثل
 العلاقة بين المتغيرين $ص$ ، $م$ يمكن أن نهد هذا الخط باليد . ولكن هذا التهد
 يكون تقريبا ويختلف من شخص لآخر لذلك نلجأ لاستخدام طريقة تجريبية تعرف
 بطريقة المربعات الصغرى ، وهـ طريقة دقيقة تمكنا من تحديد أفضل موضع
 لهذا الخط .

طريقة المربعات الصغرى :

من المعلوم أن الخط الذى نريد توفيقه سوف لا يمر بجميع النقط في شكل
 الانقشار ولكن بعض هذه النقط سيقع فوقه وبعضها سيقع تحته وبالتالي إذا
 اخترنا أى قيمة للمتغير $ص$ وقدرنا قيمة $م$ المناظرة لها من واقع معادلة
 هذا الخط فإن قيمة $ص$ المقدرة سوف تختلف عن قيمة $ص$ الحقيقية (المشاهدة)
 في حالة عدم انطباق النقط على الخط تماما وهذا الاختلاف يسمى لنا انحراف
 النقط (البعد الرأسى لها) عن خط الإحداد . وتهدف طريقة المربعات الصغرى
 إلى إيجاد معادلة لهذا الخط بحيث يكون مجموع مربعات انحرافات

(الآباد الرأسية) لنقطته أصغر ما يمكن (نهاية صفري).

ولإيجاد سادلة هذا النقط على الصورة (١) حيث α هو الجزء المقطوع من محور الصادات ، m هو ميل خط الانحدار ويسمى أيضا بمعامل الانحدار من على m نجد أن قيم m ، α التي تحقق هذا الشرط يمكن الحصول عليها بحل المعادلتين :

$$\left. \begin{aligned} (٧) \quad m &= m + \alpha n \\ (٨) \quad m &= m + \alpha n \end{aligned} \right\}$$

وبقسمة المعادلة (٧) على n (عدد الملاحظات) نجد أن :

$$m + \frac{m}{n} = \frac{m}{n}$$

$$(٩) \quad \frac{m}{n} - \frac{m}{n} = \alpha$$

أي أن :

$$(١٠) \quad \bar{m} - \bar{m} = \alpha$$

حيث \bar{m} هو الوسط الحسابي لقيم m ، \bar{m} هو الوسط الحسابي لقيم m وبالتعويض عن قيمة α من المعادلة (٩) في المعادلة (٧) ينتج أن :

$$m = m + \alpha n \left(\frac{m}{n} - \frac{m}{n} \right)$$

$$\frac{2(\epsilon_s)}{n} \mu - \frac{(\epsilon_s)(\epsilon_s)}{n} + \epsilon_s \mu = \epsilon_s \mu$$

$$\left(\frac{2(\epsilon_s)}{n} - \epsilon_s \right) \mu = \frac{(\epsilon_s)(\epsilon_s)}{n} - \epsilon_s \mu$$

وبضء الطرفين على ن :

$$\left(\frac{2(\epsilon_s)}{n} \right) (\epsilon_s) - \frac{\epsilon_s \mu}{n}$$

$$\left[\left(\frac{2(\epsilon_s)}{n} \right) - \frac{\epsilon_s \mu}{n} \right] \mu =$$

$$(٦) \quad \frac{\overline{\epsilon_s} - \frac{\epsilon_s \mu}{n}}{\epsilon_s} = \mu \therefore$$

أى أنه يمكن معرفة μ ، حء من المادلتين (٥) ، (٦) لكى نحصل على معادلة خط إنحدار μ على ϵ_s .

مثال (٨) : أوجد معادلة خط إنحدار μ على ϵ_s من البيانات الآتية :

١٠	٢	٥	٤	٥	٦	٢	ϵ_s
٧	١	٥	٦	٢	٤	٢	μ

$$\frac{70 - 22.87}{0.7} = \frac{(1)(0) - \frac{70}{7}}{0.7} = f \therefore$$

$$0.7 = \frac{2.87}{0.7} =$$

$$\overline{0.7} - \overline{0.7} = 0$$

$$1 = 2 - 1 = (0) - 1 - 1 =$$

∴ خط الخطوط على 0.7 =

$$1 + 0.7 = 0.7$$

شكل (٢) :

لرسم خط الخطوط على 0.7 من البيانات الآتية :

10	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
10	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

ولاختصار العمليات الحسابية يمكن نقل نقطة الأمل وذلك بأخذ وسطين
فرضين قيم م، ص فإذا أخذت القيم ١٠، ٦٠ لهذا الفرض ينتج أن :

م	ص	م	ص	م	ص
				(م - ١٠)	(ص - ٦٠)
٥	٤٥	٥-	١٥-	٢٥	٧٥
٦	٥٠	٤-	١٠-	١٦	٤٠
٧	٥٢	٣-	٧-	٩	٢١
٨	٥٦	٢-	٤-	٤	٨
٩	٦٠	١-	صفر	١	صفر
١٠	٦٤	صفر	٤	صفر	صفر
١١	٧٠	١	١٠	١	١٠
١٢	٧٥	٢	١٥	٤	٣٠
١٣	٧٨	٣	١٨	٩	٥٤
١٤	٨٥	٤	٢٥	١٦	١٠٠
١٥	٩١	٥	٣١	٢٥	١٥٥
	صفر		٦٧	١١٠	٤٩٢

$$٤٩٢ = \frac{٤٩٢}{١١٠} = \frac{\left(\frac{٧٧}{١١}\right) (صفر) - \frac{٤٩٢}{١١}}{(صفر) - \frac{١١٠}{١١}} = ٢$$

$$\frac{77}{11} = 7 \quad (10482) (سفر) = 6091$$

$$\therefore 6091 + 4482 = 10573$$

ولحساب معادلة خط الانحدار بدلالة القيم الأصلية نضع :

$$ص = (ص - 60) س = 10 - 10 \text{ فنحصل على :}$$

$$(ص - 60) 4482 = (س - 10) 6091$$

$$\therefore 4482 ص = 6091 س - 21077$$

معادلة خط انحدار س على ص :

إذا استخدمنا س كمتغير مستقل و ص كمتغير تابع فإنه يمكن إيجاد معادلة تمكنا من تقدير قيمة س عندما تكون قيمة ص مطروقة وتسمى بمعادلة خط انحدار س على ص ويمكن كتابتها على الصورة .

$$ص = م^* ص + و$$

حيث و هو الجزء المقطوع من محور السينات ، م^* هي ميل خط الانحدار وتسمى أيضاً بمعامل انحدار س على ص . ويمكن إيجاد هذه المعادلة باستخدام طريقة المربعات الصغرى وذلك بحمل مجموع مربعات الأبعاد الأتية لقطع من خط الانحدار أصغر ما يمكن . وفي هذه الحالة يمكن حساب قيم م^* و من المعادلتين .

$$\left. \begin{aligned} م^* م + ن و \\ م^* م + و \end{aligned} \right\}$$

ومن هاتين المعادلتين نجد أن :

$$\frac{\frac{m}{n} - \frac{m}{n}}{\frac{m}{n}} = \frac{m}{n}$$

$$1 - \frac{m}{n} = \frac{m}{n}$$

مثال (١٠) :

أوجد مساحة خط انحدار m على n من البيانات الآتية :

n	m	n	m
٢	٢	٩	٩
٦	٤	١٦	١٦
٥	٢	٤	٤
٤	٦	٢٦	٢٦
٥	٥	٢٥	٢٥
٢	١	١	١
١٠	٧	٤٩	٤٩
٢٥	٢٨	١٤٠	١٦٤

الحل:

$$z = \frac{28}{\sqrt{v}} = \frac{28}{\sqrt{0}} = \frac{28}{0} = \infty$$

$$z = \frac{1}{v}(z) - \frac{20}{v} = \frac{1}{v}\left(\frac{28}{v}\right) - \frac{140}{v} = \frac{28}{v^2} - \frac{140}{v}$$

$$\frac{(z)(0) - \frac{140}{v}}{z} = \frac{1}{v}$$

$$0.807 = \frac{28}{z} = \frac{20 - 22.42}{z} = \frac{1}{v}$$

$$v = \frac{1}{z} = \frac{1}{0.807} = 1.239$$

$$1.239 = 2.478 - 0 = (z) \cdot 0.807 - 0 =$$

∴ معادلة خط انحدار من على من هي:

$$v = 0.807z + 1.239$$

العلاقة بين معدل الزيادة ومعدلات الانحدار:

١ - حاصل ضرب (م) معامل انحدار من على من في (م) معامل انحدار

من على من يساوي مربع معامل الارتباط.

$$\frac{\left(\frac{r_{zv}}{n} - \frac{\bar{z}\bar{v}}{n}\right)}{\frac{r_z}{n}} \cdot \frac{\left(\frac{r_{zv}}{n} - \frac{\bar{z}\bar{v}}{n}\right)}{\frac{r_v}{n}} = r^2$$

$$\text{أو } \frac{ع}{ع} \times ص = ٢$$

مثال (١٢) : إذا علمت أن الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتغير من ١٠٨٩، ٠٢ على الترتيب وأن الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتغير من ١٠٨، ١٦٧ على الترتيب . فأوجد معادلة خط اعتماد من $ع$ على $ص$ عتاً بأن معامل الارتباط بين قيم $ص$ و $ع$ من يساوي ٠،٨

$$\frac{ع}{ع} \times ص = ٢$$

$$١٠٥ = \frac{١٠٦٧}{٠٠٨٩} \times ٠٠٨ =$$

$$٥ = ٢ - ٨ = (٢) (١٠٥) - ٨ = ٥$$

∴ معادلة خط اعتماد من $ع$ على $ص$ هي :

$$٥ = ١٠٥ ص + ٥$$

مثال (١٣) :

إذا علمت أن معادلتى اعتماد من $ع$ على $ص$ و $ص$ على $ع$ هما :

$$\left. \begin{aligned} ٤٠١ ص + ٠٠٩ ع &= ٤٠١ \\ ١٠٢ ص &= ٢٠١ ع \end{aligned} \right\}$$

$$r = \frac{\left(\frac{\sum \sum x_i y_i}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \cdot \frac{\sum y_i}{n} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \right) \left(\frac{\sum y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum y_i}{n} \right)^2 \right)}}$$

$$\therefore r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0.6 \times 0.6} = 0.6$$

مثال (١٠): احسب معامل الارتباط من المثال السابق :

$$r = \sqrt{0.6 \times 0.6} = \sqrt{0.36} = 0.6 \text{ تقريباً}$$

٢ - معامل ضرب (r) معامل انحدار من حل س في $\frac{\sum y_i}{\sum x_i}$

يعاوى معامل الارتباط .

$$r = \frac{\sum y_i}{\sum x_i} \times \frac{\sum x_i}{\sum x_i^2} = \frac{\sum y_i}{\sum x_i} \times \frac{\sum x_i}{\sum x_i^2}$$

$$r = \frac{\left(\frac{\sum \sum x_i y_i}{n} - \frac{\sum x_i}{n} \cdot \frac{\sum y_i}{n} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \right) \left(\frac{\sum y_i^2}{n} - \left(\frac{\sum y_i}{n} \right)^2 \right)}}$$

$$\therefore r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0.6 \times 0.6}$$

$$\text{أو } m = r \times \frac{C_m}{C_r}$$

مثال (١٢): إذا طلع أن الوسط الحسابي والانحراف المعياري للنتيجة من هما

٠,٨٩، ٢ على الترتيب وأن الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير من هما

١,٦٧، ٨ على الترتيب. فأوجد معادلة خط انحدار من طي من طي بأن معامل

الارتباط بين قيم r ، s من يساوي ٠,٨.

$$m = r \times \frac{C_m}{C_r}$$

$$1.67 = \frac{1.67}{0.89} \times 0.8 =$$

$$0.8 = 2 - 8 = (2)(1.67) - 8 = 0$$

∴ معادلة خط انحدار من طي من طي:

$$0 = 1.67s + 0$$

مثال (١٣):

إذا طلع أن معادلتى انحدار من طي من طي، s من طي من طي:

$$\left. \begin{aligned} 0.9s + 0.1 \\ 6s = 2.1 - 1.3 \end{aligned} \right\}$$

فبين أنه يوجد خطأ في إحدى هاتين المعادلتين .

الحل :

$$5 = \overline{m \times n}$$

$$1.27 = \overline{1.81n} = \overline{2.1 \times 0.9n} =$$

∴ يوجد خطأ في إحدى المعادلتين لأن عامل الإرباط لا يمكن أن يزيد

من الواحد الصحيح .

تمارين

- ١ - باستخدام طريقة المربعات الصغرى أوجد كلا من معادلتى خط الانحدار
 ص على س ، س على ص من البيانات الآتية .

س	١	٢	٤	٦	٨	٩	١١	١٤
ص	١	٢	٤	٤	٥	٧	٨	٩

- ٢ - باستخدام معادلتى الانحدار فى التمرين السابق أحسب معامل الارتباط
 بين قيم س ، ص .

- ٣ - أحسب معامل الارتباط (سيرمان) بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	١٣	١٤	١٥	١١	١٦	١٢	١٣
ص	١٣	١٦	١٥	١٢	١٤	١٥	١٧

- ٤ - إذا علمت أن الانحراف المعياري لقيم س هو ٠.٦١ والانحراف المعياري
 لقيم ص هو ٠.٢٢ فأحسب معامل الارتباط بين قيم س ، ص إذا علمت
 أن معادلة خط انحدار ص على س هي:

$$ص = ٠.٨٤س + ٢١.٢٨$$

- ٥ - إذا علمت أن معادلتى انحدار ص على س ، س على ص هما :

$$\left. \begin{aligned} ٠.٧٢س + ٢١.١٢ &= ص \\ ١.٤٢ص - ٠.٨١س &= ١٠.٤٢ \end{aligned} \right\}$$

فإن أنه يوجد خطأ في إحدى مائتين المادتين .

٦ - فيما يلي تبين التقديرات التي حصل عليها ثمانية من الطلبة في مادتى الرياضة والاحياء والمطلوب حساب معامل الارتباط بين تقديرات هاتى المادتين :

تقدير الرياضة	ضعيف	مقبول	متماز	جيد جدا	جيد	مقبول	ضعيف جدا
تقدير الاحياء	ضعيف	مقبول	جيد جدا	متماز	مقبول	جيد	ضعيف جدا

٧ - احسب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س، ص من البيانات الآتية :

س	٦٧	٥٩	٦٥	٦٠	٦٦	٥٨
ص	١٧٧	١٧١	١٧٠	١٦٩	١٧٤	١٧١

(استخدم القيتين ٦٠ ، ١٧١ كوسطين فرضيين لقيم س، ص على الترتيب)

٨ - أمكن التوصل إلى البيانات الآتية من التفتيرين س ، ص .

$$٤٨ = س \quad ٤٤ ص = ٧٦ \quad ٤٤ س = ٥٣٦$$

$$٤٤ س = ١١٠٨ \quad ٤٤ ص = ٧٢٠ \quad ٦ = ن$$

والمطلوب:

(١) إيجاد معادلة الخطار ص على س

(ب) حساب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س ، ص .

٩ - أحسب معامل الارتباط بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	ص	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ -	٩٠ وأقل من ١٠٠	المجموع
٥٠ -	٢						٢
٦٠ -	٥	١١	٤				٢٠
٧٠ -		٤	٢٥	٦			٣٥
٨٠ -			٦	١٤	١٠		٣٠
٩٠ وأقل من ١٠٠				٥	٨	١٣	
المجموع	٧	١٥	٣٥	٢٥	١٨	١٠٠	

١٠ - احسب معامل الارتباط (بيرسون) بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	١٧٠ -	١٦٠ -	١٥٠ -	١٦٨ -	١٦٧ -	١٧١ -	١٦٣ -	١٦٩ -	١٦٦ -
ص	٦٩	٧١	٧٢	٦٦	٦٩	٦٦	٦٧	٧٠	٦٩

(استخدام القيمتين ١٦٩ ، ٦٩ كوسطين فرضيين لقيم س ، ص على الترتيب)

١١ - أحسب مسائل الإرتباط بين قيم س ، ص من البيانات الآتية :

س	ص	١٤٠-	١٥٠-	١٦٠-	١٧٠-	١٨٠-	١٩٠ وأقل من ٢٠٠	المجموع
٤٠-	٢	٥	٤					١٢
٥٠-	٣	٦	٦	٢				١٧
٦٠-	١	٤	٩	٥	٢			٢١
٧٠-			٥	١٠	٨	١		٢٤
٨٠-			١	٤	٦	٥		١٦
٩٠ وأقل من ١٠٠				٢	٤	٤	٤	١٠
المجموع	٧	١٥	٢٥	٢٢	٢٠	١٠	١٠٠	

الفصل الثامن مبادئ الاحتمالات

مقدمة

تعتبر نظرية الإحتالات من الفروع المهمة لعم الرياضيات ولها تطبيقات عديدة في مختلف المجالات. فستقدم في دراسات العلوم والآداب ، كما أن فكرة التأمين تقوم أساساً على دراسة الإحتالات .

ولن نحاول هنا التحقق من دراسة الإحتالات بل سنكتفي بإعطاء فكرة مبسطة عنها . ولتفهم ذلك سنبداً بإعطاء بعض الأمثلة على تجارب تعتمد على عنصر الصدفة أو العشوائية .

مثال (١) :

إذا ألقيت قطعة تفرّد في الهواء حيثما اتفق فسوف تحصل على إحدى نتيجتين (ظهور الوجه العلوي يحصل صورة - أو كتابة) وسوف لا توقع ظهور أى من هاتين النتيجتين أكثر من الأخرى وبالتالي فإن إجراء هذه التجربة مرات عديدة في نفس الظروف المتماثلة سوف ينتج عنه ظهور كل وجه من الوجهين في نصف عدد مراته فكلو التجربة تقريباً ولذا نستطيع أن نخصص عددا لكل

نتيجة لسبب مختلف حدوث هذه النتيجة ويكون احتمال ظهور الصورة في هذه التجربة $\frac{1}{2}$ واحتمال ظهور الكتابة $\frac{1}{2}$

مثال (٢) :

إذا ألقيت زهرة من زهر الفرد على سطح أملس سجد ٦ نتائج يمكن ظهور أى من النتائج الستة أكثر من غيرها وبالتالي يكون احتمال ظهور كل من النتائج الستة $\frac{1}{6}$

مثال (٣) :

إذا سحب كرات بطريقة عشوائية من مجموعة كاملة لورق اللعب (٥٢ كرات) فإن احتمال أن يكون الكرات المسحوب أس سياتي $\frac{1}{2}$ (لأن مجموعة ورق اللعب تتكون من ٢٦ كرات ولا يوجد بها غير أس سياتي واحد) .

من هذه الأمثلة يتضح أننا نستطيع حساب الاحتمالات قبل إجراء التجربة ففي المثال الأول نستطيع إيجاد الاحتمال قبل إلقاء قطعة الفرد وفي المثال الثاني يمكننا إيجاد الاحتمال قبل إلقاء الزهر وفي المثال الثالث قبل سحب الكرات . ومثل هذا النوع من الاحتمالات تسمى بالاحتمالات القبلية *a priori Probabilities* ويمكن إجراء التجارب المقارنة بين الاحتمالات التي حللنا عليها في الأمثلة السابقة وبين النتائج الفعلية للتجربة . وجدير بالملاحظة أنه عند إجراء التجارب عدد كبير جدا من المرات فإن النتائج التجريبية تميل إلى التوافق مع الاحتمالات القبلية .

وهناك حالات لا يمكن الاعتمادات القبلية لإيجاد الاحتمال بل يفرض إجراء التجارب وحسب النتائج، نحسب منها الاحتمالات وهذه تعرف بالاحتمالات التجريبية

empirical probability . قولا إذا وجدنا من العاشدة أنه بملاحظة
 ٢٠٠٠ رجل عند تمام السن ٤٠ وجد أن عدد الرقيات بين تمام السن ٤٠
 وتمام السن ٤١ كان ٢٠٠ رجلا فإن احتمال أن شخفا عمره ٤٠ سنة يموت خلال
 سنة واحدة يمكن قياسه بالتكرار النسبي $\frac{200}{2000} = 0.1$

وبذلك نجد أن احتمال أن شخفا عمره ٤٠ سنة يعيش إلى تمام السن ٤١

$$0.99 = \frac{1800}{2000} =$$

أي عدد الباقين على قيد الحياة عند تمام السن ٤١ خسوما على عدد الإياد
 عند تمام السن ٤٠ .

ويلاحظ أن هذه الاحتمالات نحصل عليها نتيجة لتسجيل عدد كبير من
 العاشدات ومراقبتها وتحليل التكرارات فيها وذلك نجد أن الاحتمالات التكرارية
 تختلف من بلد لآخر ومن وقت لآخر .

الاحتمالات البسيطة (Simple Probability)

لنأخذ تجربة من تجارب الصدفة التي لا نتائج معدودة المسد ومقلوبة
 الامكن (والمقلوب equally) ولتان على أي مجموعة منها لها مقلوبة متشوقة نهم
 جوارتها فقط حدث (even) وإذا أخرجنا التجربة وكان الناتج هو إحدى
 النتائج التي يتكون منها الحادث نقول أن الحادث قد نجح أو وقع وبالتالي يمكن
 تعريف إحصاء وقوع الحادث (١) بأنه :

$$E(1) = \frac{\text{عدد النتائج التي يتكون منها الحادث (١)}}{\text{عدد النتائج الكلية في التجربة}}$$

فإذا كان عدد النتائج التي يتكون منها الحادث (١) = ح

مثال (٤): إذا ألقيت زمرة من زمر القرد على سطح المر فأوجد احتمال الحصول على :

(١) العدد ٤

(٢) عددا يكون زوجيا

الحل:

(١) نعلم أن الزمرة ستة أوجه تحمل الأعداد (١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦) وعلى ذلك فنجد إلقاء زمرة واحدة نجد أن :

عدد النتائج الكلية للمك لهذه التجربة = ٦

وعدد النتائج التي يكون منها الحالات (الحصول على العدد ٤) هي نتيجة واحدة لأنه لا توجد على الزمرة غير ٤ واحدة وبالتالي فنجد :

$$ع (الحصول على العدد ٤) = \frac{\text{عدد النتائج التي يكون منها الحالات}}{\text{عدد النتائج الكلية في التجربة}} = \frac{1}{6}$$

(٢) الحالات (عدد زوجي) يكون من ثلاثة نتائج وهي (٢، ٤، ٦) والنتائج الكلية الممكن الحصول عليها بإلقاء الزمرة هي ٦ نتائج

وبالتالي فنجد :

$$ع (عدد زوجي) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

مثال (٥): سحب كرت بطريقة عشوائية من مجموعة كرات من ورق الصب (محتوى كل ٥٢ كرات منها ٢١ كرات أسود و ٣١ كرات حمراء و ١٣ كرات بيضاء وأربع كرات ...) فوجد :

(١) احتمال سحب كرت أحمر

(٢) احتمال سحب كرت سباني

(٣) احتمال سحب آس

الحل:

$$(١) P(\text{سحب كرت أحمر}) = \frac{27}{117} = \frac{1}{4}$$

$$(٢) P(\text{سحب كرت سباني}) = \frac{12}{117} = \frac{1}{10}$$

$$(٣) P(\text{سحب آس}) = \frac{1}{117} = \frac{1}{12}$$

مثال (٦): صندوق يحتوي على ٥ كرات حمراء ، ٧ كرات خضراء . فإذا

سحب كرتان بطريقة عشوائية من الصندوق فأوجد احتمالات:

أولاً: أن تكون كل من الكرتين للونين أحمر.

ثانياً: أن تكون كل من الكرتين للونين خضراء.

ثالثاً: أن تكون إحدى الكرتين حمراء والأخرى خضراء.

الحل:

يمكن اختيار كرتين من الصندوق بطرق عددية

$$n = \frac{11 \times 12}{1 \times 2} =$$

يمكن اختيار كرتين من بين الكرات الحمراء بطرق عددية

$$n = \frac{4 \times 4}{1 \times 2} = 10 \text{ طرق}$$

يمكن اختيار كرتين من بين الكرات الخضراء بطرق عددا ٢٠٠

$$\frac{6 \times 7}{1 \times 2} = 21 \text{ طريقة}$$

يمكن اختيار كرة حمراء وأخرى خضراء بطرق عددا

$$10 \times 7 = 70 = 20 \text{ طريقة}$$

$$\frac{1}{11} = \text{ع (كل من الكرتين حمراء)}$$

$$\frac{7}{11} = \text{ع (كل من الكرتين خضراء)}$$

$$\frac{7}{11} = \text{ع (كرة حمراء وأخرى خضراء)}$$

الاحتمالات المركبة Compound Probability

إذا تكونت تجربة من تجربتين بسيطتين أو أكثر فإما نسمى تجربة مركبة والاحتمالات المتعلقة بها نسمى بالاحتمالات المركبة . فلذا حاولنا إلقاء قطع من القود سافى تجربة مركبة وهي تكون من التجربتين البسيطتين . روى قطعة القود الأول ، و روى قطعة القود الثانية ، . والتجربة الأولى نقيضان سرورة وكابة والتجربة الثانية نقيضان أيضا فلذا رمونا القود بالرموس والكابة بالرموس نجد ان التجربة للمركبة تكون من نتائج عددا

$$2 \times 2 = 4 \text{ وهي :}$$

$$\begin{array}{cc} \text{س س} & \text{س ك} \\ \text{ك ك} & \text{ك س} \end{array}$$

وإذا حاولنا إلقاء ثلاث قطع من القود سافى تجربة مركبة تكون من ثلاث محاور بسيطة وهي روى قطع القود الأول ، وكابة ، وكابة في لكل

منها فيجانب مودة وكلية وما تعد أن القيمة للركبة تكون من نتائج عددا

$$A = 2 \times 2 \times 2$$

وعلى ذلك إذا كان لدينا القيمة ١١، فن لا نتابع عددا ثم والقيمة ١١

فن لا نتابع عددا ثم والقيمة ١١ فن لا نتابع عددا ثم والقيمة للركبة
(١١، ١٠، ٩) يكون لا نتابع عددا (ثم ١٠، ثم ٩، ثم ٨)

والقيمة للركبة من إلقاء زهرتين من زمر القرد ما يكون لا نتابع عددا

$$21 = 1 \times 1$$

والقيمة للركبة من إلقاء ٢ زهرات من زمر القرد ما يكون لا نتابع

$$216 = 1 \times 1 \times 1$$

شال (٧): إذا ألقينا زهرتين من زمر القرد ما على سطح الخس لآخر

استجد المسود على وجهي حاصل عددا ٢ أو ١٢

٢

١

للزهر

عددتناج الكلية للمكة لإلقاء الزمر ٢١ = ١ × ١

وعددتناج التي يكون منها الملائم (المسود على وجهي مجموعا

٢ أو ١٢) يساوي ٧ نتيجومي:

زمرة الأولى ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

زمرة الثانية ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧

والاحتمال للزهر = ٧

قانون جمع الاحتمالات Addition Law

المواد المتنافرة أو الماسة أو الطاردة Mutually exclusive :

يقال للحادثين A ، B ، أنها متافران أو ماسان أو طاردان إذا كان وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر ، فنجد إلغاء زهرة فاما أن تظهر الصورة أو الكتابة . ولا يمكن أن تظهر الصورة والكتابة معاً . ولذلك فإن الحادث (ظهور الصورة) والحادث (ظهور الكتابة) ماسان . (لأن وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر) . ونجد أيضاً أنه عند إلغاء زهرة واحدة من زمر الترد على سطح ألس فإن الحادث (الحصول على رقم فردى) الحادث (الحصول على رقم زوجي) ماسان (أو طاردان) لأنه لا يمكن أن نحصل على رقم يكون فردياً وزوجياً في نفس الوقت .

وبالاحتمالين A ، B ، أنها غير ماسين إذا كان وقوع أحدهما لا يمنع وقوع الآخر . فنجد إلغاء زهرة من زمر الترد على سطح ألس فإن الحادث (الحصول على رقم زوجي) والحادث (الحصول على رقم يقبل القسمة على ٣) غير ماسين . لأن وقوع الحادث الأول (الذي يكون من النتائج ٦ ، ٤ ، ٢) لا يمنع وقوع الحادث (الذي يكون من النتيجة ٦ ، ٣) إذ قد نحصل على الرقم ٦ وهو رقم زوجي وفي نفس الوقت يقبل القسمة على ٣ .

جمع الاحتمالات للمواد الماسة:

إذا كان A ، B ، حادثين ماسين فإن احتمال حدوث A أو B يناوى مجموع احتمال حدوث كل منهما على حدة أي أن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

والحادثة (يقبل القصة على ٢) يتكون من النتائج (١٥١٢٠٩٠٦٠٣)

والحادثة (يقبل قصة على ٥) يتكون من النتائج (١٥١٠٠٥)

والحادثة (يقبل على ٢٠٢) يتكون من نتيجة واحدة (١٥)

ومن الواضح أن الحادثة (يقبل على ٢) والحادثة (يقبل على ٥) غير
ماهين وذلك لوجود نتيجة مشكوك فيها وهي الرقم (١٥) حيث يقبل القصة
على ٢ ويقبل القصة على ٥ في نفس الوقت وبالتالي فإن :

$$ع (يقبل على ٢ أو ٥) = ع (يقبل على ٢) + ع (يقبل على ٥) -$$

$$ع (يقبل على ٥٠٢) = \frac{1}{18} - \frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{1}{18}$$

Multiplication Law

قانون ضرب الاحتمالات

Independent events الحوادث المستقلة

يقال لحدثين A ، B أنهما مستقلان إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على
وقوع الآخر . فإذا ألقيت زهرة واحدة من زمر القرد على سطح أملس مرتين
متتاليتين فإن لحدث الحصول على الرقم ٤ في المرة الأولى والحادث الحصول على
الرقم ٥ في المرة الثانية يتبرهان حدثين مستقلين لأن الحصول على الرقم ٥ في المرة
الأولى لا يؤثر ولا يتأثر بالحصول على الرقم ٥ في المرة الثانية .

وإذا سحب كرتان من مجموعة كاملة لورق اللعب فإن الحادث (الحصول
على ١٠ في المرة الأولى والحادث (الحصول على ١٠ في المرة الثانية يتبرهان
حادثين غير مستقلين (إذا كنا لا نعيد الكرت للعبة إلى المجموعة قبل

سحب الكرت الثاني) لأن (الحصول على ولد) بالكروت الثاني سيتأثر بالحصول
 على ولد بالكروت الأول) لأن عدد الأولاد يصبح ٣ بدلا من ٤ وعدد ورق
 اللعب يصبح ٥١ بدلا من ٥٢) أما في حالة إرجاع الكرت الأول وخلط
 الورق جيدا قبل سحب الكرت الثاني يكون الحادتين (الحصول على ولد)
 بالكروت الأول و (الحصول على ولد) بالكروت الثاني مستقلين.

ضرب الاحتمالات لمحوادث المستقلة :

إذا كان A ، B حادثين مستقلين فإن احتمال وقوع كل من A ، B معا هو:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

مثال (١٠) :

ألقيت زمره واحدة من زمر تزد على سطح الأرض . أوجد
 احتمال الحصول على العدد ٤ في المراتين .

الحل :

احتمال الحصول على العدد ٤ في المرة الأولى = $\frac{1}{6}$

. الثاني = $\frac{1}{6}$

وبما أن الحادثين : الحصول على ٤ في المرة الأولى و
 (الحصول على ٤ في المرة الثانية) مستقلين فإن :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

مثال (١١) :

سحب كرتان من مجموعة كاملة لورق اللعب (تحتوى على
١٢ كرت و تحتوى على ٤ اولاد و ٨ كرت من النوع الباقى)
فإذا كنا نريد الكرت الأول ونظف الورق جيداً قبل سحب
الكرت الثانى فأوجد احتمال :

أولاً : أن يكون كل من الكرتين للحمراء وله
ثانياً : أن يكون كل من الكرتين للحمراء باقى

الحل :

$$ع (سحب وله) = \frac{1}{12}$$

$$ع (سحب باقى) = \frac{11}{12}$$

$$ع (١ ، ١ ، ١) = ع (١) \times ع (١) \times ع (١)$$

$$ع (سحب ولدين) = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1}{144}$$

$$ع (سحب ورقتين باقى) = \frac{11}{12} \times \frac{11}{12}$$

$$= \frac{121}{144}$$

ضرب الاحتمالات للمراتب غير المستقلة :

إذا لعبنا كرتاً بطريقة عشوائية من مجموعة كاملة لورق اللعب وثبتناه ولم
نوجه إلى المجموعة وسحبنا كرتاً آخر فإن احتمال أن يكون الكرت الثانى من
النوع الباقى $= \frac{11}{12}$ إذا كان الكرت الأول من النوع الباقى ، وبالمثل ،

١٢ إذا كان الكرت الأول ليس من النوع السابق ، ومن ذلك نتبين أن صرفنا لنوع الكرت الأول تؤثر على حساب الإحتمال للكرت الثاني .

وعموما إذا كان لدينا حادثين غير مستقلين A ، B فإن إحتمال وقوعها معا يحتوى على إحتمال شرطى Conditional probability حسب العلاقة :

$$P(A, B) = P(A) \times P(B|A)$$

حيث $P(B|A)$ تسمى بالإحتمال الشرطى وتسمى إحتمال وقوع B مع العلم بأن A قد وقع .

مثال (١٢) :

احسب المطلوب في المثال السابق على فرض عدم إعادة الكرت الأول قبل سحب الكرت الثاني :

الحل :

• أولا : إحتمال سحب ولد في المرة الأولى = $\frac{1}{2}$

إحتمال سحب ولد في المرة الثانية = $\frac{1}{3}$

$$P(A, B) = P(A) \times P(B|A)$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = P(A, B)$$

$$= \frac{1}{6}$$

ثانيا : $P(A, B) = P(B|A) \times P(A)$ (سحب ورقتين سياتي)

$$= \frac{1}{6}$$

أمثلة متنوعة على الاحتمالات

مثال (١٣):

صندوق يحتوي على ٥ كرات بيضاء و ٤ كرات سوداء.
وصندوق آخر يحتوي على ٣ كرات بيضاء و ٥ كرات سوداء .
أنتخب أحد الصندوقين عشوائياً ثم سحبت من هذا الصندوق كرة
فأما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء .

الحل :

إحتمال اختيار الصندوق الأول $= \frac{1}{2}$ وإحتمال سحب كرة بيضاء

$$= \frac{5}{9}$$

$$\text{والاحتمال المركب لمذاين الحادثين} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$$

وإحتمال اختيار الصندوق الثاني $= \frac{1}{2}$ وإحتمال سحب كرة بيضاء

$$= \frac{3}{8}$$

$$\text{والاحتمال المركب لمذاين الحادثين} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$$

وحيث أننا نحصل على الكرة البيضاء باختيار الصندوق الأول وسحب كرة

بيضاء من أو باختيار الصندوق الثاني وسحب كرة بيضاء من . وهذان الحادثان

مباينان فإن .

$$\text{الإحتمال المطلوب} = \frac{3}{16} + \frac{5}{18} = \frac{37}{144}$$

مثال (١٤) :

مستوفى بمعنى على ٥ كرات خضراء ، ٤ كرات حمراء ،
٣ كرات زرقاء . سحب منه ٥ كرات بطريقة عشوائية ، فأوجد
إحتمال أن يكون منها كرتين خضراء وكرتين حمراء
وكرّة زرقاء .

الحل :

يمكن اختيار اثنى كرات من المستوفى بطرق عدداً ١٢ ،

$$٧٩٢ = \frac{٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥} =$$

ويمكن اختيار كرتين خضراوتين من بين ٥ كرات خضراء بطرق عدداً

$$١٠ = \frac{٥ \times ٤}{١ \times ٢} = {}^٥C_٢$$

ويمكن اختيار كرتين حمراوتين من بين ٤ كرات حمراء بطرق عدداً

$$٦ = \frac{٤ \times ٣}{١ \times ٢} = {}^٤C_٢$$

ويمكن اختيار كرتة زرقاء من بين ثلاث كرات زرقاء بطرق عدداً

$$٣ = {}^٣C_١$$

∴ (اثنى خضراء ، اثنى حمراء ، واحدة زرقاء)

$$\frac{{}^1P_2 \times {}^1P_2 \times {}^1P_2}{{}^1P_2} =$$

$$\frac{2 \times 1 \times 1}{1} = 2$$

مثال (١٥) :

صندوق يحتوي على ٦ كرات بيضاء ، ٤ كرات سوداء . سحبت منه كرتين بطريقة عشوائية ، فأوجد احتمال أن :

أولاً : أن تكون الكرتين السحابتين من لون واحد .

ثانياً : أن تكون إحدى الكرتين السحابتين من اللون الآخر .

الحل :

يمكن اختيار الكرتين من الصندوق بطرق عددها :

$${}^6P_2 = \frac{6 \times 5}{1 \times 2} = 15$$

يمكن اختيار كرتين من بين الكرات البيضاء بطرق عددها :

$${}^4P_2 = \frac{4 \times 3}{1 \times 2} = 6$$

يمكن اختيار كرتين من بين الكرات السوداء بطرق عددها :

$${}^2P_2 = \frac{2 \times 1}{1 \times 2} = 1$$

يمكن اختيار كرة من بين ٦ كرات بيضاء وأخرى من بين ٤ كرات سوداء بطرق عددها :

$$٢٤ = ٤ \times ٦ = ١,٢ \times ٢٠$$

أولاً : الحادث (الكرتين من لون واحد) يعني أن تكون

(الكرتين يضاوتين) أو (الكرتين سوداوتين) وما

حادثين مانعين

∴ ع (سحب كرتين من لون واحد) = ع (سحب كرتين

يضاوتين) + ع (سحب كرتين سوداوتين)

$$\frac{٢٤}{١٠٠} = \frac{٦}{١٠} + \frac{١٨}{١٠٠} =$$

ثانياً : الحادث (إحدى الكرتين على الأقل يضاء) يعني أن

تكون (الكرتين يضاوتين) أو (كرة يضاء وكرة سوداء)

وما أيضا حادثين مانعين.

∴ ع (سحب كرة يضاء على الأقل) = ع (سحب كرتين

يضاوتين) + ع (سحب كرة يضاء وكرة سوداء)

$$\frac{٢٩}{١٠٠} = \frac{١٨}{١٠٠} + \frac{١١}{١٠٠} =$$

حل آخر :

أولاً : نحاح الحادث (الكرتين من لون واحد) يعني فشل الحادث

(الكرتين من لوتين مختلفين)

∴ احتمال وقوع الحادث الأول = ١ - احتمال وقوع الحادث الثاني

∴ ع (سحب كرتين من لون واحد) = ١ - ع (سحب

كرتين من لوتين مختلفين)

$$\frac{٧١}{١٠٠} = \frac{٢٩}{١٠٠} - ١ =$$

ثانياً :

نجاح الحادث (إحدى الكرتين على الأقل يضاء) يعني فشل
الحادث (الكرتين سوداويتين)

∴ ع (سحب كرة يضاء على الأقل)

$$= 1 - ع (سحب كرتين سوداويتين)$$

$$= \frac{29}{40} = \frac{6}{40} - 1 =$$

مثال (١٦) :

إذا كانت لدينا تجربة معينة إحتال نجاحها ٥ فإن إحتال فشلها
= (١ - ٥) وإذا كررنا هذه التجربة ن من المرات، أوجد
إحتال نجاح هذه التجربة في ن من المرات .

الحل :

٥ نطلي إحتال النجاح في المرات الأولى للتالية في عدد ما س ،
(١ - ٥) نطلي إحتال الفشل في بقية المرات والتي عد ما
ن-٥ وحيث أن الاحتمال

$$٥ (١ - ٥)^{ن-٥}$$

يمكن أن يحدث طرق عدداً ٥ ن فكون :

$$ع (س) = ٥ ن (١ - ٥)^{ن-٥}$$

وهو احتمال نجاح التجربة في س من المرات عند اجرائها ن
من المرات .

مثال (١٧):

أوجد احتمال الحصول على العدد ٤ ثلاث مرات برى زهرة
واحدة من زهر التردد خمس مرات .

الحل:

احتمال الحصول على العدد ٤ في رمية واحدة $\frac{1}{4} = p$

$$q = \left(\frac{1}{4} - 1\right) = (p - 1)$$

$$n = 3$$

$$r = 2$$

$$P = {}^n C_r \cdot p^r \cdot q^{n-r} = ({}^3 C_2) \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^{3-2}$$

$$P = {}^3 C_2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} =$$

مثال (١٨):

إذا علمت أن احتمال ولادة مولود ذكر $\frac{1}{4}$ أوجد احتمال أن
أسرة لها أربعة أطفال، تحتوي على ولد واحد على الأقل .

الحل:

$$\frac{1}{4} = p$$

$$q = \left(\frac{1}{4} - 1\right) = (p - 1)$$

$$n = 4$$

$$ع \text{ (ولد على الأقل)} = (ع \text{ واحد أو ٢ أو ٣ أو ٤}) \\ (١)ع + (٢)ع + (٣)ع + (٤)ع =$$

$$ع \text{ (ولد واحد)} = {}^{١-١}(\frac{1}{٢} - ١)(\frac{1}{٢}) \cdot ١ \\ \frac{1}{١٦} = {}^٢(\frac{1}{٢})(\frac{1}{٢}) \cdot ٤ =$$

$$ع \text{ (ولدين)} = {}^{٢-١}(\frac{1}{٢} - ١) {}^٢(\frac{1}{٢}) \cdot ١ \\ \frac{٦}{١٦} = {}^٢(\frac{1}{٢}) {}^٢(\frac{1}{٢}) \cdot \frac{٢ \times ٤}{١ \times ٢} =$$

$$ع \text{ (ثلاثة أولاد)} = {}^{٣-١}(\frac{1}{٢} - ١) {}^٢(\frac{1}{٢}) \cdot ١ \\ \frac{١}{١٦} = (\frac{1}{٢}) {}^٢(\frac{1}{٢}) \cdot ١ =$$

$$ع \text{ (أربعة أولاد)} = {}^{٤-١}(\frac{1}{٢} - ١) {}^٢(\frac{1}{٢}) \cdot ١ \\ \frac{1}{١٦} = ١ \times {}^٢(\frac{1}{٢}) \times ١ =$$

$$\frac{1}{١٦} + \frac{٤}{١٦} + \frac{٦}{١٦} + \frac{٤}{١٦} = (ع \text{ ولد على الأقل})$$

حل آخر:

نجاح الماد (ولد واحد على الأقل) يعني فشل الماد
(لا فشل الأمرة على أي ولد)

$$\therefore ع \text{ (ولد على الأقل)} = ١ - ع \text{ (فشل)}$$

$$[{}^{١-١}(\frac{1}{٢} - ١) {}^٢(\frac{1}{٢}) \cdot ١] - ١ =$$

$${}^٢(\frac{1}{٢}) - ١ =$$

$$\frac{٦}{١٦} = \frac{٦}{١٦} - ١ =$$

التوقع الرياضى (Mathematical expectation)

إذا خضعت قيمة U لحادث احتمال وقوعه E فإن :

$$U \times E = \text{القيمة المتوقعة الحادث}$$

وقد يستخدم لفظ التوقع (expectation) بدلا من القيمة المتوقعة (Expected Value). فكتب

$$U \times E = E_U$$

مثال (١٩):

شخص يكسب ٣٩ قرشا عند حصوله على مجموع ٨ من القاء زهرة فرد مرتين متتاليتين فما مقدار التوقع الرياضى ؟ (أى متوسط المبلغ الذى يأخذه فى المرة الواحدة).

الحل :

$$E_U = (E \times \text{مجموع})$$

$$U \times E = E_U$$

$$E_U = 39 \times \frac{1}{8} = 4.875 \text{ فروش}$$

مثال (٢٠):

صندوق يحتوى على ١٠ ورقات بنكوت من فئة الجنيه ، ٦ ورقات من فئة الخمسة جنيه ، ٤ ورقات من فئة العشرة جنيه . فإذا طلب من شخص سحب ورقة بنكوت عشوائيا من هذا الصندوق وبأخذها لنفسه مقابل دفع قيمة مبنية مقدما . فإلى تلك القيمة المبينة

الحل :

$$\frac{1}{4} = (\text{ سحب } 1 \text{ ع })$$

$$\frac{3}{4} = (\text{ سحب } 0 \text{ ع })$$

$$\frac{1}{4} = (\text{ سحب } 10 \text{ ع })$$

$$\text{القيمة المتوقعة} = (\frac{1}{4} \times 10) + (\frac{3}{4} \times 0) + (\frac{1}{4} \times 1) = 1 \text{ ع}$$

ومذا يعني أنه إذا تكررت هذه اللعبة عددا كبيرا من المرات فإن متوسط ما يحصل عليه الشخص في المرة يساوي أربعة جنيهات ، وهي القيمة البادئة التي يجب دفعها مقدما لتلعب هذه اللعبة .

مثال (٢١) :

شخص يلقى بكرة يزمره ترد واحدة ويكسب عددا من القروش مساويا للعدد الذي يظهر على الوجه العلوي للزمرة . أوجد توقعه الرياضي (أي متوسط ما يحصل عليه في الرمية الواحدة)

الحل :

$$\frac{1}{4} = \text{ احتمال الحصول على أي من النتائج الست الممكنة عندلقاء الزمرة}$$

$$\therefore \text{ التوقع} = (\frac{1}{4} \times 1) + (\frac{1}{4} \times 2) + (\frac{1}{4} \times 3) + (\frac{1}{4} \times 4)$$

$$+ (\frac{1}{4} \times 0) + (\frac{1}{4} \times 6) = \frac{7}{4} = 1 \frac{3}{4} \text{ قرش}$$

تمارين (١٧)

١ - أوجد الاحتمالات لكل من الحوادث الآتية :

(٢)

(أ) احتمال الحصول على مجموع ٩ عند إلقاء زمرتين من زهر القرد .

(ب) احتمال أن يكون مجموع ناتج الرولين العلوين لزمرا أكبر من ١٠ أو أقل من ٥ .

٢ - فصل ٤ : ١٢ تليها منهم خمسة ذكور والبقية إناث فإذا اخذنا

تليها واحد بطريقة عشوائية فاحتمال أن يكون ثاة . وإذا اخذنا

تليين عشوائيا فاحتمال أن تكونا تاتين .

٣ - بحرمة كاسة من ورق اللعب (تكون من ٥٢ كرات ومحوى على

أربعة آسات) . سحب كراتين بطريقة عشوائية فأوجد احتمال أن يكون كل

منها آس .

(أ) في حالة إرجاع الكرات الأولى وخلط الورق جيدا قبل سحب

الكرات الثاني .

(ب) في حالة عدم إرجاع الكرات الأولى .

٤ - من مجموعة من ١٧ كرة مرقمة من ١ إلى ١٧ سحب كرة عشوائيا

فاحتمال :

(أ) أن يكون الرقم المدون عليها يقبل القسمة على ٣ أو ٧

(ب) ٢ أو ٥

٥ - صندوق به ٥ كرات سوداء ٢ كرات بيضاء ٤ كرات حمراء . .

سحبت منه كرة بطريقة عشوائية ثلاثة مرات متتالية . احسب احتمال أن تكون الكرات الثلاث المسحوبة من اللون الأسود والأبيض والأحمر على التوالي وذلك بفرض

أولاً : ارجاع الكرة التي تسحب من الصندوق وخط الكرات جيداً قبل السحب التالى .

ثانياً : عدم ارجاع الكرات التي تسحب إلى الصندوق .

٦ - إذا سحب كرتان عشوائياً من كيس به خمس كرات يعده ، فأما كرات سوداء فـ ٣ هو احتمال :

(أ) أن تكون الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين .

(ب) أن تكون الكرتان المسحوبتان من لون واحد .

(ج) أن تكون واحدة على الأقل من الكرتين سوداء .

٧ - يحتوي صندوق على ١٠ كرة منها ٥ سوداء ، ٧ بيضاء ، ٣ خضراء . سحبت منه سبعة كرات بطريقة عشوائية ، فأوجد احتمال أن تحتوي الكرات المسحوبة على ٣ كرات سوداء ، ٣ كرات بيضاء ، كرة واحدة خضراء .

٨ - يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وصندوق آخر يحتوي على ثلاث كرات بيضاء وخمس كرات سوداء . سحبت كرة من كل صندوق ، أوجد احتمال أن تكون :

(أ) كل منها بيضاء .

(ب) كل منها سوداء .

٩ - إذا اقتبعت زمرة بمائة من زمر الفرد اربعة مرات متتالية فأوجد

احتمال الحصول على العدد ٦ مرة واحدة على الأقل .

١٠ - تبلغ نسبة الفرشات للمية من انتاج آلة ما ١٠٪ فإذا نجح
في عتق عتقاة مكونة من اربعة وحدات من انتاج هذه الآلة فأرجح احتمال انه:

(أ) تكون منها وحدتين ميتين.

(ب) تكون منها وحدة مية واحدة على الاقل

(ج) تكون كلها مية.

١١ - كيس به خمسة كرات بيضاء وثلاثة كرات سوداء وكرتين حراوتين.
وإذا سحب شخص ٣ كرات مختلفة الألوان مرة واحدة من هذا الكيس فإنه يحصل
على جائزة مقدارها ٤٠ قرشا - احسب التوقع الرياضي.

١٢ - ماذا يدفع الشخص في الثمرين السابقين إذا أراد ألا يكسب أو يخسر
بالعب مرات عديدة جدا.

١٣ - شخص يلقي بكرة واحدة ويكسب عددا من القروش يساوي
مربع العدد الذي يظهر على الوجه العلوي للكرة. أوجد توقعه.

١٤ - اشترى شخص ورقة يا نصيب حيث الجائزة الأولى لما ٥٠ جنيه
والجائزة الثانية ٢٠ جنيها باحتمال ٠,٠٠١ و ٠,٠٠٢ على الترتيب، فما هو السعر
العادل الذي يدفعه لهذه الورقة.

١٥ - عند لقاء زميرتين من زهر الرد ما، يكسب أحد الأشخاص مبلغ
١٦ قرشا إذا كان مجموع ناتج الزهرين العلويين للزهر يساوي ٢ ويكسب ٢٠
قرشا إذا كان المجموع ١٢ فما هو المبلغ العادل الذي يدفعه هذا الشخص مقدما
لكي يلعب هذه اللعبة.

الفصل التاسع السلاسل الزمنية

مقدمة وتعريف:

تتكون السلسلة الزمنية من قراءات أو مشاهدات مسجلة في فترات زمنية متتابعة أطوالها متساوية. وهذه الفترات قد تكون سنوات أو أشهر أو أسابيع أو أيام أو ساعات... الخ. أي أن أي سلسلة زمنية تتكون من متغيرين أحدهما مستقل وهو عنصر الزمن والآخر تابع وهو قيمة الظاهرة محل الدراسة. وقد تسجل القراءات في أوقات محددة مثل بداية كل فترة زمنية كعدد الطلاب مثلاً في الجامعة عند بداية العام الدراسي. وقد تسجل القراءات لتشمل فترات زمنية مثل الاستهلاك من القمح خلال كل شهر من العام، وفي هذه الحالة نجد أن كل مشاهدة تغطي شهر كامل وهنا نعتبر أن المشاهدة قد سجلت عند منتصف كل شهر.

والأمثلة على السلاسل الزمنية عديدة فالصادرات المصرية من غزل القطن سنوياً في الفترة من (١٩٦٢ - ١٩٦٦) (جدول ٧-أ) صفحة ٦٤ وأعداد المواليد والوفيات السنوية في مصر في الفترة من (١٩٦٠ - ١٩٦٥) جدول (٧-ب) صفحة ٦٥ تعتبر من السلاسل الزمنية. ولكن لكي تكون السلسلة الزمنية مفيدة في الدراسة، ينبغي أن تشتمل على عدد كبير من الفترات الزمنية (من السنوات في المثاليين السابقين). ويتضمن جدول (٢٧) سلسلة تتكون من عدد البيض الذي تضعه النجاسة شهرياً في المتوسط في إحدى مزارع الدواجن في الفصول الأربعة في الفترة من ١٩٧٠ إلى ١٩٧٤. ويبين جدول (٢٨) سلسلة زمنية تتكون من إجمالي صادرات مصر بملايين الجنيهات في الفترة من ١٩٥٥ إلى ١٩٧٠.

المنحنى التاريخي:

لتمثيل السلسلة الزمنية بيانياً، تمثل وحدات الزمن على المحور الأفقي وقيم الظاهرة على المحور الرأسي، والخط البياني الذي نحصل عليه يعرف بالمنحنى التاريخي للظاهرة. وكشال على ذلك تم تمثيل جدول (٧-١) بيانياً في شكل (٢) (صفحة ٦٥) وكذلك تمثيل جدول (٧-٢) بيانياً في شكل (٣) (صفحة ٦٦) أما جدول (٢٧)، (٢٨) فيمثلها شكلي (٢٧)، (٢٨) حيث يتضح من شكل (٢٧) أن هناك تغيرات موسمية لكن الاتجاه العام للظاهرة يميل إلى الثبات بينما يتضح من شكل (٢٨) أن الاتجاه العام للظاهرة في زيادة مضطردة.

جدول (٢٧)

متوسط عدد البيض الذي تضعه الدجاجة في أشهر المواسم الأربعة
في إحدى مزارع تربية الدواجن في الفترة من ١٩٧٠ إلى ١٩٧٤

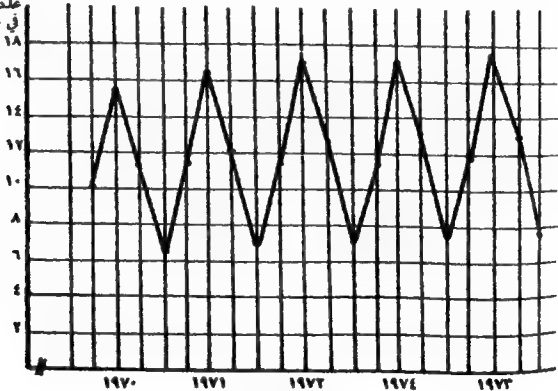
السنوات	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢	١٩٧٣	١٩٧٤
(الربع الأول) يناير - مارس	١٠,٢	١١,٧	١١,٥	١١,٦	١١,٩
(الربع الثاني) أبريل - يونيو	١٥,٧	١٦,٤	١٦,٩	١٧,٢	١٧,٥
(الربع الثالث) يوليو - سبتمبر	١١,٦	١٢,١	١٢,٧	١٣,٠	١٣,١
(الربع الرابع) أكتوبر - ديسمبر	٦,٨	٦,٩	٧,٣	٧,٥	٧,٧

جدول (٢٨)

إجمالي صادرات جمهورية مصر العربية في الفترة من ١٩٥٥ حتى ١٩٧٠
(بملايين الجنيهات)

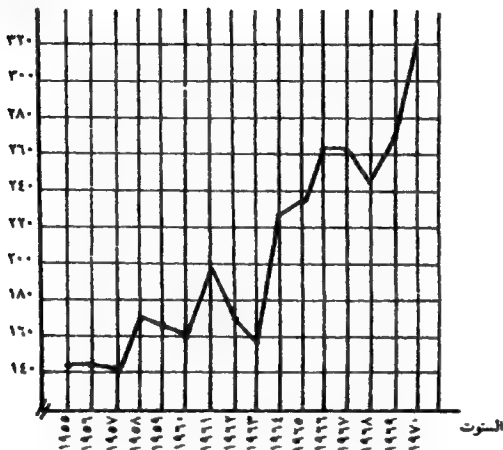
الصادرات	السنة	الصادرات	السنة
١٥٩	١٩٦٣	١٤٤	١٩٥٥
٢٢٧	١٩٦٤	١٤٦	١٩٥٦
٢٣٤	١٩٦٥	١٤٢	١٩٥٧
٢٦٣	١٩٦٦	١٧٢	١٩٥٨
٢٦٣	١٩٦٧	١٦٦	١٩٥٩
٢٤٦	١٩٦٨	١٦٠	١٩٦٠
٢٧٠	١٩٦٩	١٩٨	١٩٦١
٣٢٢	١٩٧٠	١٦٩	١٩٦٢

متوسط
عدد البيض
في الشهر



شكل (٢٧)

الصادرات
(بالمليون جنيه)



شكل (٢٨)

عناصر السلسلة الزمنية:

تتكون السلسلة الزمنية من بعض العناصر الآتية أو من جميع هذه العناصر وهي:

- ١ - الاتجاه العام
- ٢ - التغيرات الموسمية
- ٣ - التغيرات الدورية
- ٤ - التغيرات العرضية (العشوائية).

وتهدف دراسة السلاسل الزمنية عموماً إلى تتبع سلوك الظاهرة في الماضي ومحاولة الاستفادة من ذلك في التنبؤ بما يتوقع أن تكون عليه هذه

الظاهرة في المستقبل. لذلك يجب تحليل الظاهرة إلى عناصرها المختلفة ودراسة كل عنصر على حدة للتعرف على الكيفية التي يتغير بها هذا العنصر من حيث طبيعته ومقداره واتجاهه... الخ.

أولاً: الاتجاه العام:

وهو يبين التغير الذي يحدث في الظاهرة في الأجل الطويل. أي لعدد كبير جداً من الفترات الزمنية. فبالرغم من وجود ذبذبات لقيم الظاهرة من وقت لآخر داخل السنة الواحدة أو من سنة لأخرى إلا أن الاتجاه العام يبدو واضحاً إما بالزيادة (كما في شكل ٢٨) وهنا يقال أن الاتجاه العام موجب. وإما بالنقصان وعندئذ يكون الاتجاه العام سالباً. ونظراً لأن الاتجاه العام يمثل التغير في الظاهرة على مدى عدد كبير من السنوات فإنه لا يكون عرضة للانعكاس المفاجيء في الاتجاه.

والاتجاه العام قد يكون مستقيماً بمعنى أنه يمكن تمثيله بخط مستقيم وذلك عندما تمثل قيم الظاهرة إلى التزايد باستمرار أو إلى التناقص باستمرار. أما إذا مالت قيم الظاهرة إلى التزايد فترة طويلة ثم تحولت تدريجياً نحو التناقص فيمكن تمثيل الاتجاه العام من هذه الحالة بمنحنى يمثل هذا الاتجاه المتغير.

ثانياً: التغيرات الموسمية:

وهي تغيرات تحدث بصفة متكررة منتظمة داخل السنة الواحدة. فنجد أن مبيعات الملابس والأحذية تزداد في موسم الأعياد، وأن مبيعات المياه الغازية تزداد في فصل الصيف عندما ترتفع درجة الحرارة وتقبل في فصل الشتاء عندما تنخفض درجة الحرارة وأن عمليات سحب الوقود من البنوك تزداد في أول كل شهر... وهكذا. أي أن الفترة الزمنية التي يتكرر فيها حدوث الظاهرة قد تكون يوماً أو اسبوعاً أو شهراً أو فصلاً (من فصول السنة) وانتظام تكرار حدوث الظاهرة في نفس الوقت (الموسم) هو السبب في

تسميتها بالتغيرات الموسمية. وهذه التغيرات وإن كانت تحدث بنفس الانتظام من موسم لآخر إلا أنه لا يتوقع لها أن تكون بنفس الشدة حيث قد تكون عتيفة في بعض المواسم عنها في البعض الآخر وذلك تبعاً لظروف كل موسم.

ثالثاً: التغيرات الدورية:

وهي تغيرات تشبه التغيرات الموسمية من حيث أن التغير في الظاهرة يعيد نفسه في فترات زمنية متتابعة غير أن طول الفترة الزمنية في هذه الحالة يكون أكبر من سنة ويعرف بالدورة وتجد أن التغيرات الدورية عادة تكون أقل انتظاماً من التغيرات الموسمية نظراً لاختلاف طول الدورة وشدةها من دورة لأخرى. ومن أمثلة التغيرات الدورية «دورة الأعمال» الذي يتميز بها النظام الاقتصادي الحر حيث تتعاقب فترات الرواج والكساد.

رابعاً: التغيرات العشوائية (العرضية):

وهي تغيرات غير متوقعة وتحدث فجأة وبصورة عشوائية كأن يتأثر محصول زراعي بانخفاض مفاجئ وغير طبيعي في درجة الحرارة أو يحدث فيضان يثقل المحاصيل في منطقة معينة أو... الخ.

نماذج السلاسل الزمنية:

عند تحليل أي ظاهرة إلى عناصرها الأربعة سألنا الذكر يتوقف ذلك على النموذج الذي يبين كيفية اتحاد هذه العناصر مع بعضها البعض. وهناك نموذجين للسلاسل الزمنية وهما:

(١) النموذج التجميعي.

(٢) نموذج حاصل الضرب.

فلذا فرضنا أن:

ص: ترمز إلى قيمة الظاهرة في الفترة ن

٦ ص: ترمز إلى الاتجاه العام

٤ م ترمز إلى التأثير الموسمي

٤ د ترمز إلى التأثير الدوري

٤ ع ترمز إلى التأثير العرضي (العشوائي)

فإن النموذج التجميعي يفترض أن قيمة الظاهرة تتكون من حاصل جمع هذه العوامل الأربعة أي أن:

$$ص = ص' + م + د + ع$$

بينما يفترض نموذج ضرب أن قيمة الظاهرة تتكون من حاصل ضرب هذه العوامل الأربعة أي أن:

$$ص = ص' \times م \times د \times ع$$

ويلاحظ أنه في حالة النموذج التجميعي تظهر عناصر النموذج بوحدات القيم الأصلية للظاهرة بينما في حالة نموذج حاصل الضرب يظهر فقط الاتجاه العام بوحدات القيم الأصلية للظاهرة أما التغيرات الموسمية والدورية فتظهر كنسب مئوية.

وفي تحليلنا للسلاسل الزمنية سنستخدم نموذج حاصل الضرب لأنه يتفق مع الواقع في كثير من الدراسات التجريبية والاقتصادية. وفيما يلي سندرس كل عنصر من عناصر السلسلة الزمنية بالتفصيل.

(١) أثر الاتجاه العام

وهو يدرس التغير في الظاهرة في الأجل الطويل، لذلك ينبغي عند تعيين الاتجاه العام أن تكون فترة الدراسة طويلة بدرجة كافية. وعند رسم المنحنى التاريخي للظاهرة، يتضح شكل الاتجاه العام. هل هو مستقيم أم منحنى؟ فإذا تم توفير خط مستقيم لتمثيل هذا الاتجاه العام فإنه يعرف بخط الاتجاه العام المستقيم ويمكن كتابته على الصورة: $ص = م + ح$.

حيث م هو ميل الخط، ح هو الجزء المقطوع من المحور الرأسي. وقيم ص' للفترة الزمنية المختلفة تعرف بالقيم الاتجاهية للظاهرة وهي تعبر عن أثر الاتجاه العام. ويلاحظ أن بعض قيم ص' تكون أصغر من القيم الأصلية للظاهرة (ص) وذلك للنقط التي تقع فوق خط الاتجاه العام وأن بعض قيم ص' تكون أكبر من القيم الأصلية للظاهرة، وذلك للنقط التي تقع تحت خط الاتجاه العام.

وإذا كان الاتجاه العام غير مستقيم ويمكن تمثيله بمنحنى فيمكن معرفة ذلك من الخط البياني للمنحنى التاريخي للظاهرة. فإذا كان منحنى معادله من الدرجة الثانية فيمكن إيجاد معادله على الصورة:

$$\text{ص}' = \text{أ ص}^2 + \text{ب ص} + \text{ح}$$

وإذا كان المنحنى أسياً فيمكن إيجاد معادله على الصورة:

$$\text{ص}' = \text{أ} \cdot \text{ب}^{\text{ص}}$$

إلى غير ذلك من الصور المختلفة للاتجاه العام.

وهناك عدة طرق لتحديد الاتجاه العام وهي:

(١) طريقة التمهيد باليد

(٢) طريقة متوسطي نصفي السلسلة

(٣) طريقة الأوساط المتحركة

(٤) طريقة المربعات الصغرى.

(١) طريقة التمهيد باليد:

إذا تبين من المنحنى التاريخي للظاهرة أن الاتجاه العام مستقيماً فإنه يمكن بيانياً تمهيد خط مستقيم باليد بحيث يتوسط جميع النقاط التي تمثل قيم الظاهرة لكل الفترات الزمنية. ويمكن معرفة معادلة هذا المستقيم بإيجاد ميله (م) والجزء المقطوع من المحور الرأسي (ح) من الرسم البياني. إلا أن هذه الطريقة اليدوية غير دقيقة وتتوقف على دقة الراسم وخبرته وتختلف من

شخص لآخر. ويوضح شكل (٢٩) النحى التاريخي للصادرات المصرية بين سنتي ١٩٦٠، ١٩٧٠ (الخط المتقطع) والخط المهد أب والذي يمكن إيجاد مله بظل الزاوية ح ط

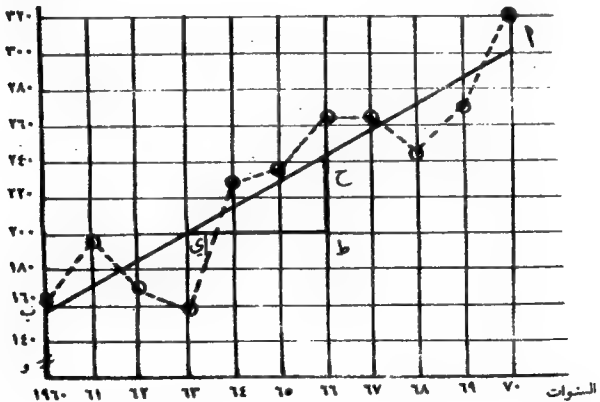
$$م (الميل) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{ح ط}{ط ي}$$

$$١٤ = \frac{٤٢}{٣} = \frac{٢٠٠ - ٢٤٢}{١٩٦٣ - ١٩٦٦} =$$

أما الجزء المقطوع من المحور الرأسي (ح) فيتوقف على اختيارنا لنقطة الأصل وبافتراض أن نقطة الأصل تقع عند سنة ١٩٦٠ نجد أن ح = ١٥٨ وبذلك تكون معادلة خط الانحياز العام هي:

$$ص = ١٤ س + ١٥٨$$

الصادرات
(بالمليون جنيه)



شكل (٢٩)

(٢) طريقة متوسطي نصفي السلسلة:

تفترض هذه الطريقة أن الوسط الحسابي للنصف الأول من سنوات السلسلة والوسط الحسابي للنصف الثاني من سنوات السلسلة يقعان على خط الاتجاه العام. وبالتالي تقسم السلسلة إلى قسمين ثم يحسب الوسط الحسابي لكل قسم ثم نرسم الخط الذي يمر بالوسطين الحسابيين فيكون هو خط الاتجاه العام وإذا كان عدد سنوات السلسلة فردياً يمكن إهمال السنة الأولى أو السنة الوسطى من سنوات السلسلة.

مثال (١):

باستخدام طريقة متوسطي نصفي السلسلة أوجد معادلة خط الاتجاه العام للصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٧٠.

الحل:

نظراً لأن عدد سنوات السلسلة فردياً فسوف نهمل بيانات السنة الأولى (١٩٦٠).

وبالتالي نجد أن:

قيمة الصادرات للنصف الأول من سنوات السلسلة (١٩٦١ - ١٩٦٥)

$$= ١٩٨ + ١٦٩ + ١٥٩ + ٢٢٧ + ٢٣٤ = ٩٨٧ \text{ مليون جنيه}$$

وقيمة الصادرات للنصف الثاني من سنوات السلسلة (١٩٦٦ - ١٩٧٠)

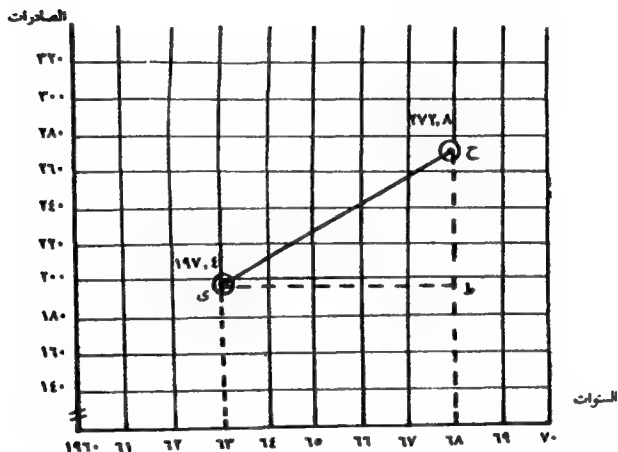
$$= ٢٦٣ + ٢٦٣ + ٢٤٦ + ٢٧٠ + ٣٢٢ = ١٣٦٤ \text{ مليون جنيه}$$

$$\text{والوسط الحسابي للنصف الأول} = \frac{٩٨٧}{٥} = ١٩٧,٤ \text{ مليون جنيه}$$

وفترض أن هذا يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦٣ وهي السنة التي تقع عند منتصف النصف الأول من السلسلة.

$$\text{والوسط الحسابي للنصف الثاني} = \frac{1364}{0} = 272,8 \text{ مليون جنيه}$$

ويفترض أن هذا يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦٨ وهي السنة التي تقع عند منتصف النصف الثاني من السلسلة. وبالتالي فإن خط الاتجاه العام يمثل المستقيم ح ي (شكل ٣٠).



شكل (٣٠)

$$\text{وميل هذا المستقيم (p)} = \frac{\text{ح} - \text{ط}}{\text{ي} - \text{ط}}$$

$$10,1 = \frac{70,4}{0} = \frac{197,4 - 272,8}{1963 - 1968} = p$$

- ٢٣١ -

وإذا اخترنا أن تكون نقطة الأصل عند سنة ١٩٦٣ فأن:

$$ح = ١٩٧,٤$$

وتكون معادلة خط الاتجاه العام هي:

$$ص' = ١٥,١ س + ١٩٧,٤$$

وإذا اخترنا أن تكون نقطة الأصل عند سنة ١٩٦٨ فإن $ح = ٢٧٢,٨$

وتكون معادلة خط الاتجاه العام هي: $ص' = ١٥,١ س + ٢٧٢,٨$

(٣) طريقة الأوساط المتحركة:

إذا تبين من المنحنى التاريخي للظاهرة وجود تغيرات دورية أمكن تحديد طول الدورة وهو البعد بين قمتين متتاليتين (أو قاعين متتالين) ووجدنا أن طول الدورة خمس سنوات، نوجد الوسط الحسابي لقيم الظاهرة للسنوات من الأولى إلى الخامسة، ومن الثانية إلى السادسة، ومن الثالثة إلى السابعة وهكذا... ونعتبر أن المتوسط الأول يمثل القيمة الاتجاهية للسنة الثالثة (متصف الفترة من الأولى إلى الخامسة) وأن المتوسط الثاني يمثل القيمة الاتجاهية للسنة الرابعة [متصف الفترة من الثانية إلى السادسة] وهكذا... وهذه المتوسطات تعرف بالمتوسطات المتحركة.

مثال (٢):

باستخدام طريقة الأوساط المتحركة أوجد القيم الاتجاهية للمصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٧٠ (اعتبر طول الدورة ثلاث سنوات).

الحل:

الوسط الحسابي للسنوات ١٩٦٠ ١٩٦١ ١٩٦٢

$$١٧٦ = \frac{٥٢٧}{٣} = \frac{١٦٩ + ١٩٨ + ١٦٠}{٣} =$$

وسنعتبر أن هذا الوسط الحسابي يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦١ (متصف الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٦٢).

الوسط الحسابي للسنوات ١٩٦١، ١٩٦٢، ١٩٦٣

$$١٧٥ = \frac{٥٢٦}{٣} = \frac{١٥٩ + ١٦٩ + ١٩٨}{٣} =$$

وسنعتبر أن هذا الوسط الحسابي يمثل القيمة الاتجاهية لسنة ١٩٦٢ (متصف الفترة من ١٩٦١ إلى ١٩٦٣)...

وهكذا حتى نصل إلى نهاية السلسلة كما يتضح من جدول (٢٩).

جدول (٢٩)

حساب القيم الاتجاهية بطريقة الأوساط المتحركة
(طول الدورة ٣ سنوات)

السنوات	الصادرات (بملايين الجنيهات)	مجموع ٣ سنوات	متوسط ٣ سنوات
١٩٦٠	١٦٠	—	—
١٩٦١	١٩٨	٥٢٧	١٧٦
١٩٦٢	١٦٩	٥٢٦	١٧٥
١٩٦٣	١٥٩	٥٥٥	١٨٥
١٩٦٤	٢٢٧	٦٢٠	٢٠٧
١٩٦٥	٢٣٤	٧٢٤	٢٤١
١٩٦٦	٢٦٣	٧٦٠	٢٥٣
١٩٦٧	٢٦٣	٧٧٢	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٧٧٩	٢٦٠
١٩٦٩	٢٧٠	٨٣٨	٢٧٩
١٩٧٠	٣٢٢	—	—

وبلاحظ أن عدد الأوساط المتحركة يقل عن قيم الظاهرة بقيمتين (الأولى والأخيرة) وذلك لأن طول الدورة ثلاث سنوات وإذا كان طول الدورة خمس سنوات يقل عدد الأوساط المتحركة عن قيم الظاهرة بأربعة قيم (اثنين في البداية واثنين في النهاية). وإذا كان طول الدورة سبع سنوات يقل عدد الأوساط المتحركة عن قيم الظاهرة بست قيم (ثلاثة في البداية وثلاثة في النهاية) وهكذا... أما إذا كان طول الدورة عدداً زوجياً من السنوات فإن

جدول (٣٠)

حساب القيمة الاتجاهية بطريقة الأوساط المتحركة
(طول الدورة ٤ سنوات)

السنوات	الصادرات (بملايين الجنيهات)	مجموع ٤ سنوات	مجموع ٨ سنوات	متوسطة سنوات
١٩٦٠	١٦٠	—	—	—
١٩٦١	١٩٨	—	—	—
١٩٦٢	١٦٩	٦٨٦	١٤٣٩	١٨٠
١٩٦٣	١٥٩	٧٥٣	١٥٤٢	١٩٣
١٩٦٤	٢٢٧	٧٨٩	١٦٧٢	٢٠٩
١٩٦٥	٢٣٤	٨٨٣	١٨٧٠	٢٣٤
١٩٦٦	٢٦٣	٩٨٧	١٩٩٣	٢٤٩
١٩٦٧	٢٦٣	١٠٠٦	٢٠٤٨	٢٥٦
١٩٦٨	٢٤٦	١٠٤٢	٢٢٤٣	٢٦٨
١٩٦٩	٢٧٠	١١٠١	—	—
١٩٧٠	٣٢٢	—	—	—

المتوسط المتحرك سيقع بين مستين (متصف طول الدورة) وللتغلب على ذلك يتم الحل على مرحلتين. نوجد أولاً في المرحلة الأولى أوساط متحركة (يقع كل منها بين مستين). وفي المرحلة الثانية نوجد متوسط كل وسطين متحركين متتاليين. وهذا سيقع أمام إحدى سنوات السلسلة. ولتبسيط العمليات الحسابية نوجد أولاً في المرحلة الأولى لمجاميع متحركة (يقع كل منها بين مستين) وفي المرحلة الثانية نوجد مجموع كل مجموعين متحركين متتاليين (وهذا المجموع سيقع أمام إحدى سنوات السلسلة) ثم نوجد متوسط هذا الأخير بالقسمة على ضعف طول الدورة.

مثال (٣):

حل المثال السابق باعتبار أن طول الدورة أربع سنوات.

الحل:

في العمود الثالث جدول (٣٠) نوجد:

مجموع قيم الصادات للسنوات ١٩٦٠ ١٩٦١ ١٩٦٢ ١٩٦٣

$$= 160 + 198 + 169 + 109 = 786$$

وهذا يقع بين ستي ١٩٦١ ١٩٦٢

ومجموع القيم للسنوات ١٩٦١ ١٩٦٢ ١٩٦٣ ١٩٦٤

$$= 198 + 169 + 109 + 227 = 703$$

وهذا يقع بين ستي ١٩٦٢ ١٩٦٣

وهكذا نوجد باقي المجاميع المتحركة ويقع كل منها بين مستين. وفي

العمود الرابع من الجدول نوجد كل مجموعين متحركين متتاليين.

وهذا يقع أمام إحدى سنوات السلسلة فمثلاً:

$$786 + 703 = 1489 \quad \text{وهذا يقع أمام ١٩٦٢}$$

$$703 + 789 = 1092 \quad \text{وهذا يقع أمام ١٩٦٣}$$

وهكذا...

$$180 = \frac{1439}{8} = 1962 \text{ يمثل سنة } 1962$$

$$193 = \frac{1542}{8} = 1963 \text{ يمثل سنة } 1963$$

وهكذا...

وبلاحظ أن عدد الأوساط المتحركة يقل عن قيم الظاهرة بأربع قيم (اثنتين في البداية واثنتين في النهاية) وذلك لأن طول الدورة أربع سنوات. وإذا كان طول الدورة ست سنوات يقل عدد الأوساط المتحركة عن قيم الظاهرة بست قيم (ثلاثة في البداية وثلاثة في النهاية) ... وهكذا.

عيوب طريقة الأوساط المتحركة:

- ١ - تحتاج إلى تحديد طول الدورة، وهذه مسألة تقديرية.
- ٢ - يقل عدد القيم الاتجاهية عن قيم الظاهرة كلما ازداد طول الدورة، وتكون هذه المشكلة أكثر وضوحاً كلما قل عدد السنوات بالسلسلة الزمنية.
- ٣ - لا تعطى صيغة رياضية لمعادلة الاتجاه العام وبالتالي لا يمكن بواسطتها التنبؤ بقيم الظاهرة في المستقبل.

(٤) طريقة المربعات الصغرى:

تستخدم هذه الطريقة لإيجاد معادلة المستقيم (أو المنحنى) الذي يمثل الاتجاه العام وذلك بجعل مجموع مربعات الأبعاد الرأسية للنقط في شكل الانتشار عن خط (أو منحنى) الاتجاه العام أصغر ما يمكن (نهاية صغرى)“

(١) راجع طريقة المربعات الصغرى، ص ١٨٠.

وهذه الطريقة أدق من الطرق السابقة وأفضل منها ولا تتعرض للانتقادات التي وجهت إليها...

فلذا تبين لنا من المنحنى التاريخي للظاهرة أن الاتجاه العام:

أولاً: مستقيماً على الصورة:

$$ص' = م + ح$$

حيث م هو الميل، ح هو الجزء المقطوع من المحور الرأسي/ نستطيع الحصول على قيمتي م، ح باستخدام هذه الطريقة.

من المعادلتين:

$$(١) \quad م \text{ ح} م^2 + ح \text{ ح} م = م \text{ ح} م$$

$$(٢) \quad م \text{ ح} م + ن \text{ ح} = م \text{ ح} م$$

وإذا نقلت نقطة الأصل بالنسبة للزمن إلى الفترة الزمنية التي تقع عند منتصف السلسلة فإن العمليات الحسابية ستسهل كثيراً حيث يصبح $م \text{ ح} م = صفر$.

وحيث نجد أن:

$$(٣) \quad \frac{م \text{ ح} م}{م \text{ ح} م} = م$$

$$(٤) \quad \frac{م \text{ ح} م}{ن} = م$$

مثال (٤):

باستخدام طريقة المربعات الصغرى أوجد معادلة خط الاتجاه العام للصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٦٠ إلى ١٩٧٠ وذلك بافتراض أن نقطة الأصل تقع عند سنة ١٩٦٠ ثم أوجد القيم الاتجاهية لجميع سنوات السلسلة.

جدول (٣١)
حساب القيم الاتجاهية بطريقة المربعات الصغرى
بافتراض أن الاتجاه العام مستقيم

السنة	ص	س	س ^٢	س ص	ص ^٢
١٩٦٠	١٦٠	—	—	—	١٥٧
١٩٦١	١٩٨	١	١	١٩٨	١٧١
١٩٦٢	١٦٩	٢	٤	٣٣٨	١٨٥
١٩٦٣	١٥٩	٣	٩	٤٧٧	٢٠٠
١٩٦٤	٢٢٧	٤	١٦	٩٠٨	٢١٤
١٩٦٥	٢٣٤	٥	٢٥	١١٧٠	٢٢٨
١٩٦٦	٢٦٣	٦	٣٦	١٥٧٨	٢٤٣
١٩٦٧	٢٦٣	٧	٤٩	١٨٤١	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٨	٦٤	١٩٦٨	٢٧١
١٩٦٩	٢٧٠	٩	٨١	٢٤٣٠	٢٨٥
١٩٧٠	٣٢٢	١٠	١٠٠	٣٢٢٠	٣٠٠
المجموع	٢٥١١	٥٥	٣٨٥	١٤١٢٨	٢٥١١

الحل:

بالتعويض في المعادلتين (١)، (٢) نجد أن:

$$\begin{cases} ٣٨٥ م + ٥٥ ح = ١٤١٢٨ \\ ٥٥ م + ١١ ح = ٢٥١١ \end{cases}$$

ويحل هاتين المعادلتين نجد أن:

$$م = ١٤,٣$$

$$ح = ١٥٦,٧٧$$

أي أن معادلة خط الاتجاه العام المستقيم هي :

$$\text{ص} = ١٤,٣ \text{ س} + ١٥٦,٧٧$$

وبالتعويض في هذه العلاقة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ص' الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣١) وهي القيم الاتجاهية للسنوات المختلفة.

مثال (٥) :

حل المثال السابق بافتراض أن نقطة الأصل تقع عند منتصف السلسلة أي عند سنة ١٩٦٥.

جدول (٣٢)

حساب القيم الاتجاهية بطريقة المربعات الصغرى
بافتراض أن الاتجاه العام مستقيم

السنة	ص	س	س'	س ص	ص'
١٩٦٠	١٦٠	٥-	٢٥	٨٠٠-	١٥٧
١٩٦١	١٩٨	٤-	١٦	٧٩٢-	١٧١
١٩٦٢	١٦٩	٣-	٩	٥٠٧-	١٨٥
١٩٦٣	١٥٩	٢-	٤	٣١٨-	٢٠٠
١٩٦٤	٢٢٧	١-	١	٢٢٧-	٢١٤
١٩٦٥	٢٣٤	-	-	-	٢٢٨
١٩٦٦	٢٦٣	١	١	٢٦٣	٢٤٣
١٩٦٧	٢٦٣	٢	٤	٥٢٦	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٣	٩	٧٣٨	٢٧١
١٩٦٩	٢٧٠	٤	١٦	١٠٨٠	٢٨٥
١٩٧٠	٣٢٢	٥	٢٥	١٦١٠	٣٠٠
المجموع	٢٥١١	صفر	١١٠	١٥٧٣	٢٥١١

الحل:

بالتعويض في (٣)، (٤) نجد أن:

$$١٤,٣ = \frac{١٥٧٣}{١١٠} = ٢$$

$$٢٢٨,٢٧ = \frac{٢٥١١}{١١} = ح$$

ونجد أن معادلة خط الاتجاه العام المستقيم هي:

$$\text{ح} = ١٤,٣ \text{ سن} + ٢٢٨,٢٧$$

وبالتعويض في هذه العلاقة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ح'
الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٢) وهي القيم الاتجاهية المطلوبة. وإذا
كان عدد السنوات زوجياً تختار نقطة الأصل بين السنتين الواقعتين في منتصف
السلسلة وتأخذ وحدة الزمن نصف سنة وبذلك يسهل الحل كثيراً.

مثال (٦):

حل المثال السابق لإيجاد معادلة خط الاتجاه العام المستقيم للصادرات
المصرية في الفترة من ١٩٦١ - ١٩٧٠ باستخدام طريقة المربعات الصغرى.
ثم أوجد القيم الاتجاهية لجميع سنوات السلسلة.

جدول (٣٣)

حساب القيم الاتجاهية بطريقة المربعات الصغرى

بافتراض أن الاتجاه العام مستقيم

وأن نقطة الأصل تقع بين سنتي ٦٥، ١٩٦٦ وأن وحدة الزمن نصف سنة

السنة	ص	س	س'	س ص	ص'
١٩٦١	١٩٨	٩-	٨١	١٧٨٢-	١٧٠
١٩٦٢	١٦٩	٧-	٤٩	١١٨٣-	١٨٤
١٩٦٣	١٥٩	٥-	٢٥	٧٩٥-	١٩٩
١٩٦٤	٢٢٧	٣-	٩	٦٨١-	٢١٣
١٩٦٥	٢٣٤	١-	١	٢٣٤-	٢٢٨
١٩٦٦	٢٦٣	١	١	٢٦٣	٢٤٢
١٩٦٧	٢٦٣	٣	٩	٧٨٩	٢٥٧
١٩٦٨	٢٤٦	٥	٢٥	١٢٣٠	٢٧١
١٩٦٩	٢٧٠	٧	٤٩	١٨٩٠	٢٨٦
١٩٧٠	٣٢٢	٩	٨١	٢٨٩٨	٣٠١
المجموع	٢٣٥١	صفر	٣٣٠	٢٣٩٥	٢٣٥١

الحل:

بالتعويض في المعادلتين (٣) : (٤) نجد أن:

$$٧, ٢٦ = \frac{٢٣٩٥}{٣٣٠} = ٢$$

$$٢٣٥, ١ = \frac{٢٣٥١}{١٠} = ٢٣٥, ١$$

- ٢٤١ -

ونجد أن معادلة خط الاتجاه العام هي :

$$\text{ص}^1 = ٧,٢٦ \text{ ص} + ٢٣٥,١$$

وبالتعويض في هذه العلاقة بقيم من المختلفة نحصل على قيم ص^١ الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٣) وهي القيم الاتجاهية للسنوات المختلفة.

ثانياً: إذا تبين لنا من المنحنى التاريخي للظاهرة أن الاتجاه العام يمكن تمثيله بمنحنى معادلته من الدرجة الثانية على الصورة:

$$\text{ص} = \text{أ ص}^2 + \text{ب ص} + \text{ح}$$

فيمكن باستخدام طريقة المربعات الصغرى إيجاد قيم أ، ب، ح التي تجعل مجموع مربعات الأبعاد الرأسية للنقط عن المنحنى نهاية صغرى (أصغر ما يمكن) من المعادلات:

$$(٥) \quad \text{أ مح ص}^4 + \text{ب مح ص}^3 + \text{ح مح ص}^2 = \text{مح ص}^3$$

$$(٦) \quad \text{أ مح ص}^3 + \text{ب مح ص}^2 + \text{ح مح ص} = \text{مح ص}^2$$

$$(٧) \quad \text{أ مح ص}^2 + \text{ب مح ص} + \text{ح} = \text{مح ص}$$

وباختيار نقطة الأصل عند منتصف السلسلة نجد أن:

$$\text{مح ص} = \text{صفر}$$

$$\text{مح ص}^2 = \text{صفر}$$

وبالتالي فإن:

$$(٨) \quad \text{أ مح ص}^4 + \text{ح مح ص}^2 = \text{مح ص}^4$$

$$(٩) \quad \text{ب مح ص}^2 = \text{مح ص}^2$$

$$(١٠) \quad \text{أ مح ص}^2 + \text{ح} = \text{مح ص}$$

مثال (٧) :

باستخدام طريقة المربعات الصغرى أوجد معادلة الدرجة الثانية على
الصورة $ص = أ س^٢ + ب س + ح$ التي تمثل الصادرات المصرية (جدول
٢٨) من الفترة من ١٩٥٦ - ١٩٧٠ وذلك بافتراض أن نقطة الأصل تقع عند
سنة ١٩٦٣.

جدول (٣٤)

حساب معادلة الاتجاه العام من الدرجة الثانية

السن	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	السن
١٤٧	٧١٥٤	١٠٢٢-	٢٤٠١	٣٤٣-	٤٩	٧-	١٤٦	١٤٥٦
١٥١	٥١١٢	٨٥٢-	١٢٩٦	٢١٦-	٣٦	٦-	١٤٢	١٤٥٧
١٥٦	٤٣٠٠	٨٦٠-	٦٢٥	١٢٥-	٢٥	٥-	١٧٢	١٤٥٨
١٦٢	٢٦٥٦	٦٦٤-	٢٥٦	٦٤-	١٦	٤-	١٦٢	١٤٥٩
١٦٩	١٤٤٠	٤٨٠-	٨١	٧٧-	٩	٣-	١٦٠	١٤٦٠
١٧٨	٧٩٢	٣٩٦-	١٦	٨-	٤	٢-	١٩٨	١٤٦١
١٨٧	١٦٩	١٦٩-	١	١-	١	١-	١٦٩	١٤٦٢
١٩٨	-	-	-	-	-	-	١٥٩	١٤٦٣
٢١٠	٢٢٧	٢٢٧	١	١	١	١	٢٢٧	١٤٦٤
٢٢٣	٤٣٦	٤٦٨	١٦	٨	٤	٢	٢٣٤	١٤٦٥
٢٣٨	٣٣١٧	٧٨٩	٨١	٢٧	٩	٢	٢٦٣	١٤٦٦
٢٥٣	٤٢٠٨	١٠٥٢	٢٥٦	٦٤	١٦	٤	٢٦٣	١٤٦٧
٢٧٠	٦١٥٠	١٢٣٠	٦٢٥	١٢٥	٢٥	٥	٢٤٦	١٤٦٨
٢٨٨	٩٧٣٠	١٦٢٠	٢١٩٦	٢١٦	٣٦	٦	٢٧٠	١٤٦٩
٣٠٧	١٥٧٧٨	٢٣٥٤	٢٤٠١	٢٤٣	٤٩	٧	٢٢٢	١٤٧٠
٣١٣٧	٦١٠٠٩	٣١٩٧	٩٣٥٢	صفر	٢٨٠	صفر	٣١٣٧	الصين

الحل:

بالتعويض في (٨)، (٩)، (١٠) نجد أن:

$$٩٣٥٢ \neq ٢٨٠ + ٦١٠٠٩$$

$$٣١٩٧ \neq ٢٨٠ \text{ ب}$$

$$٣١٣٧ \neq ٢٨٠ + ١٥ \text{ ج}$$

وبحل المعادلتين الأولى والثالثة نجد أن:

$$٠,٥٩ = \text{أ}$$

$$١٩٨,٠٤ = \text{د}$$

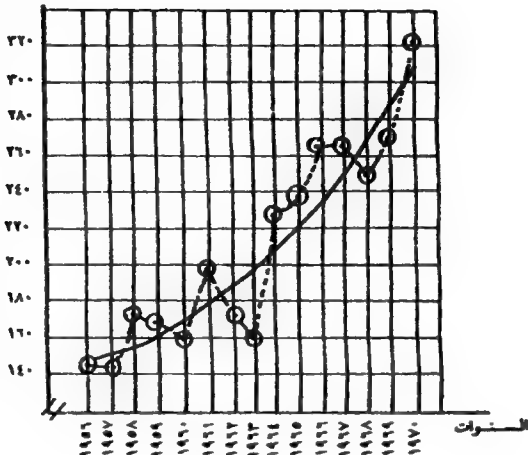
ومن المعادلة الثانية نجد أن:

$$١١,٤٢ = \text{ب}$$

إذن معادلة الدرجة الثانية التي تمثل الاتجاه العام هي:

$$\text{ص} = ٠,٥٩ \text{ ص}^٢ + ١١,٤٢ \text{ ص} + ١٩٨,٠٤$$

وبالتعويض في هذه المعادلة بقيم ص المختلفة نحصل على قيم ص' (القيم الاتجاهية) الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٤).



شكل (٣١)

ويرسم القيم الاتجاهية نحصل على منحنى الاتجاه العام كما يتضح من شكل (٣١) الذي يبين كل من المنحنى التاريخي للظاهرة ومنحنى الاتجاه العام.

وإذا كان عدد السنوات زوجياً نختار نقطة الأصل بين السنتين الواقعتين عند منتصف السلسلة وتؤخذ وحدة الزمن نصف سنة وذلك لتبسيط العمليات الحسابية.

مثال (٨):

حل المثال السابق لإيجاد معادلة الدرجة الثانية للاتجاه العام للصادرات المصرية (جدول ٢٨) في الفترة من ١٩٥٥ - ١٩٧٠.

الحل:

باختيار نقطة الأصل بين سنتي ١٩٦٢ ، ١٩٦٣ واعتبار وحدة الزمن نصف سنة تكون العمليات الحسابية كما في جدول (٣٥) وبالتعويض في (٨) ، (٩) ، (١٠) نجد أن:

$$292361 = 1260 + 206992$$

$$7371 = 1260$$

$$3281 = 1260 + 16$$

ويحل المعادلتين الأولى والثالثة نجد أن:

$$0,147 = \text{أ}$$

$$192,03 = \text{ح}$$

ومن المعادلة الثانية نجد أن:

$$0,42 = \text{ب}$$

إذن معادلة الدرجة الثانية التي تمثل الاتجاه العام هي:

$$\text{ص} = 0,147 \text{ س}^2 + 0,42 \text{ س} + 192,03$$

وبالتعويض في هذه المعادلة بقيم س المختلفة نحصل على قيم ص' الموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٥) وهي القيم الاتجاهية لسنوات السلسلة.

جدول (٣٥) حساب معادلة الاتجاه العام من الدرجة الثانية (حدد السنوات زوجي)

[illegible]

أهمية دراسة الاتجاه العام

يتم الباحثون بدراسة الاتجاه العام إما بفرض التنبؤ بقيم الظاهرة في المستقبل أو لاستبعاد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلة الزمنية للتوصل إلى دراسة التغيرات الأخرى مثل التغيرات الموسمية أو الدورية.

أولاً - استخدام الاتجاه العام في التنبؤ:

من دراسة كيفية نمو السلسلة في الماضي وبافتراض استمرار نفس معدلات النمو في المستقبل يمكن التنبؤ بقيم الظاهرة في فترات قادمة. ويتم ذلك بدراسة الاتجاه العام في الماضي واستخدام المعادلة التي نحصل عليها في تقدير قيم الظاهرة في فترات مستقبلية. فمثلاً في مثال (٥) يمكن تقدير قيمة الصادرات المصرية سنة ١٩٧٣ وذلك بالتعويض في معادلة الاتجاه العام عن s تساوي:

$$١٩٧٣ - ١٩٦٢ = ٨ \text{ وبالتالي نجد أن:}$$

$$ص' (١٩٧٣) = (١٤,٣) (٨) + ٢٢٨,٢٧$$

$$= ٣٤٢,٦٧ \text{ مليون جنيه}$$

وذلك بافتراض أن اتجاه الصادرات في المستقبل سيتبع نفس النموذج في الماضي.

وتفيد مثل هذه الدراسة في عمل توقعات عن المستقبل يمكن استخدامها لأغراض التخطيط حيث أن أساس التنبؤ بالمستقبل هو معرفة الماضي.

ثانياً: استبعاد أثر الاتجاه العام:

لدراسة العوامل الأخرى التي تؤثر على السلسلة الزمنية بخلاف الاتجاه العام نستبعد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلة. فلذا فرضنا أن نموذج

السلسلة هو نموذج حاصل الضرب بمعنى أن:

$$ص = ص' \times م \times د \times ع$$

$$\text{فإن } \frac{ص}{ص'} = م \times د \times ع$$

أي إذا قسمنا القيم الأصلية للسلسلة على القيم الاتجاهية نحصل على محصلة الآثار الموسمية والدورية والعرضية. وبضرب الناتج في مائة نحصل على هذه المحصلة في شكل نسبة مئوية. وإذا كانت البيانات التي لدينا بيانات سنوية أي لا تشتمل على تغيرات موسمية فإن:

$$\frac{ص}{ص'} = د \times ع$$

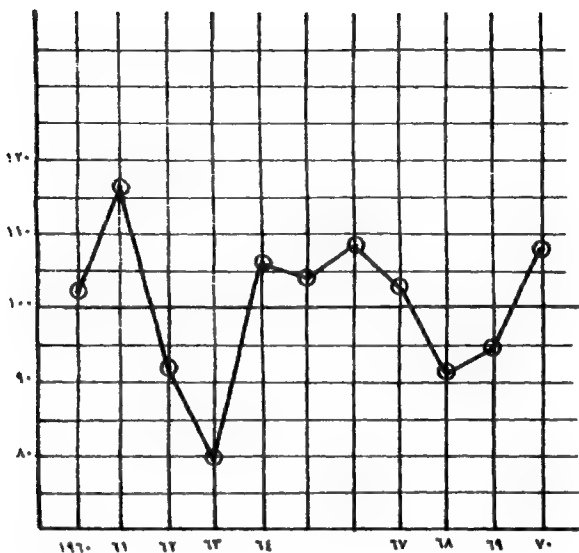
وذلك يمكننا من دراسة التغيرات الدورية إذا كانت السلسلة تتكون من عدد كبير من السنوات بدرجة كافية.

جدل (٣٦)

تخليص إجمالي الصادرات المصرية من أثر الاتجاه العام

السنة	الصادرات م	القيم الاتجاهية م	م $\times \frac{100}{م}$
١٩٦٠	١٦٠	١٥٧	١٠١,٩
١٩٦١	١٩٨	١٧١	١١٥,٨
١٩٦٢	١٦٩	١٨٥	٩١,٤
١٩٦٣	١٥٩	٢٠٠	٧٩,٥
١٩٦٤	٢٢٧	٢١٤	١٠٦,١
١٩٦٥	٢٣٤	٢٢٨	١٠٢,٦
١٩٦٦	٢٦٣	٢٤٣	١٠٨,٢
١٩٦٧	٢٦٣	٢٥٧	١٠٢,٣
١٩٦٨	٢٤٦	٢٧١	٩٠,٨
١٩٦٩	٢٧٠	٢٨٥	٩٤,٧
١٩٧٠	٣٢٢	٣٠٠	١٠٧,٣

ويوضح جدول (٣٦) كيفية استبعاد أثر الاتجاه العام من بيانات الصادرات المصرية وذلك باستخدام بيانات جدول (٣٢). أما شكل (٣٢) فيبين التغيرات الدورية والعرضية بعد استبعاد أثر الاتجاه العام من بيانات الصادرات.



شكل (٣٢)

(٢) التغيرات الموسمية

سبق أن عرفنا التغيرات الموسمية بأنها تغيرات تحدث بصفة متكررة منتظمة كل موسم، والموسم هو الفترة الزمنية التي يتكرر فيها حدوث الظاهرة فقد يكون يوماً أو أسبوعاً أو شهراً أو فصلاً (ثلاثة أشهر) . الخ. ولقياس هذه التغيرات يجب أولاً تحليل بيانات السلسلة الزمنية من أثر الاتجاه العام ثم إيجاد متوسط كل موسم (لاستبعاد أثر التغيرات الدورية والعرضية) وبالتالي

يمكن حساب التغيرات الموسمية. فإذا كان نموذج السلسلة هو نموذج حاصل الضرب نستبعد أثر الاتجاه العام بإيجاد $\frac{\text{ص}}{\text{ص}} \times 100$ وذلك لكل موسم من المواسم فنحصل على $m \times d \times c$ في شكل نسبة مئوية. وبإيجاد متوسط هذه النسبة لجميع السنوات يتم استبعاد d و c ويبقى لنا أثر الموسم وسوف نطلق عليه «الدليل الموسمي».

مثال (٨):

بيانات جدول (٣٧) تمثل قيمة المنتج من إحدى السلع بآلاف الجنيهات في الفصول الأربعة للسنوات ١٩٨٣ - ١٩٨٦. والطلب حساب الدليل الموسمي من بيانات هذا الجدول.

جدول (٣٧)
المنتج من إحدى السلع بآلاف الجنيهات

الموسم	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦
يناير - مارس	١١	١٥	٢٥	٢٧
أبريل - يونيو	١٧	٢٠	٢٢	٢٨
يوليو - سبتمبر	١٤	١٧	٢٦	٢٦
أكتوبر - ديسمبر	١٨	٢٢	٢٤	٢٩

الحل:

نحسب أولاً معادلة خط الاتجاه العام (على فرض أنه مستقيم) كما في جدول (٣٨) فنجد أن:

محصول ٧٣٣

$$٠,٥٣٩ = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = ٢$$

محصول ١٣٦٠

محصول ٣٤١

$$٢١,٣١ = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = ١٦$$

إذن معادلة خط الاتجاه العام المستقيم هي:

$$ص' = ٠,٥٣٩ س + ٢١,٣١$$

وبالتعويض بقيم s المختلفة نحصل على القيم الاتجاهية لقيمة المنتج من السلعة في المواسم الأربعة لكل سنة. والموضح بالعمود السابع من جدول (٣٨).

وبافتراض أن نموذج السلسلة هو نموذج حاصل الضرب يمكن استبعاد أثر الاتجاه العام من جميع المواسم وذلك بحساب:

$$\frac{\text{ص}}{\text{ص}} \times 100$$

فنحصل على القيم مغلصة من أثر الاتجاه العام والموضحة بالعمود الأخير من جدول (٣٨) وكتابة السنوات أفقياً والمواسم رأسياً كما في جدول (٣٩) نوجد متوسط كل موسم من المواسم الأربعة فنحصل على الدليل الموسمي.

جدول (٣٩)

حساب الدليل الموسمي للمتج في السنوات من ٨٣ - ١٩٨٦

السنة الموسم	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	مجموع أربع سنوات	الدليل الموسمي
يناير - مارس	٨٣	٨٦	١١٤	١٠٣	٣٨٦	٩٦,٥٠
أبريل - يونيو	١١٩	١٠٨	٩٦	١٠٣	٤٢٦	١٠٦,٥٠
يوليو - سبتمبر	٩١	٨٦	١٠٨	٩٢	٣٧٧	٩٤,٢٥
أكتوبر - ديسمبر	١١٠	١٠٦	٩٦	٩٩	٤١١	١٠٢,٧٥
المجموع						٤٠٠

وبلاحظ أن مجموع الدليل الموسمي يساوي ٤٠٠ وذلك لأن المواسم أربعة أما في حالة البيانات الشهرية يكون مجموع الدليل الموسمي ١٢٠٠ وذلك لوجود ١٢ موسم وإذا حدث نتيجة للتقريب أن كان المجموع ٤٠١ مثلاً يوزع الفرق بالتناسب على جميع المواسم فنضرب كل دليل موسمي $\times \frac{400}{401}$ وبذلك يصبح المجموع ٤٠٠ ويتضح من جدول (٣٩) أن

الدليل الموسمي للموسم الأول ٩٦,٥٪ وذلك يعني أن المنتج من هذه السلعة خلال هذا الموسم يقل بمقدار ٣,٥٪ عن المتوسط السنوي العام أما في الموسم الثاني (ابريل - يونيو) فنجد أن الدليل الموسمي ١٠٦,٥٪ وذلك يعني أن المنتج من السلعة خلال هذا الموسم يزيد بمقدار ٦,٥٪ عن المتوسط السنوي لعام. وهكذا بالنسبة لبقية المواسم ومتوسط الدليل الموسمي يساوي ١٠٠٪ ولذلك نجد أنه في حالة انعدام التغيرات الموسمية يكون الدليل الموسمي ١٠٠٪ لكل موسم من المواسم.

أهمية دراسة التغيرات الموسمية:

يهتم الباحثون بدراسة التغيرات الموسمية إما لأغراض التنبؤ أو لاستبعاد أثر التغيرات الموسمية من بيانات السلسلة للتوصل إلى أثر التغيرات الأخرى مثل التغيرات الدورية.

أولاً: استخدام التغيرات الموسمية في التنبؤ:

إذا كانت التغيرات الموسمية في سلسلة زمنية ثابتة تقريباً من سنة لأخرى فإنه يمكن استخدام الدليل الموسمي لهذه السلسلة للتنبؤ بالمواسم المختلفة لسنوات مستقبلية. فإذا قدر الانتاج في المثال السابق لسنة ١٩٨٧ بمبلغ ١٢٠ ألف جنيه فإنه يمكن باستخدام الدليل الموسمي الذي تم حسابه تقدير ما يخص كل موسم من المواسم الأربعة لهذه السنة فنجد أن:

الانتاج للموسم الأول (يناير - مارس) =

$$= \frac{96,5 \times 120}{100} = 28,95 \text{ ألف جنيه}$$

وبالمثل نجد أن الانتاج للموسم الثاني والثالث والرابع هو (٣١,٩٥)، (٢٨,٢٧٥)، (٣٠,٨٢٥)، ألف جنيه على التوالي.

أما إذا أمكن تقدير الانتاج لأحد المواسم في سنة مستقبلية فإنه يمكن أيضاً باستخدام الدليل الموسمي تقدير بقية مواسم هذه السنة فإذا أمكن تقدير الانتاج للموسم الأول من سنة ١٩٨٧ في المثال السابق ووجدنا أنه يساوي ٢٨,٩٥ ألف جنيه فإنه يمكن تقدير الانتاج لبقية المواسم هذه السنة فتجد أن:

الانتاج للموسم الثاني (ابريل - يونيو) =

$$١٠٦,٥ \times ٢٨,٩٥ = \frac{٣١,٩٥}{٩٦,٥} \text{ ألف جنيه}$$

وبالمثل يمكن تقدير الانتاج للموسمين الثالث والرابع بنفس الطريقة.

ثانياً: استبعاد أثر التغيرات الموسمية:

لتخليص السلسلة الزمنية من أثر الموسم، يفترض أن نمودج السلسلة هو نمودج حاصل الضرب حيث:

$$ص = ص' \times م \times د \times ع$$

$$\text{فإن } م = \frac{ص}{ص' \times د \times ع}$$

حيث م هي الدليل الموسمي الذي سبق دراسته.

مثال (٩):

بيانات جدول (٣٧) تمثل قيمة المنتج من إحدى السلع بالآلاف الجنيهات في الفصول الأربعة للسنوات ٨٣ - ١٩٨٦ والمطلوب تخليص بيانات هذه السلسلة من أثر الموسم.

الحصل:

نبدأ أولاً بحساب الدليل الموسمي كما في مثال (أ) وبقسمة قيمة المنتج لكل موسم من المواسم على الدليل الموسمي لجميع السنوات نحصل على قيم الانتاج مغلصة من أثر الموسم. ويراعى ضرب الناتج في مائة حتى يظهر الناتج في شكل نسبة مئوية.

جدول (٤٠)

استبعاد أثر الموسم من قيم الانتاج للسنوات ٨٣ - ١٩٨٦

السنة / الموسم	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦
يناير - مارس	١١,٤	١١,٥	٢٥,٩	٢٨,٠
أبريل - يونيو	١٦,٠	١٨,٨	٢٠,٧	٢٦,٣
يوليو - سبتمبر	١٤,٩	١٨,٠	٢٧,٦	٢٧,٦
أكتوبر - ديسمبر	١٧,٥	٢١,٤	٢٣,٤	٢٨,٢

وفي جدول (٤٠) تم استبعاد أثر الموسم وذلك بقسمة الانتاج (من جدول ٣٧) للمواسم المختلفة على الدليل الموسمي (المحسوب في جدول ٣٩) وذلك بالنسبة لكل سنة من السنوات.

فبالنسبة إلى سنة ١٩٨٣ تم استبعاد أثر الموسم كما يلي:

$$11,4 = \frac{100 \times 11}{96,0} = \text{بالنسبة للموسم الأول}$$

$$16,0 = \frac{100 \times 17}{106,0} = \text{بالنسبة للموسم الثاني}$$

$$١٤,٩ = \frac{١٠٠ \times ١٤}{٩٤,٢٥} = \text{بالنسبة للموسم الثالث}$$

$$١٧,٥ = \frac{١٠٠ \times ١٨}{١٠٢,٧٥} = \text{بالنسبة للموسم الرابع}$$

وهكذا بالنسبة لبقية السنوات.

التغيرات الدورية:

سبق أن أوضحنا أن التغيرات الدورية تشبه التغيرات الموسمية إلا أن الأولى يكون فيها طول الدورة أكبر من سنة، كذلك يختلف طول الدورة وشدها من دورة لأخرى. لذلك لا يمكن استخدامها لأغراض التنبؤ مثل التغيرات الموسمية. ويتم رجال الأعمال بدراسة التغيرات الدورية لمعرفة الدورة التجارية والتي تتمثل في وجود فترات من الارتفاع تعقبها فترات من الكساد. فإذا أوحى الدراسة بوجود فترة طويلة من الارتفاع فإن ذلك يحفز رجال الأعمال على التوسع في النشاط وزيادة الاستثمار لأن طول فترة الارتفاع المتوقعة سيكون كافياً لتغطية تكاليف التوسعات وتحقيق أرباح إضافية. أما إذا توقع رجال الأعمال وجود فترة طويلة من الكساد وجب عليهم الاحتياط من التوسع في النشاط والانتظار حتى تنتهي هذه الفترة لأن أي توسع في بداية فترة الكساد سيؤدي إلى خسائر مؤكدة.

قياس التغيرات الدورية:

يمكن الحصول على التغيرات الدورية باستبعاد كل من أثر الاتجاه العام والموسم من بيانات السلسلة ويبقى بعد ذلك أثر التغيرات الدورية والعرضية. وهذه الأخيرة يمكن إهمالها في بعض الأحيان إذا كانت صغيرة بالنسبة للتغيرات الدورية. ويمكن أيضاً استبعادها باستخدام طريقة الأوساط المتحركة لكل ثلاثة مواسم متتالية مرجحة بالأوزان ١، ٢، ١ وكلما طالت الفترة التي تحسب على أساسها الأوساط المتحركة كلما أمكن استبعاد التغيرات العرضية.

ويافترض أن نموذج السلسلة هو نموذج حاصل الضرب نحصل على التغيرات الدورية والعرضية بقسمة القيم الأصلية على حاصل ضرب القيمة الاتجاهية x الذليل الموسمي أي أن:

$$x \times d = \frac{ص}{ص' \times م}$$

وإذا كانت بيانات السلسلة سنوية فإنها لا تشمل على تغيرات موسمية وحينئذ نجد أن:

$$x \times d = \frac{ص}{ص'}$$

ونتطبيق ذلك على بيانات جدول (٣٢) تم الحصول على التغيرات الدورية والعرضية (من جدول ٣٦) ويتضح ذلك من شكل (٣٦) الذي بين قاعين عند سنة ١٩٦٣، ١٩٦٨ والفرق بينهما d سنوات يمثل طول إحدى الدورات. لأن طول الدورة نحصل عليه بإيجاد الفرق بين قمتين متاليتين أو بين قاعين متاليتين وكلما طالت السلسلة الزمنية اتضح عدم انتظام التغيرات الدورية وذلك من ناحية طول الدورة وشدها.

ولاستبعاد أثر كل من الاتجاه العام والتغيرات الموسمية من سلسلة زمنية نقسم القيمة الأصلية لكل موسم من المواسم على القيمة الاتجاهية ونقرب الناتج في مائة فنحصل على القيمة مغلصة من أثر الاتجاه العام ثم نقسم الناتج على الذليل الموسمي ونقرب الناتج في مائة فنحصل على القيمة مغلصة من أثر الاتجاه العام والموسم.

جدول (٤١)
استبعاد أثر الاتجاه العام والموسم من قيم الانتاج
للسنوات من ١٩٨٣ - ١٩٨٦

الموسم \ السنة	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦
يناير - مارس	٨٦,٤	٨٨,٨	١١٨,٣	١٠٦,٨
أبريل - يونيو	١١١,٦	١٠١,٠	٩٠,٢	٩٦,٧
يوليو - سبتمبر	٩٦,٥	٩١,٦	١١٤,٩	٩٧,٥
أكتوبر - ديسمبر	١٠٦,٨	١٠٢,٩	٩٣,١	٩٦,٠

مثال (١٠):

المطلوب تحليل بيانات جدول (٣٧) من أثر الاتجاه العام والموسم.

الحل:

نحسب أولاً القيم الاتجاهية كما في جدول (٣٨) ثم نحسب الدليل الموسمي كما في جدول (٣٩) ثم نستبعد أثر الاتجاه العام والموسم بقسمة الانتاج للمواسم المختلفة (من جدول ٣٨) على القيم الاتجاهية المناظرة (من جدول ٣٩) وقسمة الناتج على الدليل الموسمي (المحسوب في جدول ٣٩) وذلك بالنسبة لكل سنة من السنوات فنحصل على التغيرات الدورية والعرضية.

فبالنسبة إلى سنة ١٩٨٣ يتم استبعاد أثر الاتجاه العام والموسم كما يلي:

$$\text{بالنسبة للموسم الأول: } ٨٦,٤ = \frac{١٠٠}{٩٦,٥} \times \frac{١٠٠}{١٣,٢} \times ١١$$

$$111,6 = \frac{100}{106,5} \times \frac{100}{14,3} \times 17 \quad \text{بالنسبة للموسم الثاني:}$$

$$97,5 = \frac{100}{94,25} \times \frac{100}{10,4} \times 14 \quad \text{بالنسبة للموسم الثالث:}$$

$$106,8 = \frac{100}{102,75} \times \frac{100}{16,4} \times 18 \quad \text{بالنسبة للموسم الرابع:}$$

وهكذا بالنسبة لبقية السنوات.

العلاقة بين السلاسل الزمنية:

إذا كان الهدف من دراسة العلاقة بين سلسلتين زمنيتين هو المقارنة بين أحد مكونات هاتين السلسلتين فيجب تحليل قيم السلسلتين من آثار المكونات الأخرى. فلمقارنة الاتجاه العام لهما نقوم بتوفيق معادلتَي الاتجاه العام ثم نقارن بينهما من حيث كون الاتجاه مستقيماً أو غير مستقيم وإذا كان مستقيماً فهل هو صعودياً في كلتا الظاهرتين أم هبوطياً فيهما وإذا كان كذلك يكون الارتباط في الاتجاه العام موجباً أما إذا كان صعودياً في إحدى الظاهرتين وهبوطياً في الأخرى يكون الارتباط في الاتجاه العام سالباً. وإذا أردنا مقارنة التغيرات الموسمية أو الدورية نستبعد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلتين ثم نوجد معامل الارتباط لمعرفة نوع وشدة الارتباط بين السلسلتين.

تأريخ

- ١ - السلسلة الآتية تبين الواردات من إحدى السلع بملابيز الجنيهات في السنوات من ١٩٨٠ - ١٩٨٩.

السنة	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩
الواردات	١٤,٦	١٥,٣	١٦,٣	١٧,٩	١٩,٤	٢٠,٢	٢٢,٣	٢٣,٦	٢٤,٤	٢٦,٥

والمطلوب استخدام طريقة متوسطي نصفى السلسلة لايجاد معادلة خط الاتجاه العام على فرض أنه مستقيم ثم تقدير الاتجاه العام للواردات سنة ١٩٩٢ (استخدم سنة ١٩٨٢ كنقطة أصل).

- ٢ - من بيانات التمرين الأول احسب القيم الاتجاهية بطريقة الأوساط المتحركة وذلك على أسس:
أولاً: دورة طولها ٣ سنوات.
ثانياً: دورة طولها ٤ سنوات.

٣ - اشرح في ايجاز أهم العوامل التي قد تتأثر بها السلسلة الزمنية.

- ٤ - اشرح في ايجاز الطرق المختلفة لقياس الاتجاه العام مبيناً أهم مزايا وعيوب كل طريقة.

- ٥ - فيما يلي بيان بالكميات المنتجة بالآلاف طن لأحد المصانع في السنوات من ١٩٧٤ إلى ١٩٨٠.

السنة	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠
الكمية المنتجة	٠,٩	١,٠	١,١	١,٥	١,٨	٢,٠	٢,١

والمطلوب:

(١) إيجاد معادلة خط الاتجاه العام على فرض أنه مستقيم باستخدام طريقة المربعات الصغرى.

(٢) حساب القيمة الاتجاهية لستى ١٩٧٥، ١٩٨٠ والتنبؤ بالقيمة الاتجاهية لسنة ١٩٨٢ بفرض ثبات الظروف المحيطة بالانتاج.

٦ - من بيانات التمرين الأول أوجد باستخدام طريقة المربعات الصغرى معادلة الدرجة الأولى على الصورة $ص = م س + ح$ التي تمثل الاتجاه العام ثم استبعد أثر الاتجاه العام من بيانات السلسلة.

٧ - فيما يلي بيان بمبيعات إحدى السلع بالآلاف جنيه في أحد المحال التجارية في الفترة من ١٩٧٦ حتى ١٩٨٤.

السنة	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤
المبيعات	٤,٠	٤,١	٤,٤	٤,٥	٤,٦	٤,٩	٥,٤	٦,١	٧,٠

والمطلوب:

(١) باستخدام طريقة المربعات الصغرى إيجاد معادلة الدرجة الثانية التي تمثل الاتجاه العام على الصورة:

$$ص = أ س^2 + ب س + ح$$

(٢) حساب القيمة الاتجاهية للمبيعات المتوقعة سنة ١٩٨٦.

(٣) استبعاد أثر الاتجاه العام من مبيعات ستى ١٩٧٩، ١٩٨٠.

٨ - حل التمرين السابق بافتراض عدم توفر بيانات عن سنة ١٩٧٦.

٩ - البيانات الآتية تمثل قيمة المبيعات الربع سنوية (بآلاف الجنيهات) لإحدى الشركات في الفترة من (١٩٨٢ - ١٩٨٥).

الموسم \ السنة	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥
الثلاثة شهور الأولى	٧	٨	١٣	١٨
الثلاثة شهور الثانية	١١	١٨	٢١	٢٧
الثلاثة شهور الثالثة	١٨	١٩	٢٥	٣٠
الثلاثة شهور الرابعة	١٥	١٦	٢١	٢٥

والمطلوب :

- (١) حساب الدليل الموسمي.
- (٢) تحليل أرقام المبيعات من أثر الموسم.
- (٣) إيجاد نسب التغيرات الدورية والعرضية.
- (٤) إذا علمت أن القيمة المتوقعة للمبيعات سنة ١٩٨٦ كانت ١١٥ ألف جنيه فقدر مبيعات الربعين الأول والثالث من هذا العام.

١٠ - استكمل بيانات الجدول التالي:

القيم الفعلية	القيم الاتجاهية	القيم مخرصة من أثر الاتجاه العام	أثر الموسم	الأثر الدوري والعرضي
١٢	١٠	٨٠		
	١١	٩٠,٩	١٠٦	
١٤		١٠٦		١١٩
	١٠	١٢٠		١٥٠

الفصل العاشر

الأرقام القياسية

تستخدم الأرقام القياسية لقياس التغير في الظواهر المختلفة. وتهتم الدراسات التجارية بقياس التغير في الأسعار والكميات والقيم للسلع المختلفة سواء المنتج منها أو المستهلك أو المصدر أو المستورد... الخ. كذلك تهتم بدراسة التغير في الأجور وفي نفقة المعيشة وغير ذلك من الظواهر الاقتصادية والاجتماعية.

فلمعرفة التغير الذي طرأ على سعر سلعة معينة خلال فترة زمنية معينة ننسب سعر السلعة في الفترة اللاحقة إلى سعرها في الفترة السابقة (والتي سوف نتخذ كأساس للمقارنة) ونضرب الناتج في مائة. أي نظهر سعر السلعة في الفترة اللاحقة (فترة المقارنة) كنسبة مئوية من سعرها في الفترة السابقة (فترة الأساس) والناتج الذي نحصل عليه في هذه الحالة يسمى بنسب السعر وهو أبسط صورة من صور الأرقام القياسية. فإذا وجدنا أنه يساوي ١٣٠٪ نستنتج من ذلك أن سعر هذه السلعة قد زاد بمعدل ٣٠٪ خلال هذه الفترة وإذا وجدنا أنه يساوي ٩٠٪ نستنتج أن السعر قد انخفض بمعدل ١٠٪ خلال هذه الفترة.

ولتكوين أي رقم قياسي يلزم أولاً تحديد فترة الأساس وهذه قد تكون سنة أو متوسط عدد من السنوات. ويلزم أن تكون هذه الفترة عادية تتميز بالاستقرار وأن تكون بعيدة عن التقلبات العنيفة حتى تصلح كأساس للمقارنة. ويمكن أن يكون الأساس في المقارنة مكاناً وليس زماناً كان نسب سعر القطن في الاسكندرية إلى سعره في ليفربول فتكون ليفربول هي الأساس. وعند اختيار المكان الذي يتخذ أساساً للمقارنة يختار عادة مكاناً له

أهمية كبيرة بالنسبة للسلعة التي ندرسها كاهمية بورصة ليفريبول لتجارة الأقطان.

وتنقسم الأرقام القياسية حسب طريقة تكوينها إلى أرقام قياسية بسيطة - وأرقام قياسية تركيبة.

أولاً: الأرقام القياسية البسيطة:

تُحسب الأرقام القياسية البسيطة لسلعة واحدة باستخدام فكرة المنسوب فيمكن إيجاد:

منسوب السعر، منسوب الكمية، منسوب القيمة.
 فإذا رمزنا لسعر السلعة في سنة الأساس بالرمز ع..
 وإلى سعر السلعة في سنة المقارنة بالرمز ع،
 نجد أن:

$$\text{منسوب السعر} = \frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}} \times 100$$

$$= \frac{ع}{ع} \times 100$$

وإذا رمزنا للكمية المستخدمة من السلعة في سنة الأساس بالرمز ك.
 وإلى الكمية المستخدمة من السلعة في سنة المقارنة بالرمز ك، نجد أن:

$$\text{منسوب الكمية} = \frac{\text{الكمية في سنة المقارنة}}{\text{الكمية في سنة الأساس}} \times 100$$

$$= \frac{ك}{ك} \times 100$$

وإذا رمزنا لقيمة السلعة في سنة الأساس بالرمز ق. وإلى قيمة السلعة في سنة المقارنة بالرمز ق_م نجد أن:

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{\text{القيمة في سنة المقارنة}}{\text{القيمة في سنة الأساس}} \times 100$$

$$100 \times \frac{ق.م}{ق.} =$$

$$100 \times \frac{ع.ك.}{ع.ك.} =$$

مثال (١):

احسب منسوب السعر ومنسوب الكمية ومنسوب القيمة للسلع الثلاثة الموضحة بجدول (٤٢) باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٦٠.

جدول (٤٢)

أسعار الوحدات بالجنيه والكميات المنتجة بالمليون وحدة لكل من القطن والقمح والأرز لسني ١٩٦٠، ١٩٦٤

الكمية المنتجة بالمليون		سعر الوحدة بالجنيه		الوحدة	السلعة
١٩٦٤	١٩٦٠	١٩٦٤	١٩٦٠		
١٠,٨١	٩,٥٦	١٦,٩٠	١٦,٧٤	قنطار مصري	القطن
١٠,٠٠	٩,٩٩	٤,٤٠	٤,٢٩	أردب	القمح
٢,١٥	١,٥٧	١٨,٣٠	١٧,٠٠	ضريبة	الأرز

الحل:

$$\%101 = 100 \times \frac{16,90}{16,74} = \text{منسوب السعر للقطن}$$

$$\%103 = 100 \times \frac{4,4}{4,29} = \text{منسوب السعر للقمح}$$

$$\%108 = 100 \times \frac{18,30}{17} = \text{منسوب السعر للأرز}$$

$$\%113 = 100 \times \frac{10,81}{9,56} = \text{منسوب الكمية للقطن}$$

$$\%100 = 100 \times \frac{10}{9,99} = \text{منسوب الكمية للقمح}$$

$$\%137 = 100 \times \frac{2,15}{1,57} = \text{منسوب الكمية للأرز}$$

$$\%114 = 100 \times \frac{10,81 \times 16,90}{9,56 \times 16,74} = \text{منسوب القيمة للقطن}$$

$$\%103 = 100 \times \frac{10 \times 4,4}{9,99 \times 4,29} = \text{منسوب القيمة للقمح}$$

$$\%148 = 100 \times \frac{2,15 \times 18,3}{1,57 \times 17,00} = \text{منسوب القيمة للأرز}$$

مثال (٢):

احسب منسوب الكمية للمنتج من القطن الشعر بالآلف قنطار مري في السنوات من ١٩٥٧ حتى ١٩٦٤ والموضح بالجدول الآتي:

السنة	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠	٦١	٦٢	٦٣	٦٤
الكمية المنتجة								
(بالآلف قنطار)	٨١٠٦	٨٩١٨	٩١٤٢	٩٥٦٤	٦٧١٣	٩١٤٧	٨٨٣٣	١٠٠٨١

وذلك باعتبار أن:

- (١) سنة الأساس ١٩٥٧.
- (٢) سنة الأساس ١٩٦٢.
- (٣) فترة الأساس من ١٩٥٧ - ١٩٥٩.

الحل:

الإجابة موضحة بجدول (٤٣) حيث نحصل على المطلوب أولاً بقسمة الكمية لكل سنة من السنوات على ٨١٠٦ وهي الكمية الخاصة بنسبة ١٩٥٧ وضرب الناتج في مائة والعمود الثاني من الجدول يعرض هذه النتائج.

ونحصل على المطلوب ثانياً بقسمة الكمية لكل سنة من السنوات على ٩١٤٧ وهي الكمية الخاصة بسنة ١٩٦٢ وضرب الناتج في مائة. والعمود الثالث من الجدول يعرض هذه النتائج.

ولإيجاد المطلوب ثالثاً نحسب كمية سنة الأساس وهي متوسط الكمية في السنوات ١٩٥٧، ١٩٥٨، ١٩٥٩ وهذه تساوي:

$$٨٧٣٢ = \frac{٩١٤٢ + ٨٩١٨ + ٨١٠٦}{٣}$$

ونحصل على المطلوب ثالثاً بقسمة الكمية لكل سنة من السنوات على كمية فترة الأساس وهي ٨٧٢٢ وضرب الناتج في مائة. والعمود الرابع من الجدول يعرض هذه النتائج.

جدول (٤٣)

الأرقام القياسية للكميات المنتجة
من القطن الشعر (بالألف قنطار مصري)

السنة	الرقم القياسي (١٩٥٧ = ١٠٠)	الرقم القياسي (١٩٦٢ = ١٠٠)	الرقم القياسي (٥٧ - ٥٩) = ١٠٠
١٩٥٧	١٠٠	٨٩	٩٣
١٩٥٨	١١٠	٩٧	١٠٢
١٩٥٩	١١٣	١٠٠	١٠٥
١٩٦٠	١١٨	١٠٥	١١٠
١٩٦١	٨٣	٧٣	٧٧
١٩٦٢	١١٣	١٠٠	١٠٥
١٩٦٣	١٠٩	٩٧	١٠١
١٩٦٤	١٢٤	١١٠	١١٦

تغيير فترة الأساس:

في بعض الأحيان عندما يتعد سنوات المقارنة عن سنة الأساس يكون من المرغوب فيه تغيير سنة الأساس باختيار سنة حديثة. كذلك قد تغير سنة الأساس لسلسلة معينة من الأرقام القياسية لمقارنتها بسلسلة أخرى أي توحيد سنة الأساس للسلسلتين بغرض المقارنة بينهما.

فمثلاً في جدول (٤٣) في العمود الثاني توجد سلسلة من المناسيب لعدد من السنوات باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٥٧ ولتغيير سنة الأساس لتصبح

سنة ١٩٦٢ ينبغي تقسيم التلبيب (في العمود الثاني) على النسوب الخاص
 بسنة ١٩٦٢ (بالنسبة لسنة ١٩٥٧ كأساس) أي على ١١٢ وضرب الناتج في
 مائة. وبالمثل إذا كانت سنة الأساس لسنوات السلسلة هي ١٩٦٢ (كما في
 عمود ٣ من جدول ٤٢) ولزبد تغيير سنة الأساس لصبح ١٩٥٧ ينبغي
 قسمة التلبيب لسنوات السلسلة (في العمود الثالث) على النسوب الخاص
 بسنة ١٩٥٧ (بالنسبة لسنة ١٩٦٢ كأساس) أي على ٨٩ وضرب الناتج في
 مائة.

مثال (٢):

الجدول الآتي يبين منسوب السعر لسلسلة معينة في السنوات من ١٩٨٠
 حتى ١٩٨٤ وذلك باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٧٥ (العمود الثاني)
 وباعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٨٢ (العمود الثالث) والمطلوب إيجاد قيم
 س١ س٢ س٣ س٤ س٥

السنة	منسوب السعر (١٩٧٥ = ١٠٠)	منسوب السعر (١٩٨٢ = ١٠٠)
١٩٨٠	١٣٣	س١
١٩٨١	١٣٦	س٢
١٩٨٢	١٤٠	١٠٠
١٩٨٣	س٣	١٠٣
١٩٨٤	س٤	١٠٨

الحل:

$$١٤٤ = \frac{١٠٣ \times ١٤٠}{١٠٠} = س٣$$

$$101 = \frac{108 \times 140}{100} = 151$$

$$95 = \frac{100 \times 133}{140} = 95$$

$$97 = \frac{100 \times 136}{140} = 97$$

مثال (٤):

إذا كان الرقم القياسي للصادرات في مصر سنة ١٩٧٠ (بالنسبة إلى سنة ١٩٥٥ كأساس) هو ٢٢٤٪ وأن الرقم القياسي للصادرات سنة ١٩٧٠ (بالنسبة إلى سنة ١٩٦٠ كأساس) هو ٢٠١٪ فأوجد الرقم القياسي للصادرات سنة ١٩٦٠ بالنسبة إلى سنة ١٩٥٥ كأساس.

الحل:

منسوب الصادرات سنة ١٩٧٠ بالنسبة إلى سنة ١٩٥٥ كأساس:

$$\%224 = \frac{1970}{1955} =$$

منسوب الصادرات سنة ١٩٧٠ بالنسبة إلى سنة ١٩٦٠ كأساس:

$$\%201 = \frac{1970}{1960} =$$

منسوب سنة ١٩٦٠ بالنسبة إلى سنة ١٩٥٥ كأساس:

$$100 \times \frac{1960}{1955} =$$

$$100 \times \frac{1970 \text{ ص}}{1970 \text{ ص}} \times \frac{1970 \text{ ص}}{1950 \text{ ص}} =$$

$$100 \times \frac{1970 \text{ ص}}{1970 \text{ ص}} \div \frac{1970 \text{ ص}}{1950 \text{ ص}} =$$

$$\%111 = \frac{100 \times 224}{201} =$$

ثانياً: الأرقام القياسية التركيبية:

سبق أن أوضحنا أن أبسط صورة للأرقام القياسية هي النسب وبيننا كيفية حسابه لكل من الأسعار والكميات والقيم والنسب بحسب لسلعة واحدة فقط أما إذا كان الرقم القياسي يتضمن أكثر من سلعة فيمكن إيجادها بإحدى طريقتين:

(١) الطريقة التجميعية.

(٢) طريقة متوسطات المنايب.

وفيا يلي سنعرض هاتين الطريقتين وذلك بالنسبة للأسعار وما ينطبق عليها يمكن تطبيقه بالنسبة للكميات.

(١) الأرقام القياسية التجميعية

الرقم التجميعي البسيط للأسعار:

حساب هذا الرقم لمجموعة من السلع، بحسب مجموع أسعار هذه المجموعة من السلع في فترة المقارنة وينسب إلى مجموع أسعار هذه المجموعة

من السلع في فترة الأساس وبالتالي فإن:

$$\text{الرقم التجميعي البسيط للأسعار} = \frac{\text{م.ع. ١}}{100 \times \text{م.ع.}}$$

من جدول (٤٢) نجد أن مجموع أسعار السلع الثلاثة في فترة المقارنة هو ٣٩,٦ ومجموع أسعارها في فترة الأساس هو ٣٨ وبالتالي فإن الرقم التجميعي البسيط للأسعار لهذه المجموعة من السلع هو:

$$\frac{39,6}{38} = 100 \times 1,04\%$$

ويعاب على هذا الرقم أنه يعطي نفس الأهمية النسبية لجميع السلع الداخلة في تركيبه. فالسلعة ذات السعر المرتفع تؤثر أكثر من غيرها في تكوين الرقم حتى وإن كانت قليلة الأهمية والاستخدام، لذلك يجب إعطاء أوزان مختلفة للسلع تتناسب مع أهميتها النسبية.

الرقم التجميعي البسيط للكميات:

والصيغة التي تستخدم لحساب هذا الرقم هي:

$$\frac{\text{م.ك.}}{100 \times \text{م.ك.}}$$

وهذه تكون غير ممكنة في معظم الأحوال نظراً لاختلاف وحدات القياس فلا يمكن حساب هذا الرقم للسلع الثلاثة المبينة بجدول (٤٢) حيث لا يمكن جمع قنطار مع أردب مع ضريبة بينما يمكن حساب الرقم التجميعي البسيط للكميات بالنسبة لسلعة واحدة ذات أصناف مختلفة وأسعار متقاربة مثل القطن الذي يتقسم إلى أنواع مثل (اشموني - زاجوره - كرنك - منوفي - جيزة ٣٠... الخ).

الرقم التجميعي المرجح :

لإعطاء كل سلعة وزناً يتناسب مع الأهمية النسبية لهذه السلعة اتفق على ترجيح سعر كل سلعة بالكمية المستخدمة من هذه السلعة وبذلك يكون الرقم التجميعي المرجح للأسعار مساوياً :

$$\text{م.ع. ك.} \times \frac{100}{\text{م.ع. ك.}}$$

حيث ك تشير إلى الكمية المستخدمة من كل سلعة. ولكن نظراً لأن الكميات المستخدمة من كل سلعة تختلف من وقت لآخر فقد اتفق على ترجيح الأسعار إما باستخدام كميات سنة الأساس ك. أو باستخدام كميات سنة المقارنة ك.

الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس :

يعرف هذا الرقم برقم لاسبيرز للأسعار وهو يساوي :

$$\text{م.ع. ك.} \times \frac{100}{\text{م.ع. ك.}}$$

ويجب على أساس ترجيح الأسعار بكميات سنة الأساس فيحسب أولاً :

م.ع. ك. وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة الأساس مقومة بأسعار فترة المقارنة.

م.ع. ك. وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة الأساس مقومة بأسعار فترة الأساس.

ويقسمة الناتجين وضرب خارج القسمة في مائة يتج رقم لاسبيرز للأسعار.

الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة:

ويعرف برقم باشي للأسعار وصيفته:

$$100 \times \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}$$

ويحسب على أساس ترجيح الأسعار بكميات سنة المقارنة فيحسب أولاً:

م.ع. ك. وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة المقارنة مقومة بأسعار فترة المقارنة.

م.ع. ك. وهو قيمة مجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم في فترة المقارنة مقومة بأسعار فترة الأساس.

ويقسمة الناتجين وضرب خارج القسمة في مائة يتج رقم باشي للأسعار.

رقمي لاسيرز وباشي للكميات:

لإيجاد الأرقام التجميعية المرجحة للكميات اتفق على ترجيح كمية كل سلعة بسعر هذه السلعة فإذا استخدم سعر سنة الأساس يتج رقم لاسيرز للكميات وإذا استخدم سعر سنة المقارنة يتج رقم باشي للكميات وبالتالي فإن:

$$\text{رقم لاسيرز للكميات} = 100 \times \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}}$$

وهو الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس.

$$\text{رقم باشي للكميات} = 100 \times \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}}$$

$$\%130 = 100 \times \frac{710}{500} =$$

(٢) الرقم القياسي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة

$$100 \times \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} = (\text{رقم باثي للأسعار})$$

$$\%132,3 = 100 \times \frac{860}{650} =$$

جدول (٤٤)

حساب رقمي لاسيرز وبائي للأسعار والكميات

السلعة	السعر		الكمية		م.ع. ك.	م.ع. ك.	م.ع. ك.	م.ع. ك.
	ع.	ع.	ك.	ك.				
أ	١٥	٢٠	١٠	٢٠	٢٠٠	١٥٠	٤٠٠	٣٠٠
ب	٥	٧	٢٠	٣٠	١٤٠	١٠٠	٢١٠	١٥٠
ج	٢٠	٢٥	١٥	١٠	٣٧٥	٣٠٠	٢٥٠	٢٠٠
المجموع					٧١٥	٥٥٠	٨٦٠	٦٥٠

(٣) الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة الأساس:

$$100 \times \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}} = (\text{رقم لاسيرز للكميات})$$

$$\%118,2 = 100 \times \frac{750}{650} =$$

(٤) الرقم القياسي للكميات مرجحاً بأسعار سنة المقارنة:

$$(\text{رقم باشي للكميات}) = \frac{\text{م.ك.١ع.} \times 100}{\text{م.ك.١ع.}}$$

$$120.3\% = 100 \times \frac{860}{710} =$$

مثال (٥):

إذا ضرب رقم لاسبيرز للأسعار في رقم باشي للكميات (وقسم الناتج على مائة) فهذا ينتج؟ وهل يصلح الناتج كرقم قياسي؟

الحل:

$$100 \div \left(100 \times \frac{\text{م.ك.١ع.}}{\text{م.ك.١ع.}} \right) \left(100 \times \frac{\text{م.ع.١ك.}}{\text{م.ع.١ك.}} \right)$$

$$= 100 \times \frac{\text{م.ع.١ك.}}{\text{م.ع.١ك.}}$$

والناتج يصلح كرقم قياسي للقيمة.

أرقام قياسية تجميعية مرجحة أخرى:

اهتم رقم لاسبيرز بكميات السلع في فترة الأساس واتخذها أساساً لترجيح الأسعار بينما اهتم رقم باشي بكميات السلع في فترة المقارنة واتخذها أساساً للترجيح ولكل من الرقمين مزاياه التي جعلت تفضيل أحد الرقمين على الآخر أمراً صعباً وقد جرت محاولات أخرى للجمع بين الطريقتين السابقتين للترجيح فاقترح لوفنج فيشر أخذ الوسط

المهندسي لرقمي لاسبيرز ويثني بينما اقترح الاقتصاديان أدجورث
ومارشال استخدام متوسط كميتي الاساس والمقارنة كأساس لترجيح
الاسعار وبالتالي فإن:

$$\text{رقم فيشر للأسعار} = \sqrt{\frac{\text{م.ع.ك.} \cdot \text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.} \cdot \text{م.ع.ك.}}} \times 100$$

ويطلق عليه البعض اسم الرقم القياسي الأمثل للأسعار وسوف
نعرض للسبب في هذه التسمية عند دراسة اختبار الأرقام القياسية،
كذلك نجد أن:

$$\text{رقم فيشر للكميات} = \sqrt{\frac{\text{م.ك.ع.} \cdot \text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.} \cdot \text{م.ك.ع.}}} \times 100$$

أما بالنسبة لرقم مارشال - ادجورث فإنه باستخدام الوسط
الحسابي لكميتي الاساس والمقارنة لترجيح الاسعار نجد أن:

$$\text{رقم (مارشال - ادجورث) للأسعار} = 100 \times \frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}$$

كذلك نجد أن:

$$\text{رقم (مارشال - ادجورث) للكميات} = 100 \times \frac{\text{م.ك. (ع. + ع.)}}{\text{م.ك. (ع. + ع.)}}$$

مثال (٦):

من البيانات الخاصة بأسعار وكميات السلع أ، ب، ج، د في مثال
(٤) احسب الأرقام الآتية:

(١) رقم فيشر للأسعار (الرقم القياسي الأمثل للأسعار).

(٢) رقم فيشر للكميات (الرقم القياسي الأقل للكميات).

(٣) رقم مارشال - ادجورث للأسعار.

(٤) رقم مارشال - ادجورث للكميات.

الحل:

$$\text{رقم فيشر للأسعار} = \sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \cdot \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{870}{750} \cdot \frac{710}{550}} \times 100$$

$$= 113,14\%$$

$$\text{رقم فيشر للكميات} = \sqrt{\frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}} \cdot \frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{870}{710} \cdot \frac{750}{550}} \times 100$$

$$= 119,2\%$$

ومن جدول (٤٥) نجد أن:

$$\text{رقم (مارشال - ادجورث) للأسعار} = \frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}} \times 100$$

$$100 \times \frac{1070}{1200} =$$

$$\%131,20 =$$

$$100 \times \frac{\text{م.ك. (ع. + ١.ع)}}{\text{م.ك. (ع. + ١.ع)}} = \text{رقم (مارشال - ادجورث) للكميات}$$

$$100 \times \frac{1010}{1260} =$$

$$\%119,37 =$$

ومن هذه النتائج يلاحظ أن رقمي فيشر و(مارشال - ادجورث) يقعان بين رقمي لاسبيرز وباشي سواء بالنسبة للأسعار أو بالنسبة للكميات.

(٢) الأرقام القياسية بطريقة متوسط التناسيب

الوسط الحسابي البسيط للتناسيب:

وهو يساوي مجموع التناسيب مقسوماً على عددها فإن كان عدد التناسيب يساوي ن فإن:

$$\text{الوسط الحسابي البسيط لتناسيب الأسعار} = \frac{1}{n} \text{ م.ك. } \left(100 \times \frac{1.ع}{ع.} \right)$$

جدول (٤٥) - أ
حساب رقم (مارشال - ادجورث) للأسعار

السلعة	ع.	ع. ١	ك. + ع. ١	ع. (ك. + ع. ١)	ع. (ك. + ع. ١)
أ	١٥	٢٠	٣٠	٤٥٠	٦٠٠
ب	٥	٧	٥٠	٢٥٠	٣٥٠
ج	٢٠	٢٥	٢٥	٥٠٠	٦٢٥
المجموع				١٢٠٠	١٥٧٥

جدول (٤٥) - ب
حساب رقم (مارشال - ادجورث) الكميات

السلعة	ك.	ك. ١	ع. + ك. ١	ك. (ع. + ك. ١)	ك. (ع. + ك. ١)
أ	١٠	٢٠	٣٥	٣٥٠	٧٠٠
ب	٢٠	٣٠	١٢	٢٤٠	٣٦٠
ج	١٥	١٠	٤٥	٦٧٥	٤٥٠
المجموع				١٢٦٥	١٥١٠

والوسط الحسابي البسيط للنسب الكميات

$$= \frac{1}{n} \times \left(\frac{1}{k} \times 100 \right)$$

الوسط الهندسي البسيط للنسب:

إذا كان عدد النسب يساوي ن فإن الوسط الهندسي للنسب يساوي
الجذر النوني لحاصل ضرب النسب. ويأخذ اللوغاريتمات للطرفين نجد أن:

لو (الوسط الهندسي البسيط لمنايب الأسعار)

$$= \frac{1}{n} \text{ مح لو } \left(100 \times \frac{ع}{ع} \right)$$

أي يساوي الوسط الحسابي للوغاريتمات المنايب. وكذلك نجد أن:

لو (الوسط الهندسي البسيط لمنايب الكميات)

$$= \frac{1}{n} \text{ مح لو } \left(100 \times \frac{ك}{ك} \right)$$

مثال (٧):

من البيانات الخاصة بأسعار السلع أ، ب، ج في مثال (٤) احسب:

أولاً: الوسط الحسابي البسيط لمنايب الأسعار.

ثانياً: الوسط الهندسي البسيط لمنايب الأسعار.

الحل:

$$\text{منسوب سعر السلعة (أ)} = \frac{20}{15} \times 100 = 133,3\%$$

$$\text{منسوب سعر السلعة (ب)} = \frac{7}{5} \times 100 = 140\%$$

$$\text{منسوب سعر السلعة (ج)} = \frac{25}{20} \times 100 = 125\%$$

الوسط الحسابي البسيط لمنايب الأسعار

$$\frac{1}{3} = \frac{(125 + 140 + 133,3)}{3} = 132,8$$

لو (الوسط الهندسي البسيط لمنايب الأسعار)

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{100} \times \frac{14}{100}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{(125 + 140 + 133,3)}{3} = 2,1226$$

وبالكشف في جدول الاعداد القابلة للوغاريتمات نجد أن:

$$\frac{1}{3} = 132,6$$

المتوسطات المرجحة للمنايب:

يستخدم لترجيح المنايب أحد القيم الأربعة الآتية:

ع. ك. وهي قيمة الكميات المستخدمة في فترة الأساس بأسعار فترة الأساس.

ع. ك. وهي قيمة الكميات المستخدمة في فترة المقارنة بأسعار فترة الأساس.

ع. ك. وهي قيمة الكميات المستخدمة في فترة الأساس بأسعار فترة المقارنة.

ع. ك. وهي قيمة الكميات المستخدمة في فترة المقارنة بأسعار فترة المقارنة.

فلو رجعت مناسيب الأسعار بالقيم ع. ك. نجد أن:

الوسط الحسابي لمتسبب الأسعار المرجح بالقيم (ع. ك).

$$ع. ك. \left[\frac{ع. ك.}{ع. ك.} \right] = 100 \times \frac{ع. ك.}{ع. ك.} =$$

$$ع. ك. \left[\frac{ع. ك.}{ع. ك.} \right] = 100 \times \frac{ع. ك.}{ع. ك.} =$$

= رقم لاسيرز للأسعار

ولو رجعت متسبب الأسعار بالقيم ع. ك. نجد أن:

الوسط الحسابي لمتسبب الأسعار المرجح بالقيم (ع. ك.)

$$ع. ك. \left[\frac{ع. ك.}{ع. ك.} \right] = 100 \times \frac{ع. ك.}{ع. ك.} =$$

$$ع. ك. \left[\frac{ع. ك.}{ع. ك.} \right] = 100 \times \frac{ع. ك.}{ع. ك.} =$$

= رقم بلثي للأسعار

وبالمثل لو رجعت متسبب الكميات بالقيم ع. ك. نحصل على رقم

لاسيرز للكميات ولو رجعت متسبب الكميات بالقيم (ك. ع.) نحصل على رقم بلثي للكميات.

من ذلك يُنصح أن طريقة المتوسطات المرجحة للمناسيب تمكن من الحصول على النتائج التي يمكن الحصول عليها من الأرقام التجميعية المرجحة وبالإضافة إلى ذلك فإن طريقة حسابها تتطلب إيجاد المناسيب، أولاً، مما يتيح للباحثين دراسة التغير في سعر (أو كمية) كل سلعة على حدة. وهذا قد يكون مطلوباً في كثير من الدراسات.

مثال (٨):

من البيانات الخاصة بأسعار وكميات السلع أ، ب، جـ في مثال (٤) احسب الوسط الحسابي المرجح لمناسيب الأسعار مرجحاً بالقيم ع. ك. ثم قارن الناتج الذي تحصل عليه برقم لاسيرز للأسعار.

الحل:

نحسب أولاً منسوب السعر لكل سلعة كما في مثال (٧) ثم نضرب كل منسوب في الوزن المناظر (ع. ك.) ثم يقسم مجموع حواصل الضرب على مجموع الأوزان (مجموع ع. ك.).

جدول (٤٦)

حساب الوسط الحسابي المرجح لمناسيب الأسعار بالقيم (ع. ك.)

السلعة	ع.	ك.	منسوب السعر $\frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{ع. ك.}{ع. ك.}$	المنسوب \times ع. ك.
أ	١٥	٢٠	١٣٣,٣٣	٢٠ ٠٠٠
ب	٥	٢٠	١٤٠	١٤ ٠٠٠
جـ	٢٠	١٥	١٢٥	٣٧ ٥٠٠
المجموع				٧١ ٥٠٠

الوسط الحسابي المرجح لنسب الأسعار

$$\frac{\text{م.ع.} \left[\frac{1}{\text{ع.}} \times 100 \times \text{ك.ع.} \right]}{\text{م.ع. ك.}} =$$

$$\frac{71500}{100} = 715$$

وهو نفس رقم لاسيرز للأسعار الذي سبق أن حصلنا عليه في مثال (٤).

الأرقام القياسية بطريقة السلسلة (الأساس المتحرك)

عندما تتعدد سنوات المقارنة عن فترة الأساس مع مرور الزمن قد تختفي بعض السلع التي تدخل في تركيب الرقم القياسي من التداول كما قد تظهر سلع جديدة لم تكن موجودة في فترة الأساس كذلك قد يحدث تغير في أذواق المستهلكين يترتب عليه تغير في الأهمية النسبية للسلع ويتطلب ذلك تغير أوزان الترجيح لهذه السلع... كل هذه المشاكل يمكن التغلب عليها باستخدام فكرة الأساس المتحرك (طريقة السلسلة).

وتعتمد هذه الطريقة على تكوين أرقام قياسية تكون سنة الأساس لكل منها هي السنة السابقة لها مباشرة. فالرقم القياسي المتسلسل للأسعار (ذو الأساس المتحرك) يظهر منسوب السعر للسلع في كل سنة كنسبة مئوية من سعرها في السنة السابقة لها. وحيث أن التغير في أذواق المستهلكين وظهور السلع الجديدة واختفاء السلع القديمة لا يحدث طفيفة وإنما يحدث بالتدريج فإن استخدام فكرة الأساس المتحرك تمكن من تغيير الأوزان ومن استبدال السلع التي تدخل في تركيب الرقم تدريجياً كلما تطلب الأمر ذلك.

مثال (٩):

الجدول الآتي يبين سعر إحدى السلع بالجنيهات في الفترة من ١٩٧٥ حتى ١٩٨٠.

السنة	١٩٧٥	١٩٧٦	١٩٧٧	١٩٧٨	١٩٧٩	١٩٨٠
السعر	٤٥٠	٤٧٧	٤٨٦	٥٠٤	٥١٣	٥٤٠

والمطلوب حساب منسوب السعر:

أولاً: باعتبار سنة الأساس هي ١٩٧٥.

ثانياً: باستخدام الأسس المتحرك.

الحل:

جدول (٤٧)

حساب منسوب السعر بأسس ثابت وأسس متحرك

السنة	سعر السلعة	منسوب السعر	
		(١٩٧٥ = ١٠٠)	أسس متحرك
١٩٧٥	٤٥٠	١٠٠	—
١٩٧٦	٤٧٧	١٠٦	١٠٦
١٩٧٧	٤٨٦	١٠٨	١٠٢
١٩٧٨	٥٠٤	١١٢	١٠٤
١٩٧٩	٥١٣	١١٤	١٠٢
١٩٨٠	٥٤٠	١٢٠	١٠٥

لايجاد منسوب السلعة باعتبار أن سنة ١٩٧٥ هي سنة الأساس يقسم سعر السلعة لكل سنة على سعرها سنة ١٩٧٥ ويضرب الناتج في مائة، فمثلاً:

$$\%108 = \frac{100 \times 486}{450} = 108\% \text{ منسوب السعر لسنة } 1977$$

وقد حسبت هذه النسب في العمود الثالث من جدول (٤٧).

ولإيجاد منسوب السعر بأساس متحرك يقسم سعر السلعة لكل سنة على سعرها في السنة السابقة لها ويضرب الناتج في مائة. فمثلاً:

$$\frac{100 \times 486}{477} = 101\% \text{ منسوب السعر (بأساس متحرك) لسنة } 1977$$

$$\%102 =$$

وقد حسبت هذه النسب في العمود الرابع من جدول (٤٧).

التحويل من أساس ثابت إلى متحرك (أو العكس):

إذا كانت هناك سلسلة من الأرقام القياسية بأساس ثابت وأريد تحويلها إلى أساس متحرك فيقسم كل رقم على الرقم المناظر له في السنة السابقة مباشرة ويضرب الناتج في مائة.

قفي المثال السابق مثلاً نجد أن منسوب السعر لسلعة ١٩٧٨ هو ١١٢ (باعتبار أن سنة الأساس هي ١٩٧٥) وأن منسوب السعر لسنة ١٩٧٧ هو ١٠٨ وبالتالي فإن:

$$100 \times \frac{112}{108} = 103\% \text{ منسوب السعر (بأساس متحرك) لسنة } 1978$$

$$\%104 =$$

ولتوضيح ذلك سنرمز لسعر السلعة لسنة ١٩٧٨ بالرمز ع١٩٧٨ ولسعرها سنة ١٩٧٥ بالرمز ع١٩٧٥ ولسعرها سنة ١٩٧٧ بالرمز ع١٩٧٧ وبالتالي فإن:

منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بالنسبة لسنة ١٩٧٥

$$100 \times \frac{1978\text{ع}}{1975\text{ع}} =$$

6 منسوب السعر لسنة ١٩٧٧ بالنسبة لسنة ١٩٧٥

$$100 \times \frac{1977\text{ع}}{1975\text{ع}} =$$

ويقسمة منسوب سنة ١٩٧٨ عل منسوب ١٩٧٧ وضرب الناتج في مائة

يتج:

$$100 \times \frac{1978\text{ع}}{1975\text{ع}} \\ 100 \times \frac{1977\text{ع}}{1975\text{ع}}$$

$$100 \times \frac{1978\text{ع}}{1977\text{ع}} \times \frac{1977\text{ع}}{1975\text{ع}} =$$

$$100 \times \frac{1978\text{ع}}{1975\text{ع}}$$

= منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بأساس متحرك.

أما للتحويل من أساس متحرك إلى أساس ثابت فنضرب كل رقم

$$\text{(بأساس متحرك)} \times \frac{\text{الرقم الناظر له في السنة التي تسبقها}}{100}$$

$$\frac{\text{الرقم الناظر له في السنة التي تسبقها}}{100} \times 1000 \text{ حتى نصل الى سنة الأساس.}$$

فلإيجاد منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بالنسبة لسنة ١٩٧٥ كأساس باستخدام التماسيب بأساس متحرك نجد أن:

$$100 \times \left(\frac{1976\text{ع}}{1975\text{ع}} \times \frac{1977\text{ع}}{1976\text{ع}} \times \frac{1978\text{ع}}{1977\text{ع}} \right) = 100 \times \frac{1978\text{ع}}{1975\text{ع}}$$

$$100 \times \frac{1977\text{ع}}{1976\text{ع}} \times \left(\frac{1976\text{ع}}{100} \right) \times \left(100 \times \frac{1978\text{ع}}{1977\text{ع}} \right) =$$

$$100 \times \frac{1976\text{ع}}{1975\text{ع}} \times \left(\frac{100}{100} \right) \times$$

$$\frac{\text{النسوب بأساس متحرك لسنة ١٩٧٧}}{100} \times \text{النسوب بأساس متحرك لسنة ١٩٧٨} =$$

$$\frac{\text{النسوب بأساس متحرك لسنة ١٩٧٦}}{100} \times$$

ومن المثال السابق نجد أن منسوب السعر لسنة ١٩٧٨ بالنسبة لسنة ١٩٧٥ كأساس:

$$Z_{112} \times \frac{106}{100} \times \frac{102}{100} \times 104 =$$

وبالمثل ومنسوب السعر لسنة ١٩٨٠ بالنسبة لسنة ١٩٧٥ كأساس

$$Z_{120} = \frac{106}{100} \times \frac{102}{100} \times \frac{104}{100} \times \frac{102}{100} \times 100 =$$

وبلاحظ أنه في حالة استخدام صيغ تجميعية مرجحة لا يعطى التحويل من أساس ثابت إلى متحرك (أو العكس) نفس النتائج الدقيقة كما في حالة المنسوب. فإذا استخدم رقم لاسيرز على سبيل المثال لسلعة واحدة سعرها ع وكميتها ك وحسب الرقم لستي ١٩٧٦، ١٩٧٧ بالنسبة إلى سنة ١٩٧٥ كأساس ثابت نجد أن:

رقم لاسيرز لسنة ١٩٧٦ بالنسبة إلى سنة ١٩٧٥

$$100 \times \frac{\text{ع}_{١٩٧٦} \text{ك}_{١٩٧٥}}{\text{ع}_{١٩٧٥} \text{ك}_{١٩٧٥}} =$$

ورقم لاسيرز لسنة ١٩٧٧ بالنسبة إلى سنة ١٩٧٥

$$100 \times \frac{\text{ع}_{١٩٧٧} \text{ك}_{١٩٧٥}}{\text{ع}_{١٩٧٥} \text{ك}_{١٩٧٥}} =$$

وللتحويل من أساس ثابت إلى أساس متحرك بقسمة رقم سنة ١٩٧٧ على رقم سنة ١٩٧٦ وضرب الناتج $\times 100$ نجد أن:

$$\begin{aligned}
& 100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٧ ك ١٩٧٥}}{\text{ع ١٩٧٥ ك ١٩٧٥}} = \\
& 100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٦ ك ١٩٧٥}}{\text{ع ١٩٧٥ ك ١٩٧٥}} = \\
& 100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٧ ك ١٩٧٥}}{\text{ع ١٩٧٦ ك ١٩٧٥}} = \\
& 100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٧ ك ١٩٧٥}}{\text{ع ١٩٧٥ ك ١٩٧٥}} = \\
& 100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٧ ك ١٩٧٥}}{\text{ع ١٩٧٦ ك ١٩٧٥}} =
\end{aligned}$$

وهذا يختلف عن رقم لاسيرز لسنة ١٩٧٧ بالنسبة الى سنة ١٩٧٦ كقاس لان هذا الأخير يساوي:

$$100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٧ ك ١٩٧٦}}{\text{ع ١٩٧٦ ك ١٩٧٦}} =$$

أما إذا كان لدينا رقم لاسيرز باسلس متحرك للسنوات ١٩٧٦،

١٩٧٧

حيث رقم سنة ١٩٧٦ (باسلس متحرك)

$$100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٦ ك ١٩٧٥}}{\text{ع ١٩٧٥ ك ١٩٧٥}} =$$

٦ رقم سنة ١٩٧٧ (باسلس متحرك)

$$100 \times \frac{\text{ع ١٩٧٦ ك ١٩٧٥}}{\text{ع ١٩٧٦ ك ١٩٧٦}} =$$

واريد تحويل رقم سنة ١٩٧٧ الى اساس ثابت لسنة ١٩٧٥
 واستخدمت نفس الطريقة السابق شرحها فيجب ضرب رقم سنة ١٩٧٧
 (بالاساس ١٩٧٦) x رقم سنة ١٩٧٦ (بالاساس ١٩٧٥) وقسمة الناتج على
 ١٠٠ فتجد أن:

$$\frac{(100 \times \frac{1977 \text{ ع}}{1976 \text{ ك}})}{\frac{1976 \text{ ع}}{1975 \text{ ك}}} \times 100 \times \frac{1977 \text{ ك}}{1976 \text{ ك}}$$

$$100 \times \frac{1977 \text{ ع}}{1976 \text{ ك}} \times \frac{1976 \text{ ك}}{1975 \text{ ع}} =$$

وهذا يختلف عن رقم لاسيرز للأسعار لسنة ١٩٧٧ بالنسبة لسنة
 ١٩٧٥ كأساس لأن هذا الأخير يساوي:

$$100 \times \frac{1977 \text{ ع}}{1975 \text{ ك}} =$$

اختبار الأرقام القياسية

للمفاضلة بين الأرقام القياسية يمكن اخضاعها لاختباري الانعكاس في
 الزمن والانعكاس في العامل.

اختبار الانعكاس في الزمن:

إذا كان الرقم القياسي لسعر سلعة معينة في سنة المقارنة بالنسبة إلى
 سنة الأساس = ١٢٥٪ ووجد أن الرقم القياسي لسعر هذه السلعة في سنة
 الأساس بالنسبة إلى سنة المقارنة يساوي مقلوب الرقم السابق أي يساوي

$\frac{100}{125} = 80\%$ يقال أن هذا الرقم ينعكس في الزمن أي أن حاصل ضرب الرقم \times بديله الزمني = ١

$$1 = \frac{\text{ع.ع.}}{\text{ع.ع.}} \times \frac{\text{ع.ع.}}{\text{ع.ع.}}$$

والدليل الزمني لأي رقم يمكن الحصول عليه باستبدال فترتي الأساس والمقارنة أي باستبدال الاندليل (١٠٠ ٠٠٠) الملحق بالسعر أو بالكمية.

ولمعرفة ما إذا كان أي رقم قياسي يحتاج اختبار الانعكاس في الزمن نوجد حاصل ضرب الرقم \times بديله الزمني فإذا كان يساوي الوحدة يكون الرقم قابلاً للانعكاس في الزمن. وفيما يلي سنطبق هذا الاختبار على الأرقام القياسية للأسعار التي درسناها وما ينطبق على الأسعار ينطبق على الكميات.

الرقم التجميعي البسيط للأسعار:

$$\text{صيغة} \frac{\text{ع.ع.}}{\text{ع.ع.}} \text{ وبديله الزمني} \frac{\text{ع.ع.}}{\text{ع.ع.}}$$

$$\text{وحاصل الضرب} = \frac{\text{ع.ع.}}{\text{ع.ع.}} \times \frac{\text{ع.ع.}}{\text{ع.ع.}} = 1$$

أي أن الرقم التجميعي البسيط للأسعار ينعكس في الزمن.

رقم لاسيرز للأسعار:

$$\text{صيغة} \frac{\text{ع.ع.ك.}}{\text{ع.ع.ك.}} \text{ وبديله الزمني} \frac{\text{ع.ع.ك.}}{\text{ع.ع.ك.}}$$

$$\text{وحاصل الضرب} = \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \cdot \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \text{ لا يساوي ١}$$

أي أن رقم لاسبيرز للأسعار لا يمتاز باختبار الانعكاس في الزمن.

رقم باشي للأسعار:

$$\text{صيغته} = \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \text{ وبديله الزمني} = \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}$$

$$\text{وحاصل الضرب} = \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \cdot \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \text{ لا يساوي ١}$$

إذن رقم باشي للأسعار لا ينعكس في الزمن.

رقم (مارشال - ادجورث) للأسعار:

$$\text{صيغته} = \frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}} \text{ وبديله الزمني} = \frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}$$

وحاصل الضرب =

$$1 = \frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}} \cdot \frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}$$

أي أن رقم (مارشال ادجورث) للأسعار قابل للانعكاس في الزمن:

رقم فيشر للأسعار (الرقم القياسي الأمثل):

$$\text{صيغته} = \sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \cdot \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}}$$

$$\sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}} \cdot \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}$$

وحاصل الضرب =

$$\sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}} \cdot \sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}} \times \sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}} \cdot \sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}}$$

إذن رقم فيشر للأسعار قابل للانعكاس في الزمن.

اختبار الانعكاس في المعامل:

تستخدم فكرة انعكاس المعامل في اختبار الأرقام القياسية ويمكن إيجاد البديل المعاملي لأي رقم قياسي باستبدال الأسعار بالكميات والكميات بالأسعار مع بقاء سنوات الأسس والمقارنة كما هي.

$$\frac{\text{ك.}}{\text{ك.}} \quad \text{يكون بديله المعاملي} \quad \frac{\text{ع.}}{\text{ع.}}$$

$$\text{ونجد أن حاصل الضرب } \frac{\text{ع.}}{\text{ع.}} \cdot \frac{\text{ك.}}{\text{ك.}} \text{ يساوي}$$

$$\frac{\text{ع. ك.}}{\text{ع. ك.}} \text{ أي يساوي الرقم القياسي للقيمة}$$

وبالتالي يمكن استخدام فكرة انعكاس المعامل في اختبار الأرقام القياسية. فإذا كان حاصل ضرب الرقم في بديله المعاملي يساوي الرقم القياسي للقيمة يكون الرقم قابلاً للانعكاس في المعامل. وتنطبق ذلك على الأرقام القياسية للأسعار التي درستناها نجد أن:

الرقم التجميعي البسيط:

$$\begin{array}{l}
 \text{صيفته} \quad \frac{\text{م.ع.}^1}{\text{م.ع.}} \quad \text{وبدله المعاملي} \quad \frac{\text{م.ك.}^1}{\text{م.ك.}} \\
 \text{وحاصل الضرب} \quad \frac{\text{م.ع.}^1}{\text{م.ع.}} \cdot \frac{\text{م.ك.}^1}{\text{م.ك.}} \quad \text{لا يساوي} \quad \frac{\text{م.ع.}^1 \text{ م.ك.}^1}{\text{م.ع. م.ك.}} \\
 \text{أي أن الرقم التجميعي البسيط لا ينعكس في المعامل.} \\
 \text{رقم لاسيرز للأسعار:}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{صيفته} \quad \frac{\text{م.ع.}^1 \text{ م.ك.}^1}{\text{م.ع. م.ك.}} \quad \text{وبدله المعاملي} \quad \frac{\text{م.ك.}^1 \text{ م.ع.}^1}{\text{م.ك. م.ع.}} \\
 \text{وحاصل الضرب} \quad \frac{\text{م.ع.}^1 \text{ م.ك.}^1}{\text{م.ع. م.ك.}} \cdot \frac{\text{م.ك.}^1 \text{ م.ع.}^1}{\text{م.ك. م.ع.}} \\
 \text{لا يساوي} \quad \frac{\text{م.ع.}^1 \text{ م.ك.}^1}{\text{م.ع. م.ك.}} \\
 \text{أي لا ينعكس في المعامل.}
 \end{array}$$

رقم باثي للأسعار:

$$\begin{array}{l}
 \text{صيفته} \quad \frac{\text{م.ع.}^1 \text{ م.ك.}^1}{\text{م.ع. م.ك.}} \quad \text{وبدله المعاملي} \quad \frac{\text{م.ك.}^1 \text{ م.ع.}^1}{\text{م.ك. م.ع.}} \\
 \text{وحاصل الضرب} \quad \frac{\text{م.ع.}^1 \text{ م.ك.}^1}{\text{م.ع. م.ك.}} \cdot \frac{\text{م.ك.}^1 \text{ م.ع.}^1}{\text{م.ك. م.ع.}}
 \end{array}$$

$$\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \text{ لا يساوي}$$

أي لا يتعكس في العامل.

رقم (مارشال - ادجورث) للأسعار:

$$\frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}} \text{ صيفته}$$

$$\frac{\text{م.ك. (ع. + ع.)}}{\text{م.ك. (ع. + ع.)}} \text{ ويديله المعاملي}$$

وحاصل الضرب

$$\frac{\text{م.ع. (ك. + ك.)}}{\text{م.ع. (ك. + ك.)}} \cdot \frac{\text{م.ك. (ع. + ع.)}}{\text{م.ك. (ع. + ع.)}}$$

$$\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \text{ لا يساوي}$$

أي لا يتعكس في العامل.

رقم فيشر للأسعار (الرقم القياسي الأمثل):

$$\sqrt{\frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \cdot \frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}}} \text{ صيفته}$$

$$\sqrt{\frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}} \cdot \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}}} \text{ ويديله المعاملي}$$

وحاصل الضرب

$$\sqrt{\frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}} \cdot \frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}}} \cdot \sqrt{\frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}} \cdot \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}}} \cdot \sqrt{\frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}}} = \sqrt{\frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}}}$$

أي أن رقم فيشر للأسعار قابل للانعكاس في المعامل ونظراً لاجتيازه جميع الاختبارات فقد سمي بالرقم القياسي الأمثل.

بعض الأرقام القياسية في جمهورية مصر العربية

(١) الرقم القياسي لأسعار الجملة:

الغرض من هذا الرقم هو التعرف على التغير في أسعار السلع المتداولة في أسواق الجملة. ويصدر الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء في مصر أربعة أرقام قياسية شهرية لأسعار الجملة.

الرقم الأول:

بدأت مصلحة الإحصاء والتعداد ينشر هذا الرقم اعتباراً من سنة ١٩١٤ واعتبرت فترة الأساس له التسعة عشر شهراً السابقة للحرب العالمية الأولى أي من ١٩١٣/١/١ حتى ١٩١٤/٧/٣١ وذلك بحساب الوسط الهندسي لمناصب ٢٦ سلعة معظمها سلع زراعية أو غذائية متجة عالياً لمدينتي القاهرة والاسكندرية.

الرقم الثاني:

لتلافي عيوب الرقم الأول الذي يعطي جميع السلع نفس الاهمية النسبية والذي ابتعدت فترة أساسه عن سنوات المقارنة، وعدم شموله للسلع المصنوعة أو المستوردة أصدرت مصلحة الإحصاء الرقم الثاني عام ١٩٣٥ واستخدم لحسابه فكرة الأساس المتحرك واتسع نطاق الرقم ليشمل ٨٧ سلعة وعلى مستوى الجمهورية واستخدمت عدة مناسيب لبعض السلع لاعطائها أهمية نسبية أكثر (ترجيح غير مباشر) ثم حسب الوسط الهندسي للمناسيب الذي بلغ عددها ٩٢ منوياً.

الرقم الثالث:

اعتبرت فترة الأساس لهذا الرقم الثلاثة شهور السابقة للحرب العالمية الثانية (يونيو - يوليو - أغسطس ١٩٣٩) وشمل ١٠٣ سلعة مقسمة الى ١٥ مجموعة ثم حسب رقم قياس لكل مجموعة متبعا أسلوب الترجيح غير المباشر باستخدام الوسط الهندسي للمناسيب. أما الرقم القياسي العام فهو الوسط الهندسي لأوساط المناسيب.

الرقم الرابع:

قام الجهاز المركزي للتعيشة العامة والإحصاء سنة ١٩٧٠ بتركيب رقم جديد لأسعار الجملة واعتبر فترة الأساس متوسط أسعار ١٩٦٦/٦٥ وشمل الرقم ٤٤٠ سلعة مقسمة الى مجموعات وفق التقسيم الوارد في دليل النشاط الاقتصادي لتجارة الجملة لتشمل ١٧ فصلاً رئيسياً، ٤١ مجموعة فرعية. واستخدم صيغة الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار المرجح بالقيم في فترة الأساس أي (ع.ك.).

الرقم القياسي لنفقة المعيشة:

تقاس نفقة المعيشة بجملة ما يتفقه الفرد على ما يستهلكه من سلع وخدمات فإذا ارتفعت أسعار هذه السلع والخدمات زادت نفقة المعيشة وإذا

انخفضت هذه الأسعار قلّت نفقة المعيشة. وعندما يتوجه الافراد إلى الأسواق لشراء حاجياتهم فإنهم يتعاملون بأسعار التجزئة وليس بأسعار الجملة. لذلك يسمى البعض الرقم القياسي لنفقة المعيشة بالرقم القياسي لأسعار التجزئة.

وينبغي هنا عدم الخلط بين نفقة المعيشة ومستوى المعيشة فنفقة المعيشة تتأثر بالأسعار كما أوضحنا بينما مستوى المعيشة يقاس بكمية السلع والخدمات التي يحصل عليها الفرد في فترة زمنية معينة.

الرقم الأول:

قامت مصلحة الاحصاء سنة ١٩٢٠ بعمل بحث عن نفقة المعيشة لعدد من أسر صغار الموظفين والمستخدمين لمعرفة كيفية توزيع الدخل على بنود الانفاق المختلفة فقمست بنود الانفاق إلى سبعة بنود وحسبت النسب المئوية للمنفق على كل بند من هذه البنود لاستخدامها كأوزان للترجيح عند حساب الرقم القياسي لنفقة المعيشة. حيث اتخذت الفترة من ١٩١٣/١/١ إلى ١٩١٤/٧/٣١ كفترة أساس ثم حسبت رقماً قياسياً لكل بند من البنود السبعة ثم حسبت الرقم القياسي لنفقة المعيشة كوسط حسابي مرجح للأرقام القياسية السبعة مستخدمة في الترجيح النسب المئوية السابق حسابها.

الرقم الثاني:

نظراً لبعد فترة الأساس عن سنوات المقارنة وتغير النمط الاستهلاكي بعد الحرب العالمية الثانية قامت مصلحة الاحصاء بنشر رقم جديد لنفقة المعيشة مرجحاً بأوزان جديدة واختارت فترة الأساس لهذا الرقم الثلاثة شهور السابقة للحرب العالمية الثانية (يونيو، يوليو، اغسطس ١٩٣٩) ويوضح جدول (٤٨) الأوزان الجديدة مقارنة بالأوزان المستخدمة في الرقم الأول.

جدول (٤٨)
النسب المئوية للاتفاق على أبواب الاتفاق السبعة

الأوزان (%)		بنود الاتفاق
الجديدة	القديمة	
٤٥,٠	٥١,٩	١ - الغذاء
١٦,٠	١١,٧	٢ - المسكن
٣,٠	١,٤	٣ - أجور الانتقال
٥,٨	٥,٨	٤ - سجاير ومصروفات ترفيهية
١٦,٧	١٦,٧	٥ - الملابس
٦,٥	٦,١	٦ - المصروفات المدرسية
٧,٠	٦,٤	٧ - مصروفات أخرى
١٠٠	١٠٠	المجموع

الرقم الثالث:

قام الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء سنة ١٩٦٧ بنشر سلسلة جديدة للأرقام القياسية باعتبار فترة الأساس (١٩٦٧/٦٦ = ١٠٠) كما استعملت بيانات بحث ميزانية الأسرة لعام ١٩٦٥/٦٤ لاستخراج أوزان جديدة للترجيح واتسع نطاق الرقم ليشمل ١١ مدينة بعد أن كانت الأرقام السابقة قاصرة على مدينة القاهرة فقط. ونظراً لاختلاف النمط الاستهلاكي في الريف عنه من الحضر فقد تم نشر رقم خاص بالريف وآخر بالحضر.

مثال (١٠):

الآتي بيان مناسيب الأسعار لشهر ديسمبر ١٩٨٠ والنسبة المئوية للمنفق على البنود المختلفة للاتفاق.

نسبة المنفق %	مناشيب الأسعار (يناير ١٩٧٠ = ١٠٠)	بنود الانفاق
٥٠	١١٠	الغذاء
١٨	١٢٠	المسكن
١٧	١١٥	الملبس
١٥	١٠٨	مصرفات أخرى

والمطلوب:

حساب الرقم القياسي لنفقة المعيشة لشهر ديسمبر سنة ١٩٨٠ باعتبار
يناير سنة ١٩٧٠ كأساس.

الحل:

$$\frac{\text{محدس ق}}{\text{محد ق}} = \text{الرقم القياسي لنفقة المعيشة}$$

$$= \frac{(15 \times 108) + (17 \times 115) + (18 \times 120) + (50 \times 110)}{15 + 17 + 18 + 50}$$

$$= \frac{11235}{100} = 112,35\%$$

مثال (١١):

الآتي بيان بمتوسط أجر العامل في الساعة وعدد ساعات العمل
الأسبوعية والرقم القياسي لنفقة المعيشة (١٩٦٠ = ١٠٠) لستى ١٩٧٠،

١٩٨٠. والمطلوب معرفة التغير الذي طرأ على مستوى معيشة هؤلاء العمال خلال هذه الفترة.

السنة	متوسط أجر العامل بالدينار في الساعة	عدد ساعات العمل الأسبوعية	الرقم القياسي لتكلفة المعيشة (١٩٦٠ = ١٠٠)
١٩٧٠	٠,٣٠	٤٨	١٢٠
١٩٨٠	٠,٤٠	٤٢	١٤٥

الحل:

متوسط أجر العامل في الأسبوع سنة ١٩٧٠ = $٤٨ \times ٠,٣٠$

$$= ١٤,٤ \text{ جنيه}$$

متوسط أجر العامل في الأسبوع سنة ١٩٨٠ = $٤٢ \times ٠,٤٠$

$$= ١٦,٨ \text{ جنيه}$$

متوسط الأجر سنة ١٩٧٠ (بأسطر ١٩٦٠)

$$= \frac{١٠٠}{١٢٠} \times ١٤,٤ = ١٢ \text{ جنيه}$$

متوسط الأجر سنة ١٩٨٠ (بأسطر ١٩٦٠)

$$= \frac{١٠٠}{١٤٥} \times ١٦,٨ = ١١,٦ \text{ جنيه}$$

ومن ذلك أن مستوى معيشة هؤلاء العمال قد انخفض نظراً لانخفاض دخلهم الحقيقي.

تقاريسن

(١) فيما يلي بيان بأسعار وكميات السلع أ، ب، ج في عامي ١٩٧٠، ١٩٨٠.

الكميات		الأسعار		السلة
١٩٨٠	١٩٧٠	١٩٨٠	١٩٧٠	
٦٠	٤٠	٣٥	٣٠	أ
١٠٠	٨٠	١٢	١٠	ب
٤٠	٢٠	٥٠	٣٥	جـ

والمطلوب حسب:

- (أ) منسوب السعر ومنسوب الكمية ومنسوب القيمة.
- (ب) الوسط الحسابي البسيط والوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار.
- (جـ) الرقم التجميعي البسيط للأسعار.
- (د) الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة الأساس (رقم لاسبيرز للأسعار).
- (هـ) الرقم التجميعي للأسعار مرجحاً بكميات سنة المقارنة (رقم بانثي للأسعار).
- (و) رقمي لاسبيرز وبانثي للكميات.
- (ز) رقم فيشر (الرقم القياسي الأمثل) للأسعار.
- (ح) رقم مارشال - ادجورث للأسعار.
- (ط) رقمي فيشر، (مارشال - ادجورث) للكميات.

(٢) من بيانات السؤال الأول أحسب:

- (أ) الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار مرجحاً بالقيم ع، ك، وقلرون الناتج برقم بانثي للأسعار.

(ب) الوسط الحسابي لمنايب الأسعار مرجحاً بالقيم ع. ك. وقارن الناتج برقم لاسيرز للأسعار.

(٣) قيا يلى بيان باجمالى الصادرات بملايين الجنيهات في السنوات من ١٩٦٧ حتى ١٩٧٢.

السنوات	١٩٦٧	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢
الصادرات	٢٦٣	٢٤٦	٢٧٠	٣٢٢	٣٤٣	٣٥٩

والمطلوب حساب:

- (أ) الأرقام القياسية للصادرات باتخاذ سنة ١٩٦٧ كأساس.
- (ب) الأرقام القياسية للصادرات بطريقة السلسلة (بأساس متحرك).
- (ج) حول الأرقام القياسية للصادرات التي سنة أساسها ١٩٦٧ إلى أرقام سنة أساسها ١٩٧٠.
- (٤) الجدول الآتي يعرض منسوب السعر لاحتى السلع لبعض السنوات والمطلوب استكمال بيانات الجدول.

السنوات	منسوب السعر	
	(١٩٧٠ = ١٠٠)	(١٩٧٦ = ١٠٠)
١٩٧٠	١٠٠	
١٩٧٤	١٧٩	
١٩٧٦	٢٣٥	١٠٠
١٩٧٨		١٥٠
١٩٨٢		٢٥٦

- (٥) اذا علمت أن منسوب السعر لاحتى السلع سنة ١٩٨٠ باتخاذ سنة ١٩٧٠ كأساس يساوي ١٦٥٪ وأن منسوب السعر لسنة ١٩٨٠ باتخاذ

سنة ١٩٧٥ كأساس يساوي ١٤٠٪. فاحسب منسوب السعر سنة ١٩٧٥ بانتخاذ سنة ١٩٧٠ كأساس.

(٦) بين كيف تختبر الأرقام القياسية وأي الأرقام التي درستها يحتاج جميع هذه الاختبارات.

(٧) اختبر الأرقام القياسية الآتية من حيث الانعكاس في الزمن.

(أ) الرقم التجميعي البسيط للأسعار.

(ب) رقم لاسيرز للأسعار.

(ج) رقم فيشر للأسعار.

(٨) (أ) تكلم باليجاز عن الرقم القياسي لأسعار الجملة في مصر.

(ب) أذكر الفرق بين نفقة المعيشة ومستوى المعيشة.

(٩) اجريت دراسة لانشاء ورصف أحد الطرق سنة ١٩٧٠ فوجد أن المبلغ اللازم لذلك هو ٢٠ مليون جنيه، منها ٢٥٪ أجور والباقي تكاليف أخرى تتضمن قيمة مواد خام ومجالات معدات. فإذا علمت أن الرقم القياسي للأجور:

في سنة ١٩٧٠ (بانتخاذ سنة ١٩٦٠ كأساس) هو ١٢٥٪

وفي سنة ١٩٨٠ (بانتخاذ سنة ١٩٦٠ كأساس) هو ١٧٥٪

وأن الرقم القياسي لباقي التكاليف الأخرى:

في سنة ١٩٨٠ (بانتخاذ سنة ١٩٧٠ كأساس) هو ١٦٠٪ فأوجد المبلغ

اللازم لانشاء ورصف هذه الطريق عام ١٩٨٠.

(١٠) إذا كانت قيمة الصادرات لاحتى السلع بملايين الجنيهات من سنة

١٩٧٧ حتى ١٩٨٠ هي: ١٢٠، ١٣٢، ١٤٣، ١٥٨ على الترتيب.

ويفرض أن الأرقام القياسية لأسعار الصادرات كانت ١٠٠،

١٠٥، ٦، ١٠٨، ٣، ١١٢ لنفس السنوات، فاحسب قيمة الصادرات

للسنوات الأربعة بأسعار ١٩٧٧.

(١١) من البيانات الآتية احسب الرقم القياسي لنفقة المعيشة في يوليو ١٩٨٠
باتخاذ متوسط الاتقاق في الشهور (مايو، يونيو، يوليو) ١٩٥٠
كأساس.

بنود الاتقاق	متوسط الاتقاق مايو - يونيو - يوليو ١٩٧٠	الاتقاق في يوليو ١٩٧٠	الأوزان النسبية %
الغذاء	٥,٠	١١,٠	٥٠
المسكن	٢,٠	٤,٠	١٥
الملبس	١,٥	٢,٠	٢٥
مصرفات أخرى	١,٥	٣,٠	١٠

(١٢) الجدول الآتي يبين منسوب السعر لاحتلج السلع في السنوات من
١٩٧٥ حتى ١٩٨٠ باعتبار سنة ١٩٧٥ كأساس، بأساس متحرك (أي
رقم متسلسل) والمطلوب استكمال بيانات الجدول.

السنة	منسوب السعر	
	أساس متحرك	(١٠٠ = ١٩٧٥)
١٩٧٥	١٠٠	١٠١
١٩٧٦	١٠٦	
١٩٧٧		١٠٢
١٩٧٨	١١٢	
١٩٧٩	١١٤	
١٩٨٠		١٠٥

الفصل الحادى عشر

الإحصاءات السكانية

تهتم الإحصاءات السكانية بكل ما يتعلق بالإنسان الموجود في حدود مجتمع معين، في وقت معين، خصائصه والأطوار المهمة في حياته، كما تقدم لنا المقاييس والمؤشرات الإحصائية التي تحكم وتصف لنا هذه الخصائص والأطوار في حياة الإنسان خلال فترة زمنية معينة.

فتشمل تعدادات السكان وإحصاءات المواليد والوفيات وإحصاءات الزواج والطلاق وإحصاءات الأمراض المختلفة والوفيات منها وأسبابها.

وهي بهذا الأسلوب تقدم لنا تحليلاً للمجتمع السكاني، في المكان والزمان من حيث العوامل التي تحكم عملية التغير السكاني مثل المواليد والوفيات وعامل الهجرة السكانية كما تختص بمقاييس ومؤشرات التركيب السكاني من حيث العمر أو النوع أو الأثنين معاً، وأخيراً وليس آخراً تهتم بكيفية وأسباب التوزيع المكاني والزمني للسكان، ومقاييس هذا التوزيع.

ضرورة الإحصاءات السكانية:

تستمد الإحصاءات السكانية ضرورة توفرها ودراستها التحليلية من أمور اقتصادية واجتماعية عديدة نذكر منها:

أ- توفر لنا الإحصاءات السكانية كل ما هو ضروري من بيانات ومؤشرات إحصائية يستعان بها عند وضع الحلول اللازمة للمشكلة السكانية والتي تعتبر من أهم معوقات عملية التنمية الاقتصادية للبلاد.

فلتشك أن معرفة معدلات التغير السكاني والعناصر الداخلة في تحديد هذه المعدلات إلى جانب معرفتنا للتركيب العمري والنوعي للسكان وأنماط التوزيع السكاني، معرفة كل هذا، يساعد ويساهم في فهم العوامل المحددة للمشكلة السكانية وبالتالي وضع الحلول العملية لها.

ب - السكان هو واحد من أحد مكونات نموذج التنمية الاقتصادية للبلاد وعند تصميم نموذج التنمية الاقتصادية يلزم الحصول على بيانات عن كل مكون من مكوناته. وتساهم هنا الإحصاءات السكانية مساهمة فعالة بما تقدمه لنا من بيانات ومعدلات سكانية ضرورية في مراحل تصميم وتنفيذ نموذج التنمية الاقتصادية للبلاد.

ج - توفر بيانات عن التغير السكاني بما يشمل ذلك من توفر معدلات الوفيات والمواليد والهجرة بأنواعها المختلفة، توفر بيانات عن التركيب المختلفة للسكان (مثل التركيب النوعي والعمرى والتركيب التعليمي والتركيب الزواجي... إلخ)، وهي تعتبر من المسائل الهامة عند وضع برامج التنمية الاجتماعية للبلاد فيما يتعلق بالصحة والتعليم والإسكان والمواصلات... إلخ.

د - لا يمكن أن تتخذ السلطات الحاكمة قرار ما يتعلق بسياساتها العامة الحاضرة والمستقبلية للإصلاح الداخلي إلا على ضوء معرفة كاملة لكل المتغيرات الديموجرافية.

هـ - إن تقدير احتياجات الدولة المستقبلية من خدمات تعليمية وصحية وإسكانية وغيرها تعتمد أساساً على الاتجاهات السكانية في هذه الميادين وما تقدمه لنا الإحصاءات السكانية من مقاييس يستفاد بها في التقدير.

و - التوازن الصناعي بين كل من الريف والحضر يمكن تحقيقه، إذا، ما تم بناءه على دراسات يأخذ في اعتبارها عامل الهجرة إلى المدينة ومعدلات التزايد السكاني في كل من الريف والحضر والتوزيع النوعي والعمرى لهم.

ز - المقاييس والمؤشرات المتعلقة بتغير، وتركيب، وتوزيع السكان كلها مقاييس نسبية بطبيعتها، وهي بذلك، يمكن استخدامها في المقارنات على المستوى الدولي وبالتالي يمكن معرفة وضعنا السكاني بالنسبة للدول الأخرى والاستفادة بتجاربيهم في حل مشكلتنا السكانية.

وقبل أن نتعرض للمقاييس الخاصة بالتغير السكاني، والتركيب السكاني،

والتوزيع السكاني، نتناول بنوع من الإيجاز المصادر الأساسية للإحصاءات السكانية.

المصادر الأساسية للإحصاءات السكانية:

يمكن تقسيم مصادر البيانات السكانية إلى نوعين من المصادر:

أ - المصادر التقليدية: وهي التعداد العام للسكان، (الحصر الشامل) والإحصاءات الحيوية وأسلوب العينات في جمع البيانات السكانية.

ب - المصادر غير التقليدية: مثل سجلات الضرائب وسجلات المدارس والمستشفيات والتي من خلالها يمكن التعرف على بعض مؤشرات التغيرات السكانية.

وينصح العديد من علماء الديموجرافيا عدم الالتجاء إلى المصادر غير التقليدية في جمع بيانات عن السكان إلا إذا تعذر الحصول على بيانات سكانية من مصادرها التقليدية، حيث أن الثانية (المصادر غير التقليدية)، لا تعطي سوى تقديرات لجوانب معينة للتغيرات السكانية.

من ذلك فسوف نكفي هنا بعرض للمصادر التقليدية للإحصاءات السكانية.

أولاً - التعداد العام للسكان: «Population Census»

يعتبر تعداد السكان هو المصدر الأول للإحصاءات السكانية وأهمها، وأقدمها. وتفهم عملية تعداد السكان على أساس أنها عملية إحصائية (مثلها مثل الدراسات الميدانية) شاملة لجميع مراحل الطريقة الإحصائية من جمع وتحليل ونشر البيانات السكانية عن دولة معينة (أو قطر معين) في لحظة زمنية محددة، وبصورة دورية، على أن يشمل جميع الأشخاص الذين يعيشون في حدود هذه الدولة (أو القطر).

وتعداد السكان، بهذا الأسلوب، له وجهان: الأول استاتيكي والثاني ديناميكي فالوجه الساكن أو الاستاتيكي للتعداد هو الذي يعطي لنا صورة كاملة

وأمانة وصداقة عن أحوال السكان في بلد معين خلال فترة زمنية معينة.

أما الوجه المتحرك للتعداد أو الديناميك، هو الذي يعطي لنا صورة عن اتجاهات التغيرات السكانية في بلد ما إذا ما اعتبرنا أن التعداد هو حلقة من سلسلة متتالية من التعدادات.

وبتحليل هذا المفهوم الإحصائي للتعداد يمكن استنباط مجموعة من العناصر الواجب توافرها عند عمل أي تعداد سكاني وهي:

أ - عنصر الشمول:

حيث يجب أن يشمل التعداد كل فرد من أفراد المجتمع بقدر الإمكان دون إهمال أي فرد أو تكرار إحصائه ضمن التعداد، هذا العنصر يضمن لنا تعداداً صحيحاً وأيضاً كاملاً.

ب - عنصر الآنية:

القاعدة العامة هو أن يعين يوم لإجراء عملية التعداد فيشكل هذا اليوم حداً فاصلاً بين الأشخاص الذين يدخلون في الحصر من دونهم، وبالتالي فإن الشخص الذي يولد بعد يوم التعداد لا يدخل في الحصر بينما يسجل الشخص الذي يموت في مثل هذا اليوم، ويجب أن تتعلق جميع أسئلة التعداد بهذه الفترة الزمنية.

والآنية تحمل في طياتها أيضاً ضرورة إجراء التعداد في كل الوحدات الجغرافية للدولة في آن واحد فلا يجوز إجراء التعداد في محافظة الإسكندرية في أحد الأيام وفي محافظة أسوان في يوم آخر.

وعند تحديد يوم التعداد يجب اختيار يوم طبيعي هادئ حتى يمكن أن تتم عملية الحصر بدون ما معوقات. مثلاً يختار موعد إجراء التعداد بحيث تقل فيه حركة السكان إلى أقل ما يمكن، فتختار مواعيد بعيداً عن مواعيد الأعياد والحج والسياحة والمواسم الزراعية... إلخ.

وبصفة عامة يعتبر الوقت من أواخر مارس إلى أوائل يونيو من أنسب الأوقات.

جـ - عنصر الدورية :

حتى تحقق الفائدة المرجوة من الوجة الديناميك للتعلم فإنه يجب إجراؤه على فترات زمنية متساوية، كل خمسة أو عشرة سنوات، مثلاً وهنا الأسلوب يعطي لنا عنصر الدورية مقدرة على معرفة الاتجاهات الديموجرافية وعمل المقارنات الصحيحة.

وإذا ما تم برنامج التعلم بصورة دورية متعارف عليها دولياً فإن ذلك سيعطي لنا مقدرة على عمل الدراسات والمقارنات الديموجرافية على المستوى الدولي.

د - عنصر الفردية :

حيث تجمع بيانات التعلم عن كل مفردة من مفردات المجتمع في استقلال بعضها، عن الأخرى وهنا يجب مراعاة ذلك عند وضع أسئلة التعلم.

هـ - عنصر الحدود الجغرافية :

يجب تحديد الحدود الجغرافية للمنطقة التي يشملها التعلم، فلا تكون للبيانات أي معنى أو دلالة معينة إذا لم تتعلق ببلد معين أو بقطر معين أو بجزء من هذا القطر المعين، فو حدود جغرافية محددة تحليلاً واضحاً كاملاً وإلا فقد التعلم الغرض منه.

وبناء على هذا العنصر علينا استبعاد المناطق المتنازع عليها دولياً.

و - عنصر الرسمية :

يتطلب إجراء التعلم تنظيماً واسعاً ونفقات باهظة فيجب أن يعد جهاز ضخم متحرك مزود بسلطات إدارية وتنفيذية. والدولة وحدها هي التي تكون مجهزة بالوسائل المادية والقانونية، والقدرة على تنفيذ التعلم.

ع - عنصر النشر :

حتى تحقق الفائدة المرجوة من عملية التعلم يجب تيوب وتصنيف بياناته ثم نشرها في الحدود التي تسمح بها القوانين واللوائح.

المراحل الرئيسية لعملية التعداد:

قد تختلف مراحل عملية التعداد من بلد إلى آخر، وهذا يتوقف على كل من الظروف الاقتصادية والاجتماعية ومرحلة التقدم التي تمر بها البلد المعين ولكن يمكن بصفة عامة تركيز المراحل التي تمر بها عملية التعداد في ثلاث مجموعات رئيسية من المراحل وهي كلها مراحل متصلة متكاملة تمثل كل مرحلة منها حلقة من سلسلة عملية تعداد السكان وهي:

أ - مجموعة مراحل ما قبل تنفيذ التعداد:

وهي كل الأعمال التمهيدية والتحضيرية اللازمة لتنفيذ التعداد وتسجيل النصوص القانونية، تحديد الأهداف وتنظيم برنامج عام، تقدير ابتدائي للنفقات، تعيين مواعيد عمليات التعداد، تنظيم الجهاز المركزي، تقسيم البلاد إلى مناطق التعداد، وتعيين وتحديد مختلف المناطق مع بيان حدود كل منطقة ونهية خرائط لكل جزء من الأجزاء، وضع نماذج للاستمارات الإحصائية والعمليات، وضع برنامج لتنفيذ التعداد وتعيين الطرق الرئيسية لجمع ومعالجة عملية التعداد، تقدير السكان لتوزيع الاستمارات الإحصائية وتحديد عدد المندوبين، تصميم المينة، تنظيم برنامج توحيد المعلومات، تنظيم برنامج طبع المعلومات. إجراء تجارب في بعض مناطق التعداد، طبع وتوزيع الكشف والتعليمات النهائية، تنظيم الموازنة والمحاسبة، تنظيم الدعاية، تنظيم الجهاز في مختلف مناطق التعداد، تعليمات بخصوص وضع الدليل، تدريب الموظفين.

ب - مرحلة تنفيذ عملية التعداد:

وهي مرحلة جمع البيانات المراد الحصول عليها من وراء عملية التعداد مثل:

معرفة عدد المباني والمساكن والمنشآت والبيانات التفصيلية عن كل فرد للأسرة وخلاف ذلك من البيانات المستهدفة من التعداد ويجب مراعاة أنه عند إجراء عملية العد فإنها تجري بإحدى طريقتين:

الطريقة الأولى : التعداد الفعلي : De Facto

حيث يتم حصر السكان كما هو في الواقع وقت التعداد، ففي كل مكان يعد كل الأشخاص الموجودين فيه ساعة التعداد بصرف النظر عن كونهم من سكان هذا المكان أصلاً أو ضيوفاً عليه أو زائرين له وقت التعداد.

فالتأزلون في فنادق الإسكندرية ليلة التعداد يعدون من سكان الإسكندرية ولو كانوا من غير أهلها أو غير المقيمين بها، ورب العائلة المتغيب عن عائلته بالإسكندرية، ويعمل ليلة التعداد في كفر الدوار فإنه لا يعد مع أسرته التي يعيش طوال حياته معها ولكنه يعد مع أهالي كفر الدوار.

وعلى الرغم من أنه يعاب على هذا الأسلوب عدم تصويره الأشياء على حقيقتها، ويعطي معلومات غير صحيحة، فهو يمتاز بسهولة وقلة الأخطاء التي يتعرض لها مندوبي العد، إذ أنه لا يحتاج إلا لعد كل شخص في أي مكان موجود فيه.

على أن هذا النوع لا يكون مناسباً في البلاد ذات المساحة الواسعة التي لا يتم التعداد فيها في يوم واحد. فتؤثر حركة السكان على عملية التعداد، كما أنه في الغالب يسقط المسافرون من عملية العد بهذا الأسلوب.

الطريقة الثانية : التعداد النظري : De Juro

حيث يتم حصر الأشخاص حسب محال إقامتهم المعتادة، ففي الحالات السابقة يعد الأشخاص المقيمون في فنادق الإسكندرية ليلة العد في أماكن إقامتهم المعتادة، ولا يعدون مع أهالي الإسكندرية. كما يعد رب الأسرة المتغيب في كفر الدوار ضمن أسرته بالإسكندرية.

ويمتاز هذا الأسلوب بأنه يعطي لنا صورة صادقة لحالة السكان وتوزيعهم، إلا أنه صعب من الناحية العملية إذ يتطلب وضع أسئلة إضافية في كشف التعداد لمعرفة محل الإقامة الحقيقي أو المعتاد لشخص ما، مما يؤدي إلى تسرب كثير من الأخطاء ويحتاج التعداد بهذه الطريقة إلى جهاز قوي منظم وتعتمد دقته إلى حد كبير على درجة وعي وثقافة الشعب، وواضح أنه قد

تحدث أخطاء في البيانات التي يقدمها شخص عن شخص آخر متغيب قد لا تكون سليمة أو صحيحة.

وتجمع البيانات في كل من الولايات المتحدة الأمريكية وكندا وألمانيا على أساس الأسلوب الثاني أما في إنجلترا ومصر فيؤخذ بالأسلوب الأول مراعاة للسهولة وتلافياً للأخطاء.

وسواء اتبع أسلوب التعداد النظري أو التعداد الفعلي في الحصر فإنه توجد طريقتين للحصول على البيانات:

الطريقة الأولى: حيث يقوم مندوبي التعداد بمقابلة رب الأسرة شخصياً ويوجه إليه الأسئلة سؤالا بعد الآخر حسب ترتيبها في الاستمارة الإحصائية ويدون مندوب التعداد الإجابات في السجلات المعدة لذلك طبقاً لإجابات رب الأسرة.

وهذا الأسلوب في الحصول على البيانات إلى جانب أنه يتناسب مع مفردات المجتمع غير المعلمين بالقراءة والكتابة فإنه يصلح إذا كانت الأسئلة المطلوب الإجابة عليها عديدة وتحتاج إلى نوع من التفسير.

الطريقة الثانية: حيث يقوم رب الأسرة بتدوين الإجابات بنفسه في الاستمارة الإحصائية.

ولاشك أن هذا الأسلوب يعطي فرصة من الوقت لرب الأسرة للتفكير عند تدوين الإجابات إلى جانب أنه ربما لا يخل بالإجابة على بعض الأسئلة الممرجة أو الحساسة، ويتناسب هذا الأسلوب المجتمعات المتقدمة التي تتمتع بوعي إحصائي يساعدها في تدوين بيانات صادقة ودقيقة.

وفي ج. م. ع فإنه يتبع الأسلوبين في وقت واحد.

جـ - مرحلة ما بعد تنفيذ التعداد:

وهذه المرحلة تتضمن:

مرحلة استلام ومراجعة الاستمارات الإحصائية، ترقيم الاستمارات الإحصائية، تجميع البطاقات، توحيد المعلومات. تحضير الجداول الإحصائية، الطبع، دراسة النتائج عن طريق تحليلها ومقارنتها مع نتائج التعدادات السابقة.

تصميم الاستمارة الإحصائية للتعداد:

تعتبر عملية تصميم الاستمارة الإحصائية من أخطر مراحل الإعداد لعملية التعداد حيث أنها تعتبر القناة التي تمر بها البيانات الديموجرافية من مفردات المجتمع إلى الجهاز الإحصائي القائم بعملية التعداد السكاني.

فإذا ما روعيت الشروط اللازمة لتصميم الاستمارة الإحصائية من حيث شكل الاستمارة وتنسيقها وكيفية تحديد وصياغة الأسئلة التي تحويها الاستمارة، أدى ذلك إلى الحصول على بيانات دقيقة وصحيحة عن الوضع السكاني.

أما إذا لم تراعى الشروط اللازمة ولم تؤخذ في الحسبان أو أهمل جانب منها فإن ذلك سيوصلنا في النهاية إلى بيانات مشكوك فيها ومن الخطورة الاعتماد عليها في الدراسات والبحوث السكانية وغيرها.

وبصفة عامة فإن أسئلة الاستمارة الإحصائية للتعداد السكاني يجب أن تتيح لنا الفرصة للحصول على البيانات التالية:

أ - بيانات جغرافية عن مكان العد.

ب - بيانات عن تكوين الأسر وتشمل:

- عدد الأسر الزوجية.

- عدد الأسر المعيشية.

ج - بيانات عن جميع أفراد الأسرة وتشمل:

- بيانات عامة عن الفرد مثل النوع والديانة والجنسية.

- بيانات عن الميلاد مثل تاريخ الميلاد والسن ومحل الميلاد.

- بيانات عن الإقامة مثل مدة الإقامة ومحل الإقامة السابق وسبب تغيير

محل الإقامة.

د - بيانات عن أفراد الأسرة البالغين من العمر ست سنوات فأكثر وتشمل:

- بيانات عن التعليم مثل الحالة التعليمية والمرحلة التعليمية.

- بيانات عن العمالة والنشاط الاقتصادي مثل حالة الفرد مع العمل واسم المنشأة التي يعمل فيها واسم القطاع الذي تتبعه المنشأة والنشاط الاقتصادي الرئيسي والمهنة ومكان العمل ووسيلة الانتقال.

هـ - بيانات عن أفراد الأسرة البالغين من العمر خمسة عشر سنة فأكثر وتشمل:

الحالة الزوجية والسن عند أول زواج وعدد الزوجات اللاتي في العصمة.

و - بيانات عن اللاتي سبق لهن الزواج مثل مدة الحياة الزوجية وعدد المواليد الباقيين على قيد الحياة.

تطور فكرة التعداد في ج ٢٠٠٤.

كان الفرض قديماً من عملية التعداد هو عد السكان حتى يمكن الاستفادة منه في معرفة القوة البشرية في الحروب وكذلك في جباية الضرائب وكان هذا هو الأساس عند قدماء المصريين فهناك ما يبين أن تعداد مصر كان معروفاً في عام ٣٣٤٠ قبل الميلاد ثم في عام ٢٠٥٠ قبل الميلاد، وكان هذا العد يجري بدون طريقة علمية ثابتة وبغير تاريخ محدد.

وكانت مصر تعتمد في معرفة عدد سكانها حتى عام ١٨٧٢ على المصادر غير التقليدية في جمع البيانات السكانية وحتى هذا التاريخ كانت أعداد السكان المعروفة ما هي إلا مجرد تقدير لعدد السكان وهي:

أ - تقدير عام ١٨٠٠ أيام الحملة الفرنسية، ولقد قام به العالمان الفرنسيان جوفارد ويونيت وقدر بأقل من ٢,٥ مليون نسمة، بالتحديد ٢,٣٦٠,٣٠٩ نسمة.

ب - تقدير عام ١٨٢١ على أساس كشف تعداد المنازل لفرض الضرائب فكان عدد السكان ٢,٥٣٦,٤٠٠ نسمة.

ج - تقدير عام ١٨٤٦ فكان ٤,٧٢٦,٤٤٠ نسمة.

د - تقدير عام ١٨٨٢ فكان عدد السكان ٥,٢٥١,٠٠٠ نسمة.

وأول تعداد تم في مصر على النظم الحديثة (دون الاعتماد على المصادر غير التقليدية للبيانات السكانية) كان عام ١٨٨٢، وتلاه تعداد آخر عام ١٨٩٧. ومنذ ذلك التاريخ تمت تعدادات السكان مرة كل عشرة سنوات حتى سنة ١٩٤٧ وكان لابد أن يلي ذلك تعداد ١٩٥٧. إلا أنه أجل حتى عام ١٩٦٠ لأسباب كثيرة أهمها أنه لم تكن هناك دعاية كافية أو استعداد يؤدي إلى إجراء التعداد بالطرق السليمة، وإلى الحصول على نتائج مطمئة، هذا علاوة على حدوث العدوان الثلاثي في أواخر أكتوبر عام ١٩٥٦ مما أدى إلى هجرة داخلية وتغير في أوضاع السكان في منطقة القناة، ثم تأجيل الدراسة مما يضعب معه استخفاف مدرسي المدارس في شهر مارس وتعطيل المدارس فترة أخرى.

وفي يناير عام ١٩٥٧ صدر قرار جمهوري بشأن تنظيم أجهزة الإحصاء في الدولة وأنشئت اللجنة المركزية للإحصاء وأعدت النظر في توقيت إجراء التعدادات ثم أعدت النظر في ذلك بعد توخيد إقليمي سوريا ومصر حتى تتم التعدادات في وقت واحد وانتهى الأمر بتحديد ليلة ٢١/٢٠ سبتمبر ١٩٦٠ موعداً لإجراء أول تعداد للجمهورية العربية المتحدة (وهو ثامن تعداد لإقليم مصر).

أما في عام ١٩٦٦ فلقد أجرى في مصر أول تعداد يجمع بين أسلوب الحصر الشامل في جمع البيانات السكانية وأسلوب العينات. وفي الوقت الحالي يقوم الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء بالإعداد لتنفيذ أضخم عملية تعداد للسكان والإسكان معاً مقررأ لها عام ١٩٧٦.

وفيما يلي تقدير عدد السكان الفعلي في المراحل المختلفة السابقة:

جدول رقم (٥٢)

التقدير والمعد الفعلي للسكان في ج.م.ع.
للفترة ١٨٠٠ - ١٩٦٦

السنة	نوع التعداد	تعداد السكان (نسمة)
١٨٠٠	تقديري	٢,٣٦٠,٢٠٩
١٨٢١	تقديري	٢,٥٣٦,٤٠٠
١٨٤٦	تقديري	٤,٧٢٦,٤٤٠
١٨٧٢	تقديري	٥,٢٥١,٠٠٠
١٨٨٢	فعلي	٦,٨٠٩,٠٢١
١٨٩٧	فعلي	٩,٧١٥,٠٢٥
١٩٠٧	فعلي	١١,٢٨٧,٣٠٩
١٩١٧	فعلي	١٢,٧٥١,٩١٨
١٩٢٧	فعلي	١٤,٢١٨,٨٦٤
١٩٣٧	فعلي	١٥,٩٣٣,٢٩٤
١٩٤٧	فعلي	١٩,٠٢٢,٤٤٨
١٩٦٠	فعلي	٢٦,٠٨٥,٠٠٠
١٩٦٦	فعلي	٣٠,٠٨٣,٠٠٠

وجدير بالذكر أن التعداد السكاني في مصر الآن قد اختلف غرضه عنه في الأزمنة الماضية حيث يستخدم التعداد في أغراض متعددة، فهو يصف سكان مصر من النواحي الاجتماعية والثقافية والاقتصادية فيصف توزيع السكان جغرافياً وتوزيعهم حسب السن والنوع، كما يصف الحالة المدنية لسكان مصر، وأيضاً الحالة العلمية والعملية والدينية في كل نواحي الحياة، كما يبين توزيع السكان المصري حسب الحرف والمهن والصناعات المختلفة.

والأمل كبير ومعقود على نتائج التعداد السكاني لعام ١٩٧٦ للحصول على كل ما هو ضروري من بيانات ديموجرافية تخدم عملية تخطيط التنمية الاقتصادية للبلاد.

ثانياً - الإحصاءات الحيوية: Vital Statistics

إذا كان تعداد السكان يعطي لنا صورة محددة عن عدد السكان والعديد من الخصائص السكانية لبلد معين، في فترة زمنية محددة، على نحو ما أسلفنا، فإن الإحصاءات الحيوية - وهي المصدر الثاني للإحصاءات السكانية - تعطي لنا صورة متحركة عن كل ما يحيط بالإنسان من أحداث حيوية على اعتبار أنه كائن حي، وتزودنا بالمقاييس الديناميكية التي توضح لنا التغيرات السكانية وتلقي الضوء على ما يطرأ على حياة الإنسان من تغير، وتعطي لنا مزيداً من القدرة على تتبع ومعرفة خصائص هذا المجتمع الإنساني بصفة مستمرة.

والإحصاءات الحيوية في هذا الإطار تشمل كل ما يتم تسجيله من أحداث حيوية تتعلق بالإنسان كإنسان فتغطي بذلك تسجيل المواليد والوفيات والزواج والمرض (الحالات المعدية منها) والهجرة كما تتضمن تسجيل المواليد.

ومعظم الدول في الوقت الحالي تأخذ بنظام التسجيل الإجمالي لكل الأحداث الحيوية عند وقوعها، فيجب أن يسجل المولود عند ولادته والمتوفي عند وفاته وعند عقد الزواج يجب أن يسجل تاريخ الزواج وعندما يتم الطلاق يجب تسجيل هذا الحادث الحيوي.

وينظم القانون في تلك الدول عملية التسجيل الإجمالي لكل الأحداث الحيوية عند وقوعها، حتى تأخذ الشكل القانوني لها. كأن يعاقب كل متخلف عن التسجيل أو من يعطي بيانات غير صحيحة أو دقيقة عن أي حدث حيوي يطرأ على حياته.

ويتم تسجيل هذه الحالات في مكاتب معلة خصيصاً لذلك تحت الإشراف القانوني والإداري للسلطات الحاكمة، حيث أنه بعد إتمام عملية التسجيل، تمنح شهادة رسمية لنوع التسجيل مثل شهادة الميلاد والوفاة والزواج والطلاق... إلخ.

وتعتبر السجلات الحيوية التي يتم فيها تسجيل الأحداث الحيوية للأفراد هي المصدر الرئيسي للإحصاءات الحيوية والتي يمكن الاعتماد عليها في الحصول على بيانات ديموجرافية ذاتي القوة على عدد السكان والخصائص الحيوية المستمرة التي تقرأ على حياتهم اليومية، كما يمكننا من معرفة بعض الخائض والمؤشرات الديموجرافية التي ترسم لنا صورة كاملة لخصائص المجتمع الإنساني.

كل ذلك دون الاقتصار إلى نتائج التحليلات وتقديره بالطرق الحالية.

وتتوقف دقة وصحة وكمال الإحصاءات الحيوية والمؤشرات الديموجرافية المستمدة منها على درجة تكامل لمكونات التسجيل وتوجيهه في مكتب التسجيل المختلفة والمشتدة في أنحاء البلد الممن. وعلى تجلّوب الأفراد أنفسهم ومباشرتهم بالتسجيل لأحداثهم الحيوية فور وقوعها والإبلاغ عن أي تغير يحدث لهم إلى مكتب القدرة على حفظ هذه السجلات لمدة طويلة وجعلها تحت طلب السلطات المسؤولة بطريقة كاملة.

تطور فكرة التسجيل الحيوي:

عرفت عملية التسجيل الحيوي منذ زمن بعيد، في عهد القرامنة في مصر، حيث ارتبطت عملية التسجيل برسوم الزواج والدفن والتعبد والتي كانت تتم في المسجد والكشور وتسجيل كل هذه العمليات الحيوية في سجلات خاصة وتحفظ في الكنيسة.

لما في إنجلترا فقد عرفت عملية التسجيل الحيوي قبل عام ١٥٢٨ بصورة محدودة القرض، منها سجلات لأوامر الكنيسة أثناء وإتمام الصفة الشرعية لبعض العمليات الحيوية ومعرفة بعض المعلومات الديموجرافية التي تستخدم في عملية التخطيط العسكري لبلاد.

على أنه بعد عام ١٥٢٨ أصبحت عملية التسجيل الحيوي في إنجلترا تأخذ طابع رسمي فوافر قرضي منظمة وممثلة.

وصحة عامة وولدت بعد عام ١٦٦٢ بدأت تظهر أهمية التسجيل الحيوي للسلطات المختلفة من جهة الإنسان اليومية، بعد أن كثر التكاليف عن أهمية

التسجيل الحيوي وضرورة تنظيمه، وأصبحت دول عديدة من دول العالم تهتم بعملية التسجيل الحيوي لأهميته في النواحي العسكرية والاقتصادية.

على أن عملية التسجيل الحيوي قد بدأت غير كاملة وتركز أساساً على تسجيل المواليد والوفيات ثم بدأ يتبع ذلك عملية تسجيل حالات الزواج والطلاق إلى غير ذلك من المناسبات الحيوية التي تمر بالإنسان.

كما أن الإحصاءات الحيوية التي كانت تستمد أساساً من هذه السجلات كان مشكوكاً فيها لعدم دقتها واعتمادها على أسلوب دقيق في التسجيل.

أما في الوقت الحالي فإن الصورة تختلف تماماً، حيث، يوجد العديد من الدول تحتفظ بسجلات التسجيل الحيوي كاملة ودقيقة وتعتبر من المصادر الأساسية للمعلومات الديموجرافية.

فعلى سبيل المثال، يوجد الآن في هولندا وبلجيكا وإيطاليا والدانمارك نظام إحصائي وإداري معمول به وبصفة إجبارية لتسجيل السكان، وهو أشبه بفهرس عام للأفراد في الدولة، فكل شخص يولد يدون اسمه في بطاقة شخصية خاصة به ويدون أيضاً في بطاقة أبيه وبطاقة أمه، وجملة البطاقات الشخصية تكون ما يسمى بالسجل الشخصي لجميع السكان، وهذه البطاقات الشخصية تحتفظ لدى الإدارة المحلية للبلد التي يقيم فيها، وتتبعه حيث يتقل وبذلك يكون لدى الإدارة المحلية في كل وقت بيانات وافية عن سكانها وحركاتهم وانتقالاتهم وأسر كل واحد منهم وزوجته وأولاده ومن مات منهم ومن بقي ومن ترك الوطن أو غاب عنه.

وإذا ما انتقل شخص من بلد إلى آخر أخبر البوليس بهذا التغيير فيثبت في بطاقته ثم ترسل هذه البطاقة إلى بوليس المدينة التي انتقل إليها وإذا خرج من أراضي الدولة أرسلت بطاقته للحفظ في مصلحة الإحصاء، بعد أن يكتب عليها اسم الدولة التي رحل إليها، فإذا عاد طلبها البوليس ثانية وأرسلها إلى بوليس المدينة التي يقيم فيها بعد العودة.

وإذا توفي شخص أرسلت بطاقته إلى مصلحة الإحصاء للحفظ، وبذلك يكون لدى مصلحة الإحصاء نوعان من البطاقات: بطاقات من رحلوا عن الوطن

وهم على قيد الحياة ولم يعودوا إليه، ومطلقات من تزفوا من السكان، ولما
بطلت الخمين من السكان توجد عند الوليس أو الإطرة المحلية كل في
مقره.

وذلك يمكن لكل مدينة في أي وقت من الأوقات حساب عدد من يقيم
فيها من الأفراد مكرراً ولدتاً، شيوخاً وشباباً والمطلقات وذلك دون الانتظار إلى
نتائج الحسابات وتحديد بطرق المحلية.

تطور فكرة التسجيل الحيوي في ج-م-ع.

كما ذكرنا، فإن عملية التسجيل الحيوي، عرفت في مصر أيام القرامطة
حيث ارتبطت عملية التسجيل برسم الزواج والنفق والتمديد والتي كانت تتم
في السبد والكشور.

ويستخلص التطور التاريخي لفكرة التسجيل الحيوي في ج-م-ع.
فيما يلي:

أ- التسجيل في عهد قدماء المصريين والذي انتهى بانهاء العهد قديم.

ب- تسجيل المواليد والوفيات تسجيلاً نوعياً وعمرانيا ابتداء من عام
١٧٨٩ والذي يرجع الفضل فيه إلى الطبيب الفرنسي الذين صحبوا الحملة
الفرنسية.

ج- تسجيل المواليد والوفيات في كل قرية ومدينة والاحتفاظ بسجلات
مكتبة دقيقة لذلك، طبقاً للمرسوم العالي الذي أصدره محمد علي بعد إجراء
عملية تقدير السكان عام ١٨٤٦.

د- أخذت عملية تسجيل المواليد والوفيات صفة قانونية في مصر بحدود
تشريع عام ١٨٩١ حيث تلاه تشريع آخر عام ١٨٩٨ والذي فرض غرامات معينة
على كل من يتخلف في تسجيل المواليد والوفيات.

هـ- صدر قانون الأحوال المدنية وبدأ تنفيذه في ١٩ يناير سنة ١٩٢١
وهو يحتم على رب كل أسرة تقديم بيانات عن أسرته من حيث كل فرد وفيها
وتوفه وحالة المدنية ومهنة... إلخ، وعلى كل من يحمل البطاقة المدنية أن

يقوم بتعديل سجل إقامته إن حدث ذلك أو إدخال تعديل يحدث لأي فرد على هذه البطاقة أو قسم فيها .

ولمستعرض هذه المراحل التاريخية التي مرت بها عملية التسجيل الحوي في مصر، نجد أنها أخذت طابعها الجدي والرسمي بصدور قانون الأحوال المدنية والذي عن طريقه يمكن التوصل إلى معرفة الكثير من البيانات الخاصة بالسكان في ج.م.ع.

إحصاءات التسجيل الحوي:

تتمثل إحصاءات التسجيل الحوي كل من إحصاءات المواليد أحياء والوفيات والزواج والطلاق وحركة الهجرة وإحصاءات الأمراض المعدية وتتمثل أيضاً إحصاءات المواليد أمواتاً. وتتضمن بعض من هذه الإحصاءات .

أ - إحصاءات المواليد أحياء:

يحتم القانون في كل بلد تسجيل المولود عند ولادته، وفي بعض الدول، يعطي القانون فترة زمنية كحد أقصى لتسجيل يحق بعدها كل من يعتبر متخلفاً عن التسجيل، وتنصح الجهات المختصة بتسجيل المواليد (مكاتب الصحة) شهادة ميلاد رسمية، تعتبر سنداً رسمياً لإثبات تاريخ الميلاد وشرعية الانتماء للوالدين.

وعلى الرغم من اختلاف اليلقات التي تسجل عن المولود من بلد إلى آخر نظراً لاختلاف درجة التفكير الثقافي والمفاهيمي وأهمية عملية التسجيل من بلد إلى آخر إلا أنها تنفق في اليلقات الأساسية الواجب تسجيلها عن المولود والتي تشمل: تاريخ الميلاد، اسم المولود، النوع، اسم الأب وجنسية وديانة، اسم الأم وجنسيها وديانتها، محل الميلاد تاريخ التسجيل.

ومع ذلك بعض اليلقات الأخرى التي تتعلق بعمل الأب ومهنته، عمر الأم ومهنتها وترتيب المولود بالنسبة للمواليد السابقة من نفس الأب والأم، تاريخ الزواج والحالة الطبيعية لكل من الأب والأم.

كما أنه يجب تسجيل ما إذا كان المولود وحيداً أم هو أحد توأمة.

وتستمد أهمية إحصاءات المواليد أحياء أهميتها من خلال كونها عنصر أساسي من عناصر التغير السكاني (الزيادة والنقص) وما يمكن استخراجه من هذه الإحصاءات من مؤشرات ومعدلات ديموجرافية لها أهميتها الحيوية في النواحي السكانية وغير السكانية:

وعلى الرغم من أن إحصاءات المواليد أحياء تعتبر من أهم مصادر الإحصاءات الحيوية إلا أنه توجد عدة عوامل تقلل من دقة هذه الإحصاءات منها على سبيل المثال:

انخفاض المستوى الثقافي وانتشار الأمية بين المواطنين وعدم تقدير مسؤولية وأهمية عملية تسجيل المواليد وعدم التبليغ تهرباً من الرسوم الواجب دفعها أو نظراً لبعد مكتب التسجيل (الصحة) من مكان الولادة وسيطرة بعض التقاليد والعادات العقيمة على أذهان بعض الأفراد تمنعهم من تسجيل المواليد الذكور هرباً من تأدية الخدمة العسكرية عند بلوغ السن القانونية أو عدم الرغبة في تسجيل المواليد غير الشرعيين.

ب - إحصاءات الوفيات:

كما يحتم القانون في معظم الدول ضرورة تسجيل المواليد، فإنه أيضاً يحتم ضرورة تسجيل الوفيات فور وقوعها والأعقاب كل من هو متخلف عن ذلك.

وتستمد إحصاءات الوفيات أهميتها من كونها أحد العناصر التي تحكم عملية التغير السكاني والتي يمكن الاعتماد عليها في استخراج بعض المؤشرات والمعدلات الديموجرافية على نحو ما سنرى.

كما أن شهادات الوفاة التي تمنحها الجهات المسؤولة لأهل المتوفي لها أهميتها الخاصة عند التمتع بحق الإرث وتوزيع أنصبة الورثة واستحقاق مبالغ التأمين على الحياة بتحقيق الوفاة من خلال شهادة الوفاة وأيضاً عند استحقاق المعاش لورثة المتوفي.

وإحصاءات الوفيات تشمل توزيع الوفيات حسب الأعمار المختلفة وحسب النوع، حيث أن نسبة المتوفين يختلف في كل فترة من الفترات العمرية باختلاف نوع المتوفي ذكراً أو أنثى.

وعند تسجيل الوفيات يهتم بذكر محل الوفاة ونوع المتوفي واسمه ولقبه ومحل الإقامة المعتاد والمهنة والحالة الدينية وتاريخ الوفاة وسبب الوفاة.

والمستبح دائماً هو تسجيل الوفاة في الجهة التي تحصل فيها، وفي الحالات التي تحدث فيها الوفاة لشخص في مكان ما قتل إليه وهو غير محل إقامته المعتاد فتقوم بترحيل الوفاة إلى محل الإقامة المعتاد.

ويعتبر سبب الوفاة من أهم البيانات المطلوب معرفتها عن الوفاة لأن ذلك يدل على انتشار الأمراض وشدة وطأة كل منها، ويمكن أن يشير ذلك انتباه رجال الصحة العامة للعمل على الاحتياط من فئ أكثر الأمراض انتشاراً أو وطأة وهذه الأمراض مقسمة قسماً فياً متفق عليه بين الدول وذلك للترجيح وإمكان المقارنة بين الدول المختلفة للوقوف على الحالة الصحية في بلد بالنسبة للبلاد الأخرى. ومن العوامل التي تقلل من دقة إحصاءات الوفيات عدم الإبلاغ عن الأتقال المتوفين في المراحل العمرية الأولى وخصوصاً في المناطق الريفية والفتية إلى جانب عدم الإبلاغ عن المتوفين بحفا عام لعدم انقاص المنصحات التنويرية والمربطة غالباً بعدد أفراد الأسرة.

جـ - إحصاءات الزواج:

تحتم القوانين والشرائع ضرورة تسجيل حالات الزواج بتوقيع الشهود وحضور المأذون الشرعي حتى يأخذ الزواج صفته الرسمية وطلبه الشرعي وعند تسجيل واقعة الزواج يجب أن يسجل في ورقة الزواج تاريخه وعمر كل من الزوج والزوجة ومكان الزواج ومحل الإقامة المعتاد وعدد الزوجات السابقة أن وجد وجنية كل من الزوجين وديانة كل منهما والمهنة والمستوى الثقافي لكل منهما.

ويعتبر عقد الزواج سند قانوني له، يفيد في حقة الوراثة والمعاش وإثبات التبعية الشرعية للأولاد.

د - إحصاءات الطلاق :

كما تسجل مناسبة الزواج وتأخذ طابعها الرسمي فإن القوانين تنظم أيضاً عملية الطلاق وتحتم ضرورة تسجيل هذه المتلبية عند وقوعها ويعاقب كل مقصر في ذلك.

وتشمل شهادة الطلاق مجموعة من البيانات لا تختلف كثيراً عن مجموعة البيانات المطلوبة في استمارة الزواج غير أنه يضاف في استمارة الطلاق تاريخ الطلاق وربما السبب المؤدي إلى الطلاق، على أنه في بعض الحكومات لا يتطلب تسجيل الطلاق فيها العديد من البيانات التفصيلية ويكتفي بذكر اسم الزوجين وتاريخ الزواج وتاريخ الطلاق دون ذكر السبب المؤدي للطلاق.

وتفيد شهادة الطلاق في العديد من المناسبات خصوصاً ما إذا أراد أحد الطرفين الزواج مرة أخرى (عند بعض المذاهب الدينية المعينة) أو التحلل من المسؤولية الزوجية.

هـ - إحصاءات المواليد أمواتاً :

وهي مثل إحصاءات المواليد أحياء ولكن يضاف عند تسجيل هذه الإحصاءات سبب وفاة المولود. وهذه الإحصاءات تتضمن كل مولود وضعه أمه بعد تمام مدة الحمل وبعد تمام الوضع ولم تظهر عليه علامة من علامات الحياة.

هذه الإحصاءات هامة جداً حيث تعبر عن الحالة الصحية للأمهات وعن مقدار العناية الطبية بهن وعن مقدار نجاح الخدمات الاجتماعية التي تؤدي لرعاية الطفل والأمومة.

وصفة عامة يهتم الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء بنشر العديد من النشرات الشهرية والنصف سنوية والسنوية ووصفة دورية والتي تتناول هذه الإحصاءات الحيوية بالتفصيل، وعلى سبيل المثال :

- بيانات عن تطور أعداد المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية.

- معدلات المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف من السكان.

- تطور أعداد عقود الزواج وشهادات الطلاق.

والجدول التالي رقم (٥٣) يمرض لنا تطور أعداد عقود الزواج وشهادات الطلاق للفترة ١٩٥٢ - ١٩٧٢ طبقاً لما جاء في كتابة السنوي لعام ١٩٧٣ .

جدول رقم (٥٣)
تطور أعداد عقود الزواج وشهادات الطلاق
للفترة (١٩٥٢ - ١٩٧٢) في ج.م.ع.

السنة	عقود الزواج بالآلاف	معدلات الزواج	شهادات الطلاق بالآلاف	معدلات الطلاق
١٩٥٢	١٣٢	١٠,٨	٧٠	٣,٢
١٩٥٣	٢١٦	٩,٦	٦٦	٢,٨
١٩٥٤	٢١٩	٩,٧	٦٠	٢,٦
١٩٥٥	٢٢٦	٩,٤	٦٠	٢,٥
١٩٥٦	٢٢٢	٩,٤	٥٧	٢,٤
١٩٥٧	٢٤١	١٠,٠	٦٠	٢,٥
١٩٥٨	٢٢٨	٩,٢	٦٠	٢,٤
١٩٥٩	٢٣٠	٩,١	٦١	٢,٤
١٩٦٠	٢٨٢	١٠,٦	٦٥	٢,٥
١٩٦١	٢٢٨	٨,٦	٦٢	٣,٣
١٩٦٢	٢٢٨	٨,٤	٥٥	٢,-
١٩٦٣	٢٧٤	٩,٨	٥٩	٢,١
١٩٦٤	٣٠٢	١٠,٥	٦٢	٢,٢
١٩٦٥	٢٨٩	٩,٨	٦٤	٢,٢
١٩٦٦	٢٩٥	٩,٨	٦٣	٢,١
١٩٦٧	٢٢٥	٧,٣	٥٧	١,٨
١٩٦٨	٢٧٤	٨,٦	٦٠	١,٩
١٩٦٩	٣٠٨	٩,٥	٦٣	١,٨
١٩٧٠	٣٢٦	٩,٧	٦٩	٢,-
١٩٧١	٣٤٧	١٠,٢	٧١	٢,١
١٩٧٢	٣٥٩	١٠,٣	٧٦	٣,٢

المصدر: الجهاز المركزي للتبج العامة والإحصاء الكتاب السنوي (١٩٥٢ - ١٩٧٢)، ١٩٧٢

ص ٢١.

ثالثاً - أسلوب العينات : «Sample Survey»

من الأساليب الشائعة للحصول على البيانات الديموجرافية بطريقة سريعة، استخدام أسلوب العينات كبديل لأسلوب الحصر الشامل.

والعينة هي جزء من المجتمع السكاني وتمثل نسبة مئوية منه وقد تختار بأسلوب عشوائي أو تحكمي أو الاثنين معاً بما يتفق ونوع البيانات المراد الحصول عليها. ويمتاز هذا الأسلوب من غيره من المصادر الأخرى للبيانات السكانية في إنه سهل التنفيذ ولا يحتاج إلى مجهود كبير أو وقت طويل أو اعتمادات مالية كبيرة ويمكن أن يقوم به عدد صغير من الباحثين.

هذا إلى الجانب أن أسلوب العينات يتيح للباحث الحصول على العديد من البيانات السكانية والتي من خلالها يمكن استخلاص الكثير من خصائص المجتمع السكانية وغير السكانية.

وفي كثير من البلاد يستخدم أسلوب العينات كبديل لعملية التعداد العام للسكان أو كبديل للإحصاءات الحيوية وخصوصاً عندما يتعذر الحصول على البيانات السكانية من المصادر الأخرين.

وفيد أسلوب العينات الباحثين في الحكم على صحة وسلامة النظريات السكانية عن طريق الحصول على البيانات اللازمة باختيار عينة من المجتمع السكاني وعمل الاختبارات الإحصائية اللازمة للفروض السكانية أو تقدير بعض معالم المجتمع السكاني من بيانات العينة الإحصائية المختارة، كذلك يفيد الباحثين والدارسين في هذا المجال في عمل البحوث السكانية مثل الدراسات الميدانية المتعلقة بتنظيم الأسرة أو الخصائص السكانية والعوامل المؤثرة عليها.

وقد يكون الغرض من الحصول على بيانات ديموجرافية عن طريق أسلوب العينات هو التأكد من دقة وصحة البيانات التي تم الحصول عليها بأسلوب التعداد العام أو عن طريق أسلوب التسجيل الحيوي.

على أن أسلوب العينات له مشاكله وأخطاؤه الخاصة به مثل أسلوب الاختيار وتعديد حجم العينة ونوعها واختبار إلى مدى تمثل بيانات، العينة التي تم الحصول عليها، بيانات المجتمع الأصلي.

وفي بعض الدول تتم عملية التعداد العام بالجمع بين أسلوب الحصر الشامل وأسلوب العينات.

فيستخدم أسلوب الحصر الشامل للحصول على بيانات إجمالية خاصة بعدد السكان وتوزيعهم على حسب النوع والديانة والجنسية.

كما يستخدم أسلوب العينات للحصول على بيانات تفصيلية عن أفراد الأسر، وهذا ما حدث في تعداد عام ١٩٦٦ ج.م.ع تعداد عام ١٩٦٠ في الولايات المتحدة الأمريكية.

المقاييس الديموجرافية المستمدة من الإحصاءات السكانية:

من الجوانب الهامة في الدراسات السكانية هو استخلاص بعض المقاييس الديموجرافية من تعداد السكان أو من الإحصاءات الحيوية أو من البيانات السكانية المتحصل عليها باستخدام أسلوب العينات.

وتفيد المقاييس ومؤشرات الديموجرافية المستمدة من المصادر المختلفة للبيانات السكانية في الكثير من المجالات السكانية وغير السكانية.

فهي تعطي لنا وصفاً للمجتمع السكاني وتحدد لنا ملامح هذا المجتمع وأهم خصائصه الديموجرافية، كما تعطي لنا فرصة مقارنة المجتمعات السكانية بعضها ببعض الآخر، مما يساعد الباحثين الديموجرافيين في معرفة الأسباب ووضع الحلول لكثير من المشاكل السكانية.

هذا إلى جانب أن هذه المقاييس تتيح لنا تحديد المتغيرات المحددة لعوامل التغير السكاني وتوزيعه وتركيبته مما يفيد بدرجة كبيرة في التنبؤ بالعديد من الظواهر السكانية ومحاولة تحديد نمط سكاني معين في المستقبل.

والمقاييس الديموجرافية متعددة ومتنوعة، فيها ما هو يفسر عملية التغير السكاني وما هو يحدد لنا ملامح التوزيع السكاني لمجتمع ما، وأخيراً وليس آخراً منها من المقاييس، ما يصف لنا التركيب السكاني لتلك المجتمعات.

وتجدر الإشارة إلى أن هذه المقاييس ليست متفصلة تماماً عن بعضها فالعلاقات قائمة وموجودة بين مؤشرات التغير السكاني والتوزيع السكاني

والتركيب السكاني، وكثيراً ما يستعان مثلاً بمؤشرات التركيب السكاني لتحديد بعض مؤشرات التغير السكاني، وسنحاول عرض بعض هذه المقاييس بنوع من الإيجاز.

١ - بعض مقاييس التغير السكاني :

من المعروف أن أي تغير سكاني في بلد معين وفي فترة زمنية معينة نحو الزيادة وذلك بالمقارنة بفترة زمنية سابقة تكون نتيجة إلى :

أ - الزيادة الناتجة عن المواليد الجدد خلال تلك الفترة الزمنية .

ب - انخفاض عدد الوفيات خلال تلك الفترة الزمنية عن الفترة الزمنية السابقة .

ج - الإضافة الناتجة عن الهجرة إلى البلد خلال نفس الفترة الزمنية .

كما أن أي تغير سكاني في بلد معين، وفي فترة زمنية معينة نحو النقص وذلك بالمقارنة بفترة زمنية سابقة تكون نتيجة إلى :

أ - النقص الناتج عن المواليد الجدد خلال تلك الفترة الزمنية بالنسبة للفترة الزمنية السابقة .

ب - ارتفاع عدد الوفيات خلال تلك الفترة الزمنية عن الفترة الزمنية السابقة .

ج - النقص الناتج عن الهجرة من البلد خلال نفس الفترة الزمنية وعلى ذلك فإن أهم عوامل التغير السكاني هي المواليد والوفيات والهجرة .

على أننا سنهتم هنا بمقاييس المواليد والوفيات دون مقاييس الهجرة نظراً لأنه في ظل القيود الموضوعة على عملية الهجرة من قبل السلطات الحاكمة والتي تجعل عملية الهجرة في أضيق حدودها يقلل ذلك من أهمية العامل الثالث في دراسة التغير السكاني .

وبصفة عامة فإن مقاييس التغير السكاني يمكن اشتقاقها من بيانات التعداد العام للسكان أو من بيانات التسجيل الحيوي أو من البيانات السكانية للجنة .

وأهم هذه المقاييس والمؤشرات التي ترتبط بموضوع التغير السكاني هي:

أ - معدل التغير السنوي للسكان:

على فرض أن عدد السكان يتزايد أو يتناقص بمقادير ثابتة سنوياً، بمعنى أن التغير السكاني يأخذ شكل المتوالية العددية فإنه يمكننا معرفة معدل التغير السنوي للسكان بالطريقة التالية:

إذا فرضنا أنه طبقاً لتعداد عام ١٩٦٠ كان عدد السكان في بلد (أ) هو ٤٠ مليون نسمة وطبقاً لتعداد عام ١٩٧٠ كان عدد السكان لنفس البلد هو ٦٠ مليون نسمة فإن:

معدل تغير السكان في عام ١٩٧٠ بالنسبة إلى عام ١٩٦٠ =

$$100 \times \frac{\text{تعداد عام ١٩٧٠}}{\text{تعداد عام ١٩٦٠}} - 100 = 100 \times \frac{60 \text{ مليون}}{40 \text{ مليون}} - 100 = 50\%$$

وهذا يعني أن السكان قد زادوا بمعدل ٥٠٪ في عام ١٩٧٠ بالنسبة إلى عام ١٩٦٠.

وهي مدة مقدرها ١٠ سنوات وعلى ذلك فإن معدل التغير السنوي على

أساس نظام المتوالية العددية $= \frac{50}{10} = 5\%$ سنوياً.

ويمكن استخدام هذا المعدل لإيجاد عدد السكان بين سني التعداد.

فمثلاً لإيجاد عدد السكان عام ١٩٦٧ نتبع ما يلي:

عدد السنوات = ١٩٦٧ - ١٩٦٠ = ٧ سنوات.

معدل الزيادة في السبعة سنوات = $7 \times 5\% = 35\%$

مقدار الزيادة في السبع سنوات = ٤٠ مليون $\times \frac{35}{100}$ = ١٤ مليون نسمة.

تقدير عدد السكان عام ١٩٦٧ = عدد السكان عام ١٩٦٠ + الزيادة حتى عام ١٩٦٧ = ٤٠ مليون + ١٤ مليون = ٥٤ مليون نسمة.

حل آخر : (بإستخدام الزيادة وليس معدل الزيادة)

الزيادة السكانية خلال الفترة (١٩٦٠ - ١٩٧٠) = تعداد عام ١٩٧٠ - تعداد عام ١٩٦٠.

= ٦٠ مليون - ٤٠ مليون = ٢٠ مليون نسمة.

الزيادة السنوية خلال الفترة (١٩٦٠ - ١٩٧٠)

$$= \frac{\text{فرق السكان بين التعدادين}}{\text{فرق سنوات التعدادين}}$$

$$= \frac{٢٠ \text{ مليون}}{١٠} = ٢ \text{ مليون نسمة.}$$

وعليه فإن :

الزيادة السكانية للفترة (١٩٦٠ - ١٩٦٧)

$$= ٧ \times ٢ = ١٤ \text{ مليون نسمة}$$

عدد السكان التقديري لعام ١٩٦٧

$$= \text{تعداد عام ١٩٦٠} + ١٤ \text{ مليون نسمة}$$

$$= ٤٠ \text{ مليون} + ١٤ \text{ مليون} = ٥٤ \text{ مليون نسمة}$$

كما أنه يمكن تقدير عدد السكان بعد السنة الحالية للتعداد.

فمثلاً يمكن تقدير عدد السكان عام ١٩٧٥ على الأسس السابق.

الزيادة السكانية في خمسة سنوات = ٢ \times ٥ = ١٠ مليون نسمة

تقدير عدد السكان عام ١٩٧٥ = عدد السكان عام ١٩٧٠ + الزيادة

السكانية في خمسة سنوات = ٦٠ مليون + ١٠ مليون = ٧٠ مليون نسمة

على أنه كما نعلم أن معظم النظريات الديموجرافية لا تؤيد فكرة تزايد السكان على نظام المتوالية العددية، وأن الزيادة السكانية تكون أقرب إلى المتوالية الهندسية عنه من المتوالية العددية.

معدل النمو السنوي على أساس المتوالية الهندسية:

وأساس هذا الافتراض هو أن أي زيادة سكانية لفترة زمنية معينة تؤدي بدورها إلى زيادة أخرى هذا إلى جانب الزيادة السكانية الناتجة عن عدد السكان الأسلي.

فعلى فرض أن تعداد الفترة الحالية هو E ، وأن تعداد الفترة السابقة مباشرة هو E_1 وأن معدل الزيادة السكانية السنوي هو r وأن عدد السنوات بين التعدادين هو n فإنه يمكننا معرفة معدل الزيادة السنوية للسكان من العلاقة التالية:

$$E_1 = E(1+r)^n$$

فإذا كان تعداد عام ١٩٤٧ هو ١٩٠٤٠٤٤٨ نسمة

وتعداد عام ١٩٦٠ هو ٢٦٠٦٥٠٠٠ نسمة

فإن:

$$\frac{E_1}{E} = (1+r)^n$$

أي أن:

$$\frac{\text{تعداد عام ١٩٦٠}}{\text{تعداد عام ١٩٤٧}} = (1+r)^n \quad \text{حيث } n = ١٣$$

$$\frac{\text{تعداد عام ١٩٦٠}}{\text{تعداد عام ١٩٤٧}} \sqrt[13]{\text{س} + 1} = \text{س} + 1$$

يوضع تعداد عام ١٩٦٠ = ٢٦٠٦٥٠٠٠ نسمة وتعداد عام ١٩٤٧ = ١٩٠٤٠٤٤٨ نسمة

$$\frac{26065000}{19040448} \sqrt[13]{\text{س} + 1} = \text{س} + 1$$

$$\sqrt[13]{\left(\frac{26065000}{19040448} \right)} = \text{س} + 1$$

وباستخدام اللوغاريتمات نجد أن:

$$\text{لو} (1 + \text{س}) = \frac{1}{13} [\text{لو } 26065000 - \text{لو } 19040448]$$

$$\text{لو} (1 + \text{س}) = \frac{1}{13} [7,2797 - 7,4161]$$

$$\text{لو} (1 + \text{س}) = \frac{1}{13} (10,364) = 0,100$$

وبالكشف في جدول الأعداد المقابلة نجد أن:

$$1 + \text{س} = 1,024 \quad \text{س} = 0,024$$

وعلى ذلك فإن معدل التغير السنوي للسكان خلال الفترة (١٩٤٧ - ١٩٦٠) هو ٢,٤٪.

ويمكن استخدام هذا الأسلوب لتقدير عدد السكان بين مستي التعداد. فإذا أردنا معرفة عدد السكان عام ١٩٥٣ فإن:

$$\text{عدد السكان عام ١٩٥٣} = \text{تعداد السكان عام ١٩٤٧} (1 + \text{س})^7$$

$$\text{حيث } 7 \text{ هنا } = 1953 - 1947 \text{ وحدة زمنية}$$

$$\text{س} = \text{عدد السكان عام ١٩٥٣} = 19040448 (1 + \text{س})^7$$

°. لو عدد السكان عام ١٩٥٣ = ١٩٠٤٠٤٤٨ + ٦ لو (١ + س)

$$\begin{aligned} \text{°. لو عدد السكان عام ١٩٥٣} &= ١٩٠٤٠٤٤٨ + ٦ + ٧, ٢٧٩٧ = ٠,١٠٥ \times \\ &= ٧, ٣٤٢٧ \end{aligned}$$

وعلى ذلك فإن تقدير عدد السكان عام ١٩٥٣ = ٣٢, ٢٠٠٠٠ نسمة
(بالكشف في جدول الأعداد المقابلة)

● في المثال السابق أوجد عدد السكان المقدر لعام ١٩٦٥
باتباع نفس الخطوات السابقة نجد:

$$\text{لو عدد السكان عام ١٩٦٥} = ١٩٦٥ + ٥ + ٢٦٠٦٥٠٠٠ = ٠,١٠٥ \times$$

على أساس أن $١٩٦٥ - ١٩٦٠ = ٥$ وحدة زمنية

$$\text{°. لو عدد السكان عام ١٩٦٥} = ١٩٦٥ + ٥ + ٢٦٠٦٥٠٠٠ = ٠,٥٢٥$$

$$\text{°. لو عدد السكان عام ١٩٦٥} = ١٩٦٥ + ٥ + ٢٦٠٦٥٠٠٠ = ٧, ٤٦٨٥$$

وبالكشف في جدول الأعداد المقابلة نجد:

$$\text{تقدير عدد السكان عام ١٩٦٥} = ٢٩٤١٠٠٠٠ نسمة$$

وذلك على أساس أن السكان يتزايدون على شكل متوالية هندسية بمعدل
زيادة سنوي = ٢, ٤٪

ب - معدل الزيادة الطبيعية Rate of Natural increase

كما ذكرنا سابقاً، أن أي تغير سكاني يرجع أساساً إلى كل من المواليد
والوفيات وحركة الهجرة.

والزيادة الطبيعية للسكان Natural increase هي الفرق بين عدد المواليد
وعدد الوفيات في بلد ما خلال فترة زمنية في الغالب، سنة.

ومعدل الزيادة الطبيعية في السكان هو الفرق بين معدل المواليد ومعدل
الوفيات على أساس احتساب هذه المعدلات من إحصاءات تسجيل كل من
المواليد والوفيات.

ويتجاهل هذا المعدل حركة السكان من داخل الحدود إلى خارجها أو
العكس في حالة كونها ضئيلة الحجم أو مقيدة من جانب السلطات الحاكمة أو

أن إحصاءات هذه الحركة من الصعب معرفتها أو تقديرها.

أما إذا كانت حركة السكان (الهجرة) ذات أهمية^(١) ولها تأثير على الزيادة أو النقص السكاني وتوفر عنها إحصاءات دقيقة فيجب أخذها في الاعتبار.

ومن المفروض أن يتحقق نوع من التساوي بين الزيادة أو النقص السكاني المستمد من بيانات التسجيل الحيوي للمواليد والوفيات وإحصاءات الهجرة وبين الزيادة أو النقص المستمد من تعدادين متتاليين إذا كانت كل البيانات دقيقة وكاملة ومتوفرة.

فعلى سبيل المثال من المفروض أن:

عدد السكان طبقاً لتعداد عام ١٩٦٦ في مصر = عدد السكان طبقاً لتعداد عام ١٩٦٠ + الزيادة السكانية خلال تلك الفترة (١٩٦٠ - ١٩٦٦) حيث أن:

الزيادة السكانية خلال تلك الفترة = عدد المواليد خلال الفترة ١٩٦٠ - ١٩٦٦

+ عدد المهاجرين إلى داخل البلاد
تلك الفترة

- عدد الوفيات التي تحققت بين
التعدادين

- عدد المهاجرين من داخل البلاد إلى
خارجها.

ويتوقف توازن هذه المعادلة على درجة دقة وشمول إحصاءات التعداد والإحصاءات الحيوية وعلى درجة انخفاض خطأ العد في التعداد أو الخطأ الناتج عن سوء تقدير الحركة الصافية للسكان من وإلى حدود البلاد وأخطاء المعايرة والضبط لنقص تسجيل المواليد والوفيات.

على أن توازن هذه المعادلة لا ينهض دليلاً قاطعاً على درجة دقة وشمول وكمال كل من إحصاءات التعداد والإحصاءات الحيوية، حيث أنه قد يلغى

(١) كما هو الحال في البلاد الحديثة التي يكثر الهجرة إليها والبلاد القديمة التي يكثر الهجرة منها.

بعض الأخطاء بعضه الآخر وتكون النتيجة توازن وهو غير صحيح في «معادلة الموازنة» فمثلاً التبليغ ناقص عن المواليد قد يلغيه أو يصححه أخطاء في تسجيل الوفيات بالنسبة لفئات السن المختلفة للسكان، كما أن عدم شمول منحصر في التعداد الأول قد يصححه أو يلغيه عدم شمول الحضر في التعداد الثاني.

والجدول رقم (٥٤) يعطي لنا تطور أعداد المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف كما أن الجدول رقم (٥٥) يعطي لنا معدلات المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف من السكان طبقاً لشرائح الجهاز المركزي للتعينة العامة والإحصاء.

جدول رقم (٥٤)

تطور أعداد المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف للفترة
(١٩٥٢ - ١٩٧٢)

السنة	عدد المواليد أحياء	عدد حالات الوفيات	الزيادة الطبيعية
١٩٥٢	٦٦٩	٣٨١	٥٨٨
١٩٥٣	٩٤٥	٤٢٩	٥٠٦
١٩٥٤	٩٥٧	٤٠١	٥٥٦
١٩٥٥	٩٢٧	٤٠٦	٥٢١
١٩٥٦	٩٥٩	٣٨٥	٥٧٤
١٩٥٧	٩١٤	٤٣٠	٤٨٤
١٩٥٨	١٠١٤	٤٠٩	٦٠٥
١٩٥٩	١٠٧٩	٤١١	٦٦٨
١٩٦٠	١١٠٤	٤٢٨	٦٧٦
١٩٦١	١١٦٧	٤٢٠	٤٤٧
١٩٦٢	١١٢٦	٤٨٧	٦٣٩
١٩٦٣	١١٩٦	٤٣٢	٧٦٤
١٩٦٤	٢١٠٦	٤٤٩	٧٥٧
١٩٦٥	٢٢٢١	٤١٢	٨٠٩
١٩٦٦	٢٢٣٥	٤٧٧	٧٥٨
١٩٦٧	٢٢١٠	٤٤٠	٧٧
١٩٦٨	٢٢٠٧	٥٠٩	٦٩٨
١٩٦٩	١١٩٧	٤٦٨	٧٢٩
١٩٧٠	١١٦٢	٥٠١	٦٦١
١٩٧١	١١٨٦	٤٤٥	٧٤٠
١٩٧٢	١١٨٨	٥٠١	٦٨٧

المصدر: الجهاز المركزي للتعبئة العامة وإحصاء، المكتب السنوي

جدول رقم (٥٥)

معدلات المواليد والوفيات والزيادة الطبيعية في الألف من السكان
خلال الفترة (١٩٥٢ - ١٩٧٢)

السنة	معدلات المواليد	معدلات الوفيات	الزيادة الطبيعية
١٩٥٢	٤٥,٢	١٧,٨	٢٧,٤
١٩٥٣	٤٢,٦	١٩,٦	٢٣,-
١٩٥٤	٤٢,٦	١٧,٩	٢٤,٧
١٩٥٥	٤٠,٣	١٧,٦	٢٢,٧
١٩٥٦	٤٠,٧	١٦,٤	٢٤,٣
١٩٥٧	٣٨,-	١٧,٨	٢٠,٣
١٩٥٨	٤١,١	١٦,٦	٢٤,٥
١٩٥٩	٤٢,٨	١٦,٣	٢٦,٥
١٩٦٠	٤٣,١	١٦,٩	٢٦,٢
١٩٦١	٤٤,١	١٥,٨	٢٨,٣
١٩٦٢	٤١,٥	١٧,٩	٢٣,٦
١٩٦٣	٤٣,-	١٥,٥	٢٧,٥
١٩٦٤	٤٢,٣	١٥,٧	٢٦,٦
١٩٦٥	٤١,٧	١٤,١	٢٧,٦
١٩٦٦	٤١,٢	١٥,٩	٢٥,٣
١٩٦٧	٣٩,٢	١٤,٢	٢٥,-
١٩٦٨	٣٨,٢	١٦,١	٢٢,١
١٩٦٩	٣٧,-	١٤,٥	٢٢,٥
١٩٧٠	٣٥,١	١٥,١	٢٠,-
١٩٧١	٣٥,١	١٣,٢	٢١,٩
١٩٧٢	٣٤,١	١٤,٤	١٩,٧

المصدر: الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء، الكتاب السنوي

المعدل الإجمالي للمواليد : Gurde Birth Rate (GBR)

كما يسمى معدل المواليد الخام وهو نسبة عدد المواليد أحياء^(١) في بلد ما بالعام إلى العدد التقديري للسكان في منتصف هذا العام ولنفس البلد مع ضرب هذه النسبة في العدد ١٠٠٠ .
وعلى ذلك فإن :

$$\text{المعدل الإجمالي للمواليد} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في البلد أثناء السنة}}{\text{عدد السكان في منتصف هذه السنة}} \times 1000$$

فإذا كان لدينا عدد المواليد أحياء في أحد المجتمعات في السنة الميلادية ١٩٧٠ هو ١٢٠ ألف مولود، وكان التعداد التقديري لسكان هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية هو ٢,٢ مليون نسمة، فإن المعدل الإجمالي للمواليد لعام ١٩٧٠ = $\frac{12}{22} \times 1000 = 545,45$.

ويستخدم هذا المعدل كمؤشر لدرجة تكاثر السكان، ويمتاز بأنه سهل الحساب ولا يتطلب معلومات ديموجرافية معقدة ولا يشترط مصدر معين لهذه المعلومات . على أن هذا المعدل في صيغته المشار إليها يتأثر بالتركيب العمري للسكان، فهو يكون منخفضاً إذا كانت نسبة الإناث في سن الحمل والمتزوجات منخفضة كما أنه يكون مرتفعاً إذا كانت هذه النسبة مرتفعة .

كما يؤخذ على هذا المعدل جمعه بيانات في بسط المعدل مصدرها التسجيل الحيوي للمواليد وبيانات في مقام المعدل مصدرها تعداد السكان، ولاشك أن كل مصدر من هذه المصادر له أخطاء ودرجة دقة مما يؤثر في النهاية على درجة دقة المعدل نفسه .

ومن مآخذ هذا المعدل أيضاً نسبة عدد المواليد أحياء إلى العدد الكلي للسكان في منتصف العام، وكما نعلم أن هذا العدد إنما يدخل في تركيبه عناصر أخرى غير المواليد مثل الوفيات والحركة السكانية .

(١) استبعدنا هنا عدد المواليد أموات، وهذا التعريف، هو الذي تأخذه الأمم المتحدة .

كما أن المقياس لا يصلح للمقارنة بين بلدين، فهو مضلل، وذلك نتيجة لاختلاف التركيب العمري ونسب الإناث أو الذكور في فئات الأعمار المختلفة لكل من البلدين.

ومن المشاهد في معظم البلاد أن المواليد الذكور أكثر دائماً من عدد المواليد الإناث، ونسبة الذكور للإناث تكون في العادة حوالي ١٠٦ ذكور لكل ١٠٠ من الإناث، إلا أنها تختلف من بلد إلى آخر وتختلف في نفس البلد من سنة إلى أخرى.

ومن العوامل المؤثرة على هذا المعدل، درجة التقدم الاقتصادي والاجتماعي والثقافي للبلد. بمعنى أنه كلما ارتفع المستوى المعيشي والوعي والثقافي للسكان كلما صحت تلك انخفاض في معدل المواليد الخام، أما إذا نشأ الجهل أو الفقر والمرض بينهم ساعد ذلك على وجود معدل مرتفع للمواليد الخام^(١).

ج. معدل الخصوبة العام: General Fertility Rate

كنوع للتخلص من بعض عيوب معدل المواليد الخام، والمشار إليها سابقاً، وبتحسين مبني لهذا المعدل، فإنه يستخدم معدل الخصوبة العام (GFR) وهذا المقياس لا يستخدم عدد السكان الكلي كمقام للمعدل ولكن يستخدم منهم فقط عدد الإناث اللاتي في سن الحمل (في الفترة العمرية ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة) في المجتمع السكاني خلال فترة زمنية معينة.

والمعدل بهذا الأسلوب يكون قد اقترب من الواقع شيئاً ما لتصوير درجة التكاثر السكاني، حيث أن الفئة العمرية للنساء من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة هي الفئة التي يحتمل أن يكن أمهات وبذلك فإنه من المحتمل أن يساهمن بأسلوب مباشر في التأثير على عدد المواليد، دون الفئات العمرية الأخرى من النساء أو النوع الآخر من السكان وهو الرجال.

(١) لا يعني هذا أن وجود معدل مرتفع للمواليد الخام مؤشر إلى انخفاض السوي المعيشي والثقافي للسكان، فعلاً، في الاتحاد السوفيتي، تشجع الدولة عملية التكاثر السكاني وتقدم المكافآت المادية والمعنوية لذلك وهذا بدوره يؤدي إلى رفع معدل المواليد الخام.

وعلى ذلك فإن:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في بلد معين أثناء العام}}{\text{عدد النساء اللاتي في سن الحمل في منتصف العام}} \times 1000$$

فإذا فرضنا أن عدد المواليد أحياء في أحد المجتمعات أثناء السنة الميلادية ١٩٧٥ هو ١٢٠ ألف مولود.

وأن عدد النساء اللاتي في سن الحمل والذين تتراوح أعمارهن من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة في منتصف هذه السنة الميلادية لهذا المجتمع هو ٤٨٠ ألف سيدة فإن:

$$\text{معدل الخصوبة العام} = \frac{120}{480} \times 1000 = 250 \%$$

ولو أن هذا المعدل يعتبر خطوة جيدة للوصول إلى الوضع الحقيقي لدرجة تكاثر السكان إلا أنه لم يتخلص نهائياً من عيوب المعدل الإجمالي للمواليد، حيث أن بسط المعدل يعتمد أساساً على إحصاءات تسجيل المواليد أما مقام المعدل فهو يعتمد على إحصاءات التعداد، كما أن المقياس لا يميز بين الفئات العمرية المختلفة للإناث في الفترة من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة، ناهيك عن أن تحديد الفئة العمرية للنساء اللاتي في سن الحمل موضع جدل شديد فمنهم من يعتبر أنها الفئة (١٥ - ٤٩ سنة) والآخر يعتبر أن الفئة العمرية المثلى للنساء اللاتي في سن الحمل هي (١٥ - ٤٤ سنة)، علاوة على أن هذا المعدل من الصعب استخدامه في المقارنة بين بلدين.

هـ - معدل التوالد : Fecundity Rate

خطوة أخرى للوصول إلى معدل واقعي لدرجة تكاثر السكان، فإننا نقوم بتحسين بسط في مقام المعدل وذلك باستبعاد النساء اللاتي في سن الحمل للفئة العمرية (١٥ - إلى أقل من ٥٠ سنة) اللواتي غير متزوجات، وبالتالي فإن مقام المعدل يشتمل على عدد النساء اللواتي في سن الحمل في الفئة العمرية من ١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة والمتزوجات فعلاً، وعليه فإن:

معدل التوالد

$$= \frac{\text{عدد المواليد أحياء في مجتمع شكائي معين أثناء العام}}{\text{عدد النساء المتزوجات اللواتي في سن الحمل في منتصف هذا العام}} \times 1000$$

ويتيح هذا المؤشر مقارنة معدلات الخصوبة في البلاد المختلفة.

فإذا افترضنا أن عدد المواليد أحياء في مجتمع ما في سنة ميلادية معينة هو ١٢٠ ألف مولود وأن عدد النساء اللاتي في سن الحمل في الفترة العمرية (١٥ - ٥٠) هو ٤٨٠ ألف سيدة ولكن منهم ٤٠٠ ألف سيدة متزوجة فضلاً في هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية فإن:

$$\text{معدل التوالد} = \frac{120}{400} \times 1000 = 300 \%$$

و - معدل الخصوبة على حسب الفئات العمرية:

حتى تتخلص نهائياً من عيوب المعدلات السابقة وحتى يمكن استخدامها للمقارنات الدولية أو لبلد واحد في سنين مختلفة، فإنه يكون من الأفضل احتساب نسبة الخصوبة عند فئة معينة من الفئات العمرية للنساء اللاتي في سن الحمل، فمثلاً تحسب معدلات الخصوبة لكل خمسة سنوات أو لكل عشرة سنوات وربما لكل ستين أو سنة:

فإذا ما أخذنا الفئة العمرية للنساء اللواتي في سن الحمل للفترة من ٢٠ سنة إلى أقل من ٢٥ سنة فإن:

معدل الخصوبة

عدد المواليد أحياء من أمهات في الفئة العمرية

$$= \frac{\text{عدد النساء في الفئة العمرية (٢٠ - ٢٥) في سنة معينة}}{\text{عدد النساء في الفئة العمرية (٢٠ - ٢٥) في منتصف هذه السنة}} \times 1000$$

وبصفة عامة:

إذ رمزنا إلى الحد الأدنى للفترة العمرية بالرمز s والحد الأقصى لهذه

الفترة بالرمز $n + n$ فإن:

معدل الخصوبة للفترة العمرية (s إلى $n + n$)

عدد المواليد أحياء من أمهات في الفترة العمرية

$$= \frac{(s \text{ إلى } n + n) \text{ في سنة ما}}{1000 \times}$$

عدد النساء في الفترة العمرية (s إلى $n + n$) في منتصف هذه السنة

وإذا ما قسمنا الفترة العمرية (١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة) للنساء اللاتي في

سن الحمل إلى عدد الفئات العمرية طول كل منها خمسة سنوات وقمنا بحساب

معدل خصوبة (خاص) لكل فئة عمرية فيكون لدينا:

الفترة العمرية	حدود الفترة العمرية	معدل الخصوبة الخاص (م)
الأولى	١٥ -	١٥٢ - ٢٠
الثانية	٢٠ -	٢٠٢ - ٢٥
الثالثة	٢٥ -	٢٥٢ - ٣٠
الرابعة	٣٠ -	٣٠٢ - ٣٥
الخامسة	٣٥ -	٣٥٢ - ٤٠
السادسة	٤٠ -	٤٠٢ - ٤٥
السابعة	٤٥ إلى أقل من ٥٠	٤٥٢ - ٥٠

ع - معدل الخصوبة الكلي:

قد يكون من المفيد وصف معدلات الخصوبة الخاصة (والتي حسبت عن

كل فئة عمرية) في معدل واحد شامل يأخذ في اعتباره التغير في التركيب

العمرى للنساء اللواتي في سن الحمل ويسمى في هذه الحالة معدل الخصوبة

الكلي.

فإذا كانت طول الفئة العمرية لهذه المعدلات واحد صحيح أي تأخذ الشكل ١٥ - ١٦ - ١٧ ٤٩ إلى أقل من ٥٠

فإن معدل الخصوبة الكلي في هذه الحالة يكون مساو لحاصل جمع كل معدلات الخصوبة الفردية.

فإذا افترضنا أن m تمثل معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية ١٥ -

وإذا افترضنا أن n تمثل معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية ١٦ -

وإذا افترضنا أن p تمثل معدل الخصوبة الخاص لآخر فئة عمرية ٤٩ -

٥٠

فإن معدل الخصوبة الكلي $= m + n + p + \dots$ (حيث طول الفئة العمرية = ١).

وهنا افترضنا أن كل ١٠٠٠ من النساء اللاتي أخفنهن في الحساب يظللن أحياء إلى فترة الحمل.

فإذا فرض أن معدل الخصوبة الكلي هو ٢٠٠٠ فإن ذلك يعني أن كل ١٠٠٠ امرأة أنجبت أثناء مرورها في فترة الحمل (١٥ - ٥٠)، ٢٠٠٠ طفل أي أن كل امرأة أنجبت طفلين في المتوسط.

ويجدر ملاحظة أنه إذا اختلف طول الفئة العمرية عن الواحد الصحيح فإنه لإيجاد معدل الخصوبة الكلي يجب ضرب كل معدل خصوبة خاص في طول الفئة العمرية (ل) قبل إجراء عملية الجمع كالآتي^(٢).

معدل الخصوبة الكلي $= m_1 + m_2 + m_3 + \dots$ م ل
وعلى ذلك:

فلتأخذ طول الفئة العمرية خمسة سنوات نجد أن:

$$\text{معدل الخصوبة الكلي} = (m_1 \times 5 + m_2 \times 4 + m_3 \times 3 + m_4 \times 2 + m_5 \times 1) \times 5$$

(٢) ضرب هنا في طول الفئة العمرية نظراً لأن كل معدل من معدلات الخصوبة الفردية لفئة عمرية معينة إنما هو عبارة عن المتوسط الحسابي لعدد من معدلات الخصوبة الفردية يقدر بطول الفئة العمرية وليس مجموع تلك المعدلات الفردية.

● فإذا افترضنا أن المعدلات التفصيلية للخصوبة على حسب فئات العمر للنساء اللاتي في سن الحمل للمفترة (١٥ - ٥٠) للسنة الميلادية (س) هي:

فئات عمر الأم	١٥ - ٢٠	٢٠ - ٢٥	٢٥ - ٣٠	٣٠ - ٣٥	٣٥ - ٤٠	٤٠ إلى أقل من ٥٠
معدلات الخصوبة التفصيلية	٣٠	٢١١	٢٥٢	٢٥٩	١٩٨	١١١

فإن معدل الخصوبة الكلي = مجموع المعدلات الفردية \times طول الفئة العمرية

$$= \text{حجم} \times \text{ل}$$

$$= ١١١٢ \times ٥ = ٥٥٦٠ \%$$

على أن هذا المعدل رغم كل مزاياه إلا أن حسابه يتطلب ضرورة معرفة عمر الأم عند الولادة وبالتالي ضرورة تسجيل ذلك.

وعموماً فإن هذا المعدل قريب من الواقع ويعطي صورة حقيقية عن درجة تكاثر السكان ويصلح للمقارنة على المستوى الدولي وهو بذلك يفضل على معدل الخصوبة العام.

● مثال آخر:

البيانات التالية تعطي عدد الإناث (بالآلف) اللواتي في سن الحمل على حسب الفئات العمرية المختلفة، وعدد المواليد الكلي على حسب تلك الفئات العمرية:

فئات العمر للنساء اللاتي في سن الحمل	عدد المواليد الكلي بالآلف	عدد الإناث بالآلف
١٥ -	٨,٥٠	٧٠
٢٠ -	١١,٠٠	٦٠
٢٥ -	١٦,٢٠	٨٠
٣٠ -	١٢,٤٠	٩٥
٣٥ -	٧,٠٠	٩٠
٤٠ -	١,٥٥	٨٠
٤٥ وأقل من ٥٠	٠٠,١٥	٧٥

والمطلوب:

إيجاد كل من معدلات الخصوبة التفصيلية على حسب فئات العمر المشار إليها وإيجاد معدل الخصوبة الكلي.

الحل:

معدل الخصوبة للفترة العمرية (١٥ - ٢٠) أي م (١٥ - ٢٠)

$$= \frac{\text{عدد المواليد الكلي للفترة العمرية (١٥ - ٢٠)}}{\text{عدد الإناث في نفس الفترة العمرية}} \times 1000 \times \text{طول الفترة}$$

أي أن:

$$\% ٦٠٧ = ٥٠٠٠ \times \frac{٨,٥}{٧٠} = \text{م (١٥ - ٢٠) وبالمثل فإن:}$$

معدل الخصوبة الخاص للفترة العمرية (٢٠ - ٢٥)

$$\% 916,8 = 5000 \times \frac{11}{70} = \text{م (20 - 25)}$$

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (20 - 25)

$$\% 112,5 = 5000 \times \frac{112,5}{80} = \text{م (20 - 25)}$$

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (25 - 30)

$$\% 762,6 = 5000 \times \frac{12,4}{90} = \text{م (25 - 30)}$$

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (30 - 35)

$$\% 288,9 = 5000 \times \frac{14,2}{90} = \text{م (30 - 35)}$$

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (35 - 40)

$$\% 96,9 = 5000 \times \frac{1,00}{80} = \text{م (35 - 40)}$$

معدل الخصوبة الخاص للفئة العمرية (40 - 45)

$$\% 10 = 5000 \times \frac{10}{70} = \text{م (40 - 45)}$$

معدل الخصوبة الكلي = مجموع معدلات الخصوبة

$$\% 2784,9 = \text{على حسب الفئات المختلفة}$$

ويمكن تمثيل النتائج السابقة في جدول كالآتي:

جدول رقم (٥٦)

معدلات الخصوبة الفردية على حسب فئات
السن المختلفة والمعدل الكلي للخصوبة

فئات العمر للنساء اللاتي في سن الحمل	عدد المواليد الكلي بالآلاف	عدد الإناث بالآلاف	معدلات الخصوبة التفصيلية	معدلات الخصوبة التجميعية
١٥ -	٨,٥	٧٠	٦٠,٧٠	٦٠٧
٢٠ -	١١,٠٠	٦٠	٩١٦,٨	١٥٢٣,٨
٢٥ -	١٦,٢٠	٨٠	١١٢,٥	١٦٢٦,٣
٣٠ -	١٢,٤٠	٩٥	٦٥٢,٦	٢٢٨٨,٩
٣٥ -	٧,٠٠	٩٠	٣٨٨,٩	٢٦٧٧,٨
٤٠ -	١,٥٥	٨٠	٩٦,٩	٢٧٧٤,٧
٤٥ إلى أقل من ٥٠	٠٠,١٥	٧٥	١٠٠٠	٢٧٨٤,٧
معدل الخصوبة الكلي			٢٧٨٤,٧ %	

هذا يعني أن كل امرأة قد أنجبت حوالي ٢,٨ طفلاً وبالتحديد ٣ أطفال
خلال الفترة المأخوذة.

معدل الإحلال الإجمالي : Gross Reproduction Rate

على الرغم من أن معدلات الخصوبة التفصيلية ومعدل الخصوبة الكلي
تعتبر مرحلة متقدمة جداً من مراحل قياس درجة التكاثر السكاني للأسباب
السابق ذكرها، إلا أن المعدلات لم تتخلص نهائياً من الانتقادات.

فمعدلات الخصوبة التفصيلية أو معدل الخصوبة الكلي لا تميز في
حسابها بين الذكور والإناث المواليد، بل تجمع بينهما في عدد واحد هو عدد
المواليد الأحياء. وعدم التمييز هذا يفقد هذه المعدلات شيء من الدقة تمنعها
من الوصول إلى التمام.

ويستبعد عدد المواليد ذكور من العدد الكلي للمواليد أحياء، يتيح لنا هذا فرصة استخراج بعض المعدلات الأخرى على نمط معدلات الخصوبة السابق تناولها، وتعتمد في بسطها على عدد المواليد إناث في البلد أثناء السنة، على أساس، أن العبرة في تكاثر السكان هو عدد المواليد الإناث.

ومعدل الإحلال الإجمالي هو النسبة بين عدد الإناث في مجتمع سكاني معين خلال سنة ميلادية معينة وعدد النساء في سن الحمل للفترة العمرية (١٥ - ٥٠) في هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية مع ضرب الناتج في العدد ١٠٠٠ للحصول على النسبة في الألف.

٠. معدل الإحلال الإجمالي

$$= \frac{\text{عدد المواليد الإناث في مجتمع معين خلال سنة ميلادية معينة}}{\text{عدد النساء في سن الحمل (١٥ - ٥٠) في هذا المجتمع في منتصف تلك السنة}} \times 1000$$

وهذا المعدل يفترض عدم وفاة أي من المجموعات الفرعية للمواليد الإناث حتى يبلغن نهاية سن الحمل (الحياة الإنجابية) وهذا فرض بالطبع غير مقبول.

ويمكن استخدام العلاقة السابقة لإيجاد معدلات الإحلال للفئات العمرية المختلفة لفترة الحمل، فمثلاً، معدل الإحلال للفترة العمرية (٢٠ - ٢٥) أي:

$$\begin{aligned} & \text{عدد المواليد إناث للنساء في} \\ & \text{الفترة العمرية (٢٠ - ٢٥) في} \\ & \text{مجتمع معين خلال سنة} \\ & \text{ميلادية معينة} \\ & \times \frac{\text{طول الفترة العمرية}}{1000} = \frac{\text{عدد النساء في الفترة العمرية (٢٠ - ٢٥) في هذا المجتمع في منتصف تلك السنة}}{1000} \end{aligned}$$

ويكون معدل الإحلال الإجمالي هو مجموع هذه المعدلات التفصيلية للإحلال خلال فئات العمر المختلفة لفترة الحمل (١٥ إلى أقل من ٥٠ سنة).

فإذا أضفنا إلى بيانات المثال السابق عدد المواليد الإناث فقط على حسب فئات العمر المختلفة كالآتي :

فئات العمر : ١٥ - ٢٠ - ٢٥ - ٣٠ - ٣٥ - ٤٠ - ٤٥ إلى أقل من ٥٠

عدد المواليد إناث : ٤٢٠٠ ٥٥٠٠ ٨٠٠٠ ٦٠٠٠ ٣٥٠٠ ٧٥٠ ٨٠

فإن معدلات الإحلال (م) على حسب فئات السن المختلفة هي :

معدلات الإحلال للفترة العمرية (١٥ - ٢٠)

$$\text{أي } \bar{m}_{(15-20)} = \frac{4,2}{70} = 0,06 = 6\%$$

معدلات الإحلال للفترة العمرية (٢٠ - ٢٥)

$$\text{أي } \bar{m}_{(20-25)} = \frac{5,5}{70} = 0,0786 = 7,86\%$$

معدلات الإحلال للفترة العمرية (٢٥ - ٣٠)

$$\text{أي } \bar{m}_{(25-30)} = \frac{8}{80} = 0,1 = 10\%$$

معدلات الإحلال للفترة العمرية (٣٠ - ٣٥)

$$\text{أي } \bar{m}_{(30-35)} = \frac{6}{90} = 0,0667 = 6,67\%$$

معدلات الإحلال للفترة العمرية (٣٥ - ٤٠)

$$\text{أي } \bar{m}_{(35-40)} = \frac{2,8}{90} = 0,0311 = 3,11\%$$

معدلات الإحلال للفترة العمرية (٤٠ - ٤٥)

$$\text{أي } \bar{m}_{(40-45)} = \frac{7,9}{80} = 0,0988 = 9,88\%$$

معدلات الإحلال للفترة العمرية (٤٥ - ٥٠)

$$\text{أي } (٤٥ - ٥٠) = \frac{.٨٠}{٧٥} \times ٥٠٠٠ = ٥,٤ \%$$

$$\text{معدل الإحلال الإجمالي الكلي} = \frac{١٨٢٠.٩}{\%}$$

وهذا يعني أن كل ١٠٠٠ أنثى تنجب ١٨٣١ مولوداً حياً من الإناث، بمعنى أن لكل أنثى ما يقرب من مولودين أحياء من الإناث.

وعلى الرغم من أن هذا المعدل يصف درجة تكاثر السكان بدرجة كبيرة وواقعية متخلصاً من معظم عيوب المعدلات السابقة، إلا أن افتراض بقاء المواليد الإناث على قيد الحياة حتى يبلغن فئات الحمل المختلفة، افتراض غير واقعي وغير مقبول كما أن المواليد الإناث اللاتي يتوفين قبل بلوغهن سن الحمل لا يؤثرن على درجة تكاثر السكان، ولذلك يجب إسقاط هذا الفرض واستبعاد عدد المواليد الإناث اللاتي يتوفين قبل بلوغهن سن الحمل.

معدل الإحلال الصافي : «Net Reproduction Rate».

إذا ما أسقطنا افتراض بقاء المواليد الإناث على قيد الحياة حتى يبلغن فئات الحمل المختلفة، واستبعدنا عدد المواليد الإناث اللاتي يتوفين قبل بلوغهن سن الحمل من العدد الكلي للمواليد إناث فإننا نحصل في هذه الحالة على مقياس حساس يصف درجة تكاثر السكان بطريقة دقيقة ويمكن على أساسه إصدار حكم صحيح على درجة خصوبة السكان ويمكننا من دراسة هذه الخصوبة مع الأخذ في الاعتبار احتمالات الوفاة لفئات العمر المختلفة للإناث.

هذا المقياس يسمى معدل الإحلال الصافي (NRR) وهو يساوي للفترة العمرية (٣٠ - ٣٥) على سبيل المثال :

معدل الإحلال الصافي

عدد المواليد الإناث اللاتي يبلغن فترة الحمل

$$= \frac{(٣٥ - ٣٠) \text{ في البلد أثناء السنة}}{\text{عدد النساء في سن (٣٥ - ٣٠) في هذا البلد في منتصف تلك السنة}} \times ١٠٠٠$$

وهو بذلك يمثل النسبة بين إناث جيلين متعاقبين في ظل ظروف خصوبة ووفاء ثابتة، ويمكن حساب معدلات الإحلال الصافي التفضيلية لكل فئة من الفئات العمرية طوال الحياة الانجابية.

ويضرب هذه المعدلات في طول الفئة العمرية وإيجاد حاصل الجمع نحصل على معدل الإحلال الصافي الكلي.

وهذا المعدل في هذا الثوب يصف لنا درجة إحلال الجيل القادم محل الجيل الحالي.

فإذا كان معدل الإحلال مساو للواحد الصحيح نهض ذلك دليلاً على أن السكان يحلون محل بعضهم بنسبة ثابتة أي أن الاتجاهات السكانية في الجيل القادم لن تختلف عن الاتجاهات السكانية لهذا الجيل الحالي.

أما إذا كان معدل الإحلال الصافي أكبر من الواحد الصحيح نهض ذلك دليلاً على أن السكان يحلون محل بعضهم بنسبة أكبر من الواحد الصحيح أي سيزدادون في الجيل القادم عنه في الجيل الحالي، فإذا افترضنا أن النسبة بلغت ١,٢٥ يعني هذا أن السكان يحتمل أن يزدادون بنسبة ٢٥٪ في الجيل المقبل عنه في الجيل الحالي.

أما إذا كان معدل الإحلال الصافي أصغر من الواحد الصحيح نهض ذلك دليلاً على أن السكان لا يعوضون بعضهم بعض وأنهم سيتقصون في الجيل المقبل عنه في الجيل الحالي فإذا بلغت النسبة ٠,٨ هذا يعني أن سكان الجيل المقبل يحتمل أن يكونوا أقل من سكان الجيل الحالي بنسبة ٢٠٪.

وعلى ذلك فإن احتمالات النمو السكاني توجد عندما يكون المعدل أكبر من الواحد الصحيح، كما أن احتمالات النقص السكاني توجد عندما يكون المعدل أصغر من الواحد الصحيح أما احتمالات عدم التغير السكاني فتوجد عندما المعدل الصافي للإحلال مساو للواحد الصحيح.

مثال:

على فرض أننا أضفنا إلى بيانات المثال السابق عدد الباقيين على قيد

الحياة من كل ألف من المواليد الإناث على حسب الفئات العمرية المختلفة كالآتي:

الفترة العمرية: ١٥ - ٢٠ - ٢٥ - ٣٠ - ٣٥ - ٤٠ - ٤٥ إلى أقل من ٥٠

الباقين على قيد الحياة: ٦٢٠ ٢١٠ ٥٩٠ ٥٨٠ ٥٥٠ ٥٣٠ ٥١٠

والمطلوب معرفة معدلات الإحلال التفصيلية الصافية وفقاً لفئات العمر المختلفة ثم استنتاج معدل الإحلال الصافي الكلي .
الحل:

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (١٥ - ٢٠)

$$\text{ث (١٥ - ٢٠)} = \frac{٦٢٠}{١٠٠٠} \times ٤٢٠٠ = ٢٦٠٤ \text{ مولود أنثى}$$

$$\therefore \text{معدل الإحلال الصافي} = \frac{٢٦٠٤}{٧٠٠٠٠} \times ٥٠٠٠ = ١٨٦,٦\%$$

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (٢٠ - ٢٥)

$$\text{ث (٢٥ - ٢٠)} = \frac{٦١٠}{١٠٠٠} \times ٥٠٠٠ = ٣٠٥٥ \text{ مولود أنثى}$$

$$\therefore \text{معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٢٠ - ٥٠)} =$$

$$= \frac{٣٣٥٥}{٦٠٠٠٠} \times ٥٠٠٠ = ٢٧٩,٦\%$$

عدد المواليد الإناث الباقين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية (٢٥ - ٣٠)

$$\text{ث (٣٠ - ٢٥)} = \frac{٥٩٠}{١٠٠٠} \times ٨٠٠٠ = ٤٧٢٠ \text{ مولود أنثى}$$

∴ معدل الإحلال الصافي للفترة العمرية (٢٥ - ٣٠)

$$\% ٢٩٥ = ٥٠٠٠ \times \frac{٤٧٢٠}{٨٠,٠٠٠} =$$

عدد المواليد الإناث الباقيين على قيد الحياة للإناث في الفترة العمرية (٣٠ - ٣٥) (٣٥ -

$$\text{ث} (٣٥ - ٣٠) = ٦٠٠٠ \times \frac{٥٨٠}{١٠٠٠} = ٣٤٢٠ \text{ مولود أنثى}$$

∴ معدل الإحلال الصافي للفترة العمرية (٣٥ - ٣٠)

$$\% ١٨٣,٢ = ٥٠٠٠ \times \frac{٣٤٢٠}{٩٥,٠٠٠} =$$

عدد المواليد الإناث الباقيين على قيد الحياة للإناث في الفترة العمرية (٣٥ - ٤٠) (٤٠ -

$$\text{ث} (٤٠ - ٣٥) = ٣٥٠٠ \times \frac{٥٥٠}{١٠٠٠} = ١٩٢٥ \text{ مولود أنثى}$$

∴ معدل الإحلال الصافي للفترة العمرية (٤٠ - ٣٥)

$$\% ١٠٧ = ٥٠٠٠ \times \frac{١٩٢٥}{٩٠,٠٠٠} =$$

عدد المواليد الإناث الباقيين على قيد الحياة للإناث في الفترة العمرية (٤٠ - ٤٥) (٤٥ -

$$\text{ث} (٤٥ - ٤٠) = ٧٥٠ \times \frac{٥٣٠}{١٠٠٠} = ٣٩٧,٥ \text{ مولود أنثى}$$

∴ معدل الإحلال الصافي للفترة العمرية (٤٥ - ٤٠)

$$\% ٢٤,٩ = ٥٠٠٠ \times \frac{٣٩٧,٥}{١٠٠٠} =$$

عدد المواليد الإناث الباقيين على قيد الحياة للإناث في الفئة العمرية الأخيرة.

$$\text{ث (٤٥ - ٥٠)} = \frac{٥١٠}{١٠٠٠} \times ١٥٠ = ٧٦,٥ = \text{مولود أنثى}$$

∴ معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية (٥٠ - ٤٥)

$$= \frac{٧٦,٥}{٧٥} \times ١٠٠٠ = ١٠٢٠,٨ \%$$

معدل الإحلال الصافي الكلي = مجموع المعدلات التفصيلية الصافية للإحلال
 $= ١٠٧٨,٥ \%$

حل آخر: (بمعلومية معدل الإحلال الإجمالي)

إذا كان معلوماً لدينا معدل الإحلال الإجمالي لفئة عمرية معينة فإنه يكفي لمعرفة معدل الإحلال الصافي لتلك الفئة العمرية، ضرب المعدل الأول في احتمال البقاء على قيد الحياة للمواليد إناث خلال تلك الفئة العمرية.

وعلى ذلك وبلاستعانة بـ نتائج المثال السابق نجد أن:

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الأولى

$$= ١٨٦,٠ \times ٠,٦٢ = ١١٦,٠ \text{ في الألف}$$

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الثانية

$$= ٢٧٩,٦ \times ٠,٦١ = ١٧٠,٦ \text{ في الألف}$$

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الثالثة

$$= ٢٩٥,٠ \times ٠,٩٥ = ٢٨٠,٢٥ \text{ في الألف}$$

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الرابعة

$$= ١٨٢,٢ \times ٠,٥٨ = ١٠٦,٦٨ \text{ في الألف}$$

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية الخامسة

$$= ١٠٧,٠ \times ٠,٥٥ = ٥٨,٨٥ \text{ في الألف}$$

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية السادسة

$$= ٤٦,٩ \times ٥٣,٩ = ٢٤,٩ \text{ في الألف}$$

معدل الإحلال الصافي للفئة العمرية السابعة

$$= ٥,٤ \times ٤١,٨ = ٢,٨ \text{ في الألف}$$

معدل الإحلال الصافي الكلي

$$= \frac{١٠٧٨,٥}{\text{في الألف}} = \text{المجموع الناتج}$$

والنتيجة معناها أن كل ١٠٠٠ أنثى تنجب ١٠٧٩ أنثى تعيش حتى تمر بفترات الحمل المختلفة أي أن كل أنثى تنجب حوالي مولوداً أنثى وهي تعيش لحين نهاية فترة الحمل.

ويلاحظ أن معدل الإحلال الإجمالي ضعف معدل الإحلال الصافي.

٢ - مقاييس الوفيات :

وهي مقاييس العامل الثاني من عوامل التغير السكاني، والتي تصور لنا الوضع الصحي لأي بلد في فترة زمنية معينة، مما يساعد على رسم السياسة الصحية التي تتفق والوضع الصحي لهذا البلد، كما أن هذه المقاييس تتيح للباحثين الديموجرافيين دراسة درجة الشبه والاختلاف لمقاييس الوفيات بين الدول المختلفة أو لذات الدولة لفترات زمنية متتابعة أو للفئات العمرية المختلفة للسكان.

وتتعدد مقاييس الوفيات وهي في تعددها تعطي درجات متفاوتة من الدقة وعلى الباحث أن يستخدم المقياس الذي يعطي له درجة أكبر من الدقة.

أ - معدل الوفيات الخام : Crude Death Rate

وهو لكل ١٠٠٠ فرد من السكان عبارة عن :

معدل الوفيات الخام

$$= \frac{\text{عدد الوفيات في مجتمع ما في سنة ميلادية معينة}}{\text{عدد سكان هذا المجتمع في منتصف تلك السنة الميلادية}} \times ١٠٠٠$$

فإذا علم أن عدد السكان في أحد المجتمعات في منتصف عام ١٩٧٠ هو ٥٠ مليون نسمة وكان عدد الوفيات في هذا المجتمع لنفس العام هو ٤٠٠ ألف، فإن:

$$\text{معدل الوفيات الخام} = \frac{400 \text{ ألف}}{50 \text{ مليون}} \times 1000 = 8 \%$$

وعلى الرغم من أن معدل الوفيات الخام بسيط في المفهوم، سهل في الحساب، إلا أن من أشد عيوبه اعتماده في بسطه على بيانات التسجيل الحيوي أما في مقامه فهو يعتمد على بيانات التعدادات وتقدير عدد السكان بين سنواتها، إلى جانب عدم تمييزه بين وفيات قتات العمر المختلفة مما لا يجعله صالحاً للمقارنة على المستوى الدولي بل لا يعتبر بهذا الأسلوب مقياساً دقيقاً للمستوى الصحي في البلد.

ب - معدل الوفيات التفصيلي : Age Specific death Rate

معدلات الوفيات التفصيلية هي خطوة متقدمة، للتخلص من بعض عيوب معدل الوفيات الخام حيث يؤخذ التركيب العمري والتوزع للوفيات في الاعتبار حيث أن احتمالات الوفيات تختلف من فئة عمرية إلى أخرى. فلاحظ أن معدلات الوفيات في المراحل الأولى من العمر هي أكبر منها في المراحل الأخرى، كما أنها تختلف في الذكور عنه في الإناث.

وبصفة عامة فإن معدل الوفيات للفئة العمرية (س - س + ن) = م (س -

س + ن)

$$= \frac{\text{عدد الوفيات في فئة العمر (س - س + ن)} \times 1000}{\text{عدد السكان في فئة العمر (س - س + ن)}}$$

في منتصف تلك السنة لنفس المجتمع

وإذا ما خصصنا من عدد الوفيات، الإناث فقط فإن معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية (س - س + ن) للإناث هو:

$$\text{عدد الوفيات الإناث في فئة العمر (س - س + ن)} \\ \text{خلال سنة معينة لمجتمع معين} \\ 1000 \times \frac{\text{عدد الإناث في فئة العمر (س - س + ن)}}{\text{في منتصف تلك السنة لنفس المجتمع}}$$

ج - معدل وفيات الرضع : Infant Mortality Rate

ربما يكون هذا المعدل له دلالة خاصة، حيث أنه يبين العلاقة بين وفيات الأطفال الرضع (أقل من سنة) في بلد معين خلال سنة معينة وعدد المواليد أحياء في هذا البلد أثناء تلك السنة، وهو بذلك يركز على فئة خاصة من فئات العمر (الأطفال الرضع أقل من سنة) ذات حساسية كبيرة للأمراض وعدم القدرة على تحملها فتعطي لنا مقياس أكثر دقة للمستوى الصحي والاجتماعي في البلد، وعلى ذلك فإن معدل وفيات الرضع هو:

$$= \text{عدد وفيات الرضع (أطفال أقل من سنة) في مجتمع ما خلال سنة ميلادية معينة} / \text{عدد المواليد أحياء في هذا المجتمع خلال تلك السنة، الميلادية} \\ 1000 \times$$

على أن لهذا المعدل مشاكله فهو يحتاج إلى تسجيل دقيق، للوفيات أقل من سنة ومعرفة عدد المواليد أحياء في هذا المجتمع خلال تلك السنة وكثيراً ما يكون الرقم الأول غير دقيق فكثيراً ما لا يسجل الأطفال الذين يموتون مباشرة بعد الميلاد، إلى جانب أنه قد يوجد خطأ نتيجة عدم التمييز بين الأطفال المتوفون والمولودين أمواتاً.

د - معايرة معدل الوفيات العام Standardization of General Death Rate

Rate

قلنا إن معدل الوفيات الخام رغم أنه بسيط في المفهوم، سهل في الحساب، إلا أنه لا يأخذ في الاعتبار التركيب النوعي والعمرى للسكان

وبالتالي يفقد القدرة على استخدامه في المقارنات على مستوى مختلف الدول .
وعلى ذلك فإنه من الواجب تصحيح هذا المعدل للتخلص من الاختلاف
الناتج عن التركيب العمري للسكان وهو المصدر الأساسي لصعوبة المقارنة
على مستوى مختلف الدول أو حتى في البلد الواحد ولكن في فترات مختلفة .
وللمعابة معدل الوفيات الخام أو تصحيحه يمكن إتباع إحدى طريقتين ،
مباشرة ، وغير مباشرة .

وتعتمد الطريقتين على افتراض وجود مجتمع معياري أو نموذجي يتوزع
فيه السكان ونسب الوفيات بطريقة نموذجية ، ويستخدم هذا التوزيع النموذجي
كأساس للمقارنة والتصحيح .

وعند اختيار المجتمع المعياري من المفضل اختيار تعداد السكان
للمجتمع كله ، كما يجب الابتعاد عن المجتمعات غير العادية ، فلا يكون
المجتمع المختار قد مر بحرب من فترة ليست بعيدة أو مجتمع متخلف جداً أو
متقدم جداً تكثر الهجرة إليه حتى نستطيع التوصل إلى نموذج غير متحيز يتم
على أساسه تصحيح معدلات الوفيات .

الطريقة المباشرة في تصحيح معدل الوفيات الخام :

وتعتمد هذه الطريقة على معرفة عدد الوفيات في بلد ما ، المتوقع
الحصول عليه باستخدام التوزيع النموذجي ، عن طريق ضرب نسب الوفيات
التفصيلية على حسب فئات العمر المختلفة لهذا البلد في عدد السكان للتوزيع
النموذجي للفئات العمرية المناظرة ، ويقسم عدد الوفيات المتحصل عليه
المتوقع على عدد السكان في التوزيع النموذجي نحصل على معدل الوفيات
الخام المصحح .

فعلى فرض أن :

معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية الأولى هو m_1 للبلد (1)

معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية الثانية هو m_2 للبلد (1)

معدل الوفيات التفصيلي للفئة العمرية الأخيرة هو m_n لنفس البلد .

كما أن:

عدد السكان للفترة العمرية الأولى في التوزيع النموذجي هو K_1

عدد السكان للفترة العمرية الثانية في التوزيع النموذجي هو K_2

عدد السكان للفترة العمرية الثالثة في التوزيع النموذجي هو K_3

وعلى ذلك فإن:

عدد الوفيات المتوقع للفترة العمرية الأولى للبلد (أ) $= M_1 \times K_1$

عدد الوفيات المتوقع للفترة العمرية الثانية للبلد (أ) $= M_2 \times K_2$

عدد الوفيات المتوقع للفترة العمرية الثالثة للبلد $= M_3 \times K_3$

كما أن:

عدد الوفيات الكلي لهذا البلد والمحسوب على أساس التوزيع السكاني

للبلد النموذجي هو:

$$= M_1 \times K_1 + M_2 \times K_2 + \dots + M_n \times K_n$$

مج =

● فإذا علم أن عدد السكان في البلد النموذجي هو:

$$= K_1 + K_2 + \dots + K_n = \text{مج } K$$

∴ معدل المواليد الخام المصحح بالطريقة المباشرة هو

$$= \text{مج } M / \text{مج } K \times 1000$$

● مثال:

على فرض أنه لدينا البيانات التالية عن البلد (أ)

فئات العمر	معدل الوفيات التفصيلي	عدد السكان في التوزيع النموذجي	معدل الوفيات	عدد السكان في التوزيع النموذجي	معدل الوفيات التفصيلي	عدد السكان في التوزيع النموذجي
صفر - ١	٠,٠٨٠	١٣٠	٠,٠٤٤	٢٧٠	٠,٠٥٦	١٠٠
١ - ٢٠	٠,٠٠٣	٣٠٠	٠,٠٤٤	٢٧٠	٠,٠٥٦	١٠٠
٢٠ - ٤٠	٠,٠٠٣	٣٠٠	٠,٠٤٤	٢٧٠	٠,٠٥٦	١٠٠
٤٠ - ٦٠	٠,٠٠٣	٣٠٠	٠,٠٤٤	٢٧٠	٠,٠٥٦	١٠٠
٦٠ فأكثر	٠,٠٠٣	٣٠٠	٠,٠٤٤	٢٧٠	٠,٠٥٦	١٠٠
المجموع	٠,٠٠٣	٣٠٠	٠,٠٤٤	٢٧٠	٠,٠٥٦	١٠٠

فالمطلوب إيجاد معدل الوفيات الخام المصحح (المعاير) بالطريقة المباشرة

الحل:

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الأولى.

$$= 130 \times 0,8 = 104 \text{ طفل}$$

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الثانية.

$$= 300 \times 0,3 = 90 \text{ طفل}$$

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الثالثة.

$$= 270 \times 0,44 = 119 \text{ شاب}$$

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الرابعة.

$$= 200 \times 0,12 = 24 \text{ شاب}$$

عدد الوفيات المتوقع للبلد (أ) في الفئة العمرية الخامسة.

$$= 100 \times 0,6 = 60 \text{ من}$$

عدد الوفيات الكلي للبلد (أ) على أساس التوزيع النموذجي للسكان

$$= \text{مجموع} = 104 + 90 + 119 + 24 + 60 = 397$$

$$\therefore \text{معدل الوفيات الخام المصحح} = \frac{\text{مجموع} 397}{1000} = 0,397$$

$$= 39,7\%$$

واضح أن استخدام هذا الأسلوب يتطلب ضرورة توفر معدلات الوفيات التفصيلية عند الفئات العمرية المختلفة للبلد المعين، وهذا قد لا يكون متوافراً دائماً.

الطريقة الغير مباشرة في تصحيح معدل الوفيات الخام:

وتعتمد هذه الطريقة على تصحيح معدل الوفيات الخام لأي بلد ولاي فترة زمنية عن طريق ضربه في معامل تصحيح ثابت، هو في الواقع خارج قسمة معدل الوفيات الخام لبلد التوزيع السكاني النموذجي على معدل الوفيات للبلد المراد تصحيح معدل وفياتها الخام، يفرض أن نسب الوفيات في تلك البلد هي نفسها نسب الوفيات في البلد النموذجي.

فإذا فرضنا أن معدل الوفيات المعياري (للبلد النموذجي) = m

وأن معدل الوفيات الفرض للبلد موضوع الدراسة = m_2

وأن معامل التصحيح = $ص$

فإن:

$$ص = \left(\frac{m}{m_2} \right)$$

معدل الوفيات الخام للبلد (1) المصحح

= معدل الوفيات الخام × معامل التصحيح

أي أن:

$$م_2 = م \times ص$$

مثال:

إذا كان لدينا توزيع سكاني لمدينة (1) وتوزيع سكاني لمدينة نموذجية ونسب الوفيات في تلك المدينة النموذجية على حسب فئات العمر المختلفة كالآتي:

معدل الوفيات للمدينة النموذجية	عدد الوفيات	التوزيع للمدينة (أ) النموذجية	التوزيع السكاني للمدينة (أ)	فئات الأعمار
٠,٢٣	٢٢٠	١٢٠	٤,٠٠٠	صفر
٠,١٣	٢٠٠	٣٠٠	٧٠,٠٠٠	١ -
٠,٠٠٦	٢٢٠	٢٧٠	٥٠,٠٠٠	٢٠ -
٠,٠١١	٣٠٠	٢٠٠	٢٥,٠٠٠	٤٠ -
٠,٢٤	٥٠٠	١٠٠	٩,٠٠٠	٦٠ فأكثر
٠,٧٧	١٥٤٠	١٠٠٠	١٥٨,٠٠٠	المجموع

المطلوب:

إيجاد معدل الوفيات الخام للمدينة (أ) المصحح بالطريقة غير المباشرة
معدل الوفيات للمدينة النموذجية (م) مع عدد الوفيات على حسب فئات العمر
المختلفة / عدد السكان في المجتمع النموذجي $\times 1000$

$$\begin{aligned}
 &= 130 \times 0,23 + \\
 &300 \times 0,13 + 270 \times 0,006 + \\
 &200 \times 0,011 + 100 \times 0,24 + \\
 &500 \times 0,77 = 11000 \times 1000 / 13,11 \text{ في الألف} \\
 &\text{كما أن:}
 \end{aligned}$$

معدل الوفيات الفرضي للمدينة (أ) أي م
(على فرض أن نسب الوفيات في المدينة (أ) في ستة التعداد هي كما كانت في
المدينة النموذجية في نفس السنة)

$$\begin{aligned}
 &= 4000 \times 0,23 + 70000 \times 0,13 + 50000 \times 0,006 + \\
 &25000 \times 0,011 + 9000 \times 0,24 + \\
 &158000 \times 0,77 / \\
 &1673 = 1000 \times 10,6 \text{ في الألف}
 \end{aligned}$$

معامل التصحيح = معدل الوفيات المعياري للمدينة النموذجية / معدل الوفيات الفرضي للمدينة (أ)

بالرموز:

ص = م^(١)نة (أ) / تعداد سكان المدينة (أ)

م = ١٥٤٠ / ١٥٨,٠٠٠ × ١٠٠٠ = ٩,٧٥ في الألف

معدل الوفيات الخام المصحح للبلد (أ) = معدل الوفيات الخام ×

معامل التصحيح

أي أن:

م^ص = م^م × ص = ١,٢٣ × ٩,٧٥ = ١١,٩٩٢٥ في الألف

ومما هو جدير بالذكر أن معدلات الوفيات تتأثر بالمستوى الاقتصادي والاجتماعي والثقافي للبلاد، فهي تكون مرتفعة كلما انخفض المستوى المعيشي ومستوى الوعي الثقافي والصحي بين الأفراد، كما أنه عموماً معدل الوفيات للإناث أقل من معدل وفيات الذكور، وأيضاً معدلات الوفيات بين الأطفال في الفئات العمرية الأولى وكذلك معدلات الوفيات بين الشيوخ في الفئات العمرية الأخيرة مرتفعة لو قورنت بمعدلات الوفيات بين الشباب والتي تتميز بصغرهما.

ولقد هبطت معدلات الوفيات في معظم بلاد العالم هبوطاً ملحوظاً خلال الخمسين سنة الأخيرة وذلك نتيجة التقدم العلمي وخصوصاً في مجال الطب والوقاية الصحية.

وفي ج.م.ع قد هبط معدل الوفيات هبوطاً ملحوظاً في الآونة الأخيرة وذلك بالمقارنة بمعدلات الوفيات منذ فترة بعيدة، فلقد بلغ معدل الوفيات عام ١٩٧١ ١٣,٢ في الألف بينما كان هذا المعدل منذ خمسون عاماً ٢٤,٤ في الألف.

ثانياً: المقاييس الديموجرافية للتوزيع السكاني:

تفيد دراسة التوزيع السكاني في أمور عديدة، ديموجرافية، وغير ديموجرافية حيث أنها تتيح للباحث معرفة توزيع السكان في العالم ومدى انتشارهم في مساحات معينة ومعرفة درجة تركز السكان في العواصم العالمية مما يسمح لنا بعمل المقارنات ووضع المقاييس النموذجية للمقارنة.

كما تفيد دراسة التوزيع الديموجرافي للسكان، معرفة حركة الانتقال من الريف إلى المدينة والعكس، ومعرفة درجة التركيز السكاني في كل من المدينة والقرية، إلى جانب معرفة عدد السكان (حسب النوع والسن) في المناطق المختلفة لأي دولة.

ولا شك أن معرفة كل هذه البيانات الديموجرافية ضروري، ويساعد، في وضع خطة الدولة للتنمية الاقتصادية والاجتماعية ووضع البرامج التعليمية والصحية.

ومن أهم مقاييس التوزيع السكاني ما يلي :

١ - عدد السكان :

عدد السكان في أي بلد، يقصد به، جميع الأفراد الأحياء، الذين يعيشون في فترة زمنية معينة في حدود جغرافية محددة، وذلك، بصرف النظر عن كون كل هؤلاء الأفراد يتمتعون بجنسية هذه البلد أو يتمتعون إليها سياسياً.

٢ - درجة الازدحام :

يمكن أن يصور هذا المقياس درجة الازدحام في الدولة كلها وهو بذلك يكون نسبة عدد السكان في هذه الدولة إلى عدد الحجرات في الدولة كلها في فترة زمنية معينة أي أن :

درجة الازدحام في الدولة

$$= \frac{\text{عدد السكان في تلك الدولة خلال فترة زمنية معينة}}{\text{عدد الحجرات في هذه الدولة خلال تلك الفترة الزمنية}}$$

فإذا كان سكان بلد ما عام ١٩٧٠ المقدر هو ٢٥ مليون نسمة وعدد حجرات هذا البلد لنفس العام يقدر بحوالي ٧٠٠ ألف حجرة (مسكن) فإن :

$$\text{درجة الازدحام المقدر في تلك الدولة} = \frac{٢٥ \text{ مليون نسمة}}{٧٠٠ \text{ ألف حجرة}} = ٥ \text{ أفراد لكل}$$

حجرة في البلد في المتوسط.

على أن هذا المقياس عام ولا يميز بين المناطق المزدحمة بالسكان في البلد الواحد، وعليه فمن الأفضل حساب درجة الازدحام كنسبة لعدد سكان مبنى معين وعدد غرف هذا المبنى وبالتالي يعطي هذا المقياس درجة الازدحام (Over Crowding) داخل المسكن للمبنى الواحد وعليه فإن :

درجة الازدحام داخل المسكن

$$= \frac{\text{عدد سكان مبنى معين في فترة زمنية معينة}}{\text{عدد حجرات هذا المبنى في نفس الفترة الزمنية}}$$

فإذا افترضنا أن أحد المساكن في منطقة (أ) بمدينة ما يحتوي على ٤٠ غرفة وأن عدد سكان هذا المسكن هو ١٢٠ شخصاً فإن:

$$\text{درجة الازدحام داخل المسكن} = \frac{120 \text{ شخصاً}}{40 \text{ غرفة}} = 3 \text{ أفراد لكل غرفة في المتوسط.}$$

وبصفة عامة فإن قياس درجة الازدحام مفيد جداً في الدراسات الصحية والاجتماعية وعند وضع الخطط الإسكانية والمواصفات السكنية.

٣ - كثافة السكان «Population density»

يعبر عن الكثافة السكانية بنسبة عدد السكان في بلد ما إلى المساحة الكلية لهذا البلد بالكيلومتر مربع أو بالميل المربع أي أن:

$$\text{كثافة السكان} = \frac{\text{عدد السكان بالفرد}}{\text{المساحة بالكيلومتر أو الميل المربع}}$$

ويصور هذا المقياس متوسط عدد الأفراد لكل كيلومتر مربع أو ميل مربع فإذا فرضنا أن عدد السكان في بلد (أ) هو ٣٠ مليون نسمة وأن المساحة الكلية لهذه البلد هي مليون كيلومتر مربع فإن:

$$\text{كثافة السكان للبلد (أ)} = \frac{30 \text{ مليون نسمة}}{30 \text{ مليون كيلومتر مربع}} = 1 \text{ شخص لكل كيلومتر مربع في المتوسط.}$$

على أن العبرة هنا بالمساحة الآهلة بالسكان والمناطق المعمرة، فيجب استبعاد من المساحة الكلية الصحاري والبحيرات والجبال والأراضي الجبلية

والأنهار... إلخ، حتى يمكن استخدام هذا المقياس في المقارنات على المستوى الدولي، وعليه فإن المقياس الجديد للكثافة السكانية يساوي:

عدد السكان في بلد ما

المساحة المأهولة بالسكان في هذا البلد.

ويكون المقياس الأخير لفرض المقارنات بين الدول.

وفي الوقت الحالي ينشر الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء ويصفة دوية، لفرض البحوث والدراسات الديموجرافية، بيانات عن التوزيع السكاني على حسب المحافظات.

ثالثاً: المقاييس الديموجرافية للتركيب السكاني:

تفيد دراسة التركيبات السكانية في معرفة الخصائص الديموجرافية لمجتمع سكاني معين من ناحية النوع، والعمر، والحالة الزوجية، والحالة التعليمية، والجنس والحالة العنصرية والقومية لهذا المجتمع.

فلاشك في أن معرفة الاتجاهات والملاح الرئيسية للمجتمع السكاني وإلى أي درجة تختلف هذه الملاح عن ملاح مجتمع سكاني آخر، تتيح لنا فرصة تفهم الوضع السكاني ومعرفة إمكانياته الحاضرة والمستقبلية والتخطيط على أساس هذه الإمكانيات والحدود، وتوضع الحلول الضرورية للمشاكل السكانية ومحاولة تطويع الخصائص السكانية بطريقة أو بأخرى للوصول بها إلى وضع مثالي، من خلال دراسة درجة تأثير هذه التركيبات على المتغيرات الديموجرافية الأخرى.

والتركيبات السكانية كثيرة فمنها التركيب النوعي والعمرى للمجتمع السكاني والتركيب الديني للمجتمع أو الاقتصادي أو الاجتماعي وكلها لها أهميتها في وضع الملاح الرئيسية للمجتمع السكاني؛ وبالتالي تختلف المجتمعات السكانية بعضها عن بعض.

على أن أخطر هذه التركيبات تأثيراً على صفات وخصائص المجتمعات السكانية وتحديداً للعديد من المتغيرات الديموجرافية، كل من التركيب النوعي

والعمري للسكان، لهذا السبب، ستقوم بعرض للمقاييس الديموجرافية الخاصة بالتركيب العمري والتوعمي بشيء من التفصيل.

١ - نسبة النوع:

وهو مقياس للتركيب التوعمي لسكان أحد المجتمعات، يظهر العلاقة بين عدد الذكور والإناث بالنسبة لبعضها البعض أو بالنسبة لمجموع كل منهما وسنطعي الرموز التالية:

ك عدد الذكور في أحد المجتمعات السكانية.

ث عدد الإناث لنفس المجتمع السكاني.

ك_١ عدد الذكور في أحد المجتمعات السكانية في الفئة العمرية ف.

ث_١ عدد الإناث في نفس المجتمع السكاني في الفئة العمرية ف.

فتكون لدينا نسب النوع التالية:

$$١٠٠ \times \frac{ك}{ث} \quad \text{أو} \quad ١٠٠ \times \frac{ث}{ك}$$

$$\text{أو: } ١٠٠ \times \frac{ث}{ك + ١٠٠ \times \frac{ك}{ث}} \quad \text{أو} \quad ١٠٠ \times \frac{ك}{ث + ١٠٠ \times \frac{ث}{ك}}$$

$$\text{أو: } ١٠٠ \times \frac{ث}{ك} \quad \text{أو} \quad ١٠٠ \times \frac{ك}{ث}$$

مثال:

في تعداد عام ١٩٦٦ في ج.م.ع تبين أن عدد السكان الذكور ١٥١٧٦ نسمة وعدد السكان من الإناث ١٤٩٠٠ ألفاً فإن:

١ - نسبة الذكور إلى الإناث =

$$\frac{ك}{ث} = ١٠٠ \times \frac{٢٤٩٠٠}{١٥١٧٦} = ١٦٢ \%$$

ب- نسبة الإناث إلى الذكور =

$$\frac{ث}{د} \times 100 = 100 \times \frac{14900}{15176} = 98\%$$

ج- نسبة الذكور إلى المجموع الكلي لعدد السكان من إناث وذكور =

$$\frac{ث + د}{د} \times 100 = 100 \times \frac{15176}{30076} = 50,5\%$$

د- نسبة الإناث إلى المجموع الكلي لعدد السكان من إناث وذكور =

$$\frac{ث}{ث + د} \times 100 = 100 \times \frac{14900}{30076} = 49,5\%$$

ومما هو جدير بالذكر أن نسبة الذكور إلى الإناث (نسبة النوع) إنما تختلف باختلاف الفئة العمرية، وبالتالي من الأفضل استخدام المقياس الأخير، كما أن النسبة تختلف على حسب المستوى المعيشي والحضاري فهي في الريف أعلى منها في المدن كما أن هذه النسبة في الفئة العمرية الأولى (ذكور أقل من أربع سنوات) في حدود ١,٥ أي لكل ١٠٠ طفلة أنثى تقابله ١٠٥ طفل ذكر وهنا نجد أنه في تلك المرحلة العمرية عدد الذكور أكبر من عدد الإناث، ومع التقدم العمري في فئات العمر المختلفة تهبط هذه النسبة ببطء حتى يتم التعادل بين عدد الذكور والإناث فتصبح النسبة حوالي ١٠٠٪ تستمر في الثبات عند هذا المعدل فترة طويلة من العمر بعدها تبدأ في الهبوط عند فئات العمر المتأخرة. وبذلك نجد أن نسبة النوع تتبع أسلوباً يكاد يكون ثابت عند مر أجل العمر المختلفة. ولاشك أن نسبة النوع تتأثر بالحركة السكانية من وإلى البلاد أو الحركة السكانية الداخلية، وأيضاً بالحروب ومعدلات الخصوبة في المجتمع السكاني، هذه العوامل تؤثر في سرعة قدوم المجتمع السكاني إلى مرحلة الشيخوخة أو الاستمرار فترة طويلة في مرحلة الشباب.

وتفيد نسب تنوع (الذكور والإناث) في تشخيص المجتمع السكاني ووضع مواصفات عامة عنه وبالتالي يسهل عمل المقارنات بين الدول المختلفة

أو بين التعدادات المختلفة لنفس البلد، وذلك عن طريق تكوين هرم سكاني للتركيب العمري والتنوعي من تعداد السكان، حيث يجمع الهرم السكاني في شقيه نسب الذكور والإناث إلى العدد الكلي للسكان لفئات العمر المختلفة.

ولكل دولة هرم سكان يميز تركيبها السكاني من حيث العمر والنوع لتعداد معين. وتختلف أشكال الأهرامات السكانية باختلاف التركيب العمري والتنوعي للسكان هذا الاختلاف. هو الذي يعطي لنا التشخيص المميز للمجتمع السكاني.

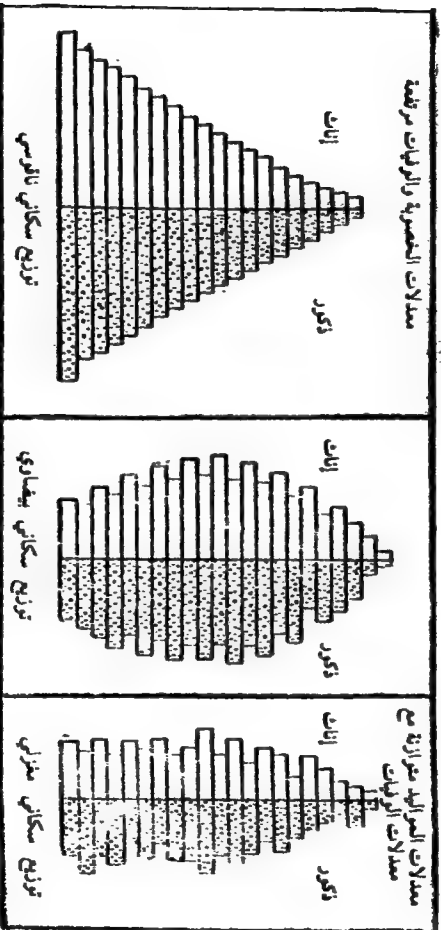
فإذا كان الهرم يأخذ شكل مغزلي مقلوب تقريباً، فإن ذلك ينهض دليلاً على أن هذا المجتمع نموذجي من حيث التركيب السكاني حيث يوجد تعادل بين معدلات المواليد والوفيات، أما إذا كان شكل الهرم السكاني يضاوي تقريباً وخصوصاً من أعلى وليس من عند القاعدة نهض ذلك دليلاً عن وجود مجتمع مسن حيث أن القاعدة ضيقة معبرة عن وجود نسب متخفضة للأطفال من النوعين، كما أن قمته أكثر اتساعاً معبرة عن وجود نسب مرتفعة للمسنين من النوعين، أما إذا كان شكل الهرم السكاني ناقوسي (جرسي) حيث القاعدة عريضة محدبة بلطف نهض دليلاً على ارتفاع معدلات كل من الخصوبة وأيضاً الوفيات.

والشكل رقم (١٩) تحاول فيه تصوير هذه التشخيصات المختلفة للمجتمعات السكانية على حسب فئات السن التالية:

٠-٤، ٥-٩، ١٠-١٤، ١٥-١٩، ٢٠-٢٤، ٢٥-٢٩، ٣٠-٣٤،
٣٥-٣٩، ٤٠-٤٤، ٤٥-٤٩، ٥٠-٥٤، ٥٥-٥٩، ٦٠-٦٤، ٦٥-٦٩،
٧٠-٧٤، ٧٥ فأكثر.

شكل رقم (١٩)

التركيب العمري والنوعي لسكان مصر في التعدادات الثلاث الأخيرة
بعض الأشكال للأهرامات السكانية



وفي ج.م.ع فإن التركيب العمري والنوعي للسكان يقترب من الشكل الناقوسي حيث تجد أن معدلات الخصوبة مرتفعة وأيضاً معدلات الوفيات مرتفعة والشكل رقم (٢٦) يبين لنا الهرم السكاني في مصر لثلاث تعدادات سابقة هي تعداد عام ١٩٦٠، تعداد عام ١٩٤٧ وتعداد عام ١٣٧ على حسب فئات العمر السابقة وفي الوقت الحالي ينشر الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاءات العديد من البيانات السكانية التي تحدد خصائص المجتمع المصري الديموجرافية، أهمها التكوين العمري والنوعي إلى جانب التكوين النوعي خلال فترة زمنية طويلة، والجدول رقم (١١) يبين لنا توزيع السكان في تعدادات مصر المختلفة حسب النوع:

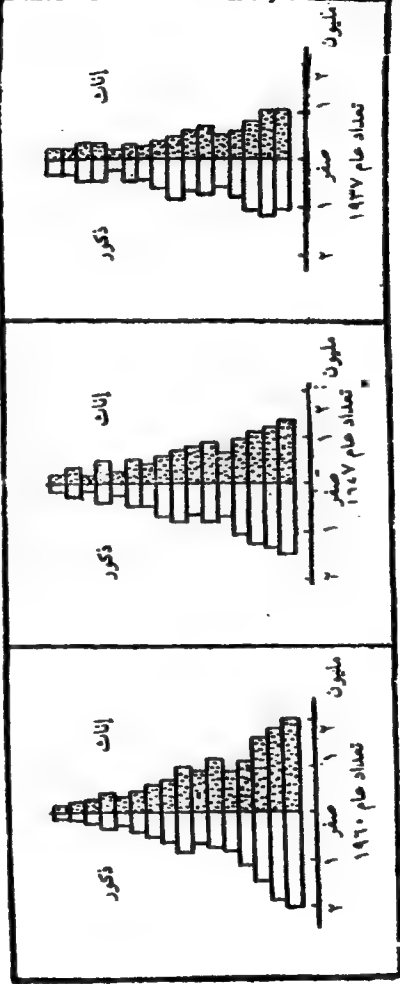
جدول رقم (١١)

توزيع السكان في التعدادات حسب النوع جملة السكان بالآلف

سنوات التعداد	ذكور	إناث	الجملة
١٨٨٢	٢٣٤٥	٢٣٦٧	٦٧١٢
١٨٩٧	٤٩١٤	٤٧٥٥	٩٦٦٩
١٩٠٧	٥٦١٧	٥٥٧٣	١١١٩٠
١٩١٧	٦٣٦٩	٦٣٤٩	١٢٧١٨
١٩٢٧	٧٠٥٨	٦٧٢٠	١٤٧١٨
١٩٣٧	٧٩٦٧	٧٩٥٤	١٥٩٢١
١٩٤٧	٩١٩٢	٩٥٧٥	١٨٩٦٧
١٩٦٠	١٣١١٨	١٢٩٦٧	٢٦٠٨٥
١٩٣٦	١٥١٧٦	١٤٩٠٠	٣٠٠٧٦

المصدر: الجهاز المركزي للتعبئة العامة للإحصاء الكتاب السوي ٢٩٧٤، ص ١٦.

شكل رقم (٢٠)
بعض الأشكال للأهرامات السكانية
التركيبة العمري والنوعي لسكان مصر
في التعدادات الثلاث الأخيرة



نسبة الإعالة : Dependency Ratio

تستخدم هذه النسبة كمؤشر لمعرفة العبء الاقتصادي الذي تتحمله الفئات المتجة في المجتمع نظير وجود فئات غير منتجة به.

فإذا اعتبرنا أن الفئات المتجة في المجتمع هي الفئات العمرية التي تنحصر بين خمسة عشرة سنة وستين عاماً وأن الفئات العمرية غير المتجة اقتصادياً هي فئة الأطفال (أقل من ١٥ سنة) وفئة المسنين (أكثر من ٦٠ سنة) فإن العبء الاقتصادي الذي تتحمله الفئة المتجة يكون:

نسبة الإعالة (العبء الاقتصادي)

$$= \frac{\text{عدد الأطفال أقل من ١٥ سنة} + \text{عدد المسنين أكثر من ٦٠ سنة}}{\text{عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ - ٦٠)}} \times ١٠٠$$

فعلى فرض أنه في تعداد أحد السنوات تبين أن عدد السكان أقل من ١٥ سنة هو ١١ مليون طفلاً وعدد من هم أكثر من ٦٠ عاماً هو ١,٦ مليون مسن وأن عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ - ٦٠) هو ١٣ مليون عامل فإن:

$$\text{نسبة الإعالة} = \frac{١٢,٦ \text{ مليون}}{١٣ \text{ مليون}} \times ١٠٠ = ٩٦,٩\%$$

هذا يعني أن كل ١٠٠ فرد في الفئة العمرية (١٥ - ٦٠) وهم من الأشخاص المتجين اقتصادياً في المجتمع يعولون حوالي ٩٧ من الأفراد غير المتجين اقتصادياً في هذا المجتمع، وهم الأطفال في الفئة العمرية أقل من ١٥ سنة والمسنين في الفئة العمرية أكثر من ٦٠ عاماً.

وواضح من نسبة الإعالة، أن، المتجين يقومون بإعالة نوعين من غير المتجين وعلى ذلك يمكن تحديد نسبة الإعالة للنوع الأول وأيضاً للنوع الثاني:

$$\text{ف تكون نسبة الإعالة للأطفال} = \frac{\text{عدد الأطفال أقل من ١٥ سنة في بلد ما}}{\text{عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ - ٦٠)}} \times ١٠٠$$

نقطة العمرية	عدد المواليد الكلي	عدد المواليد ذكور	عدد الإناث	احتمال الحياة
١٥ -	١٢٠٠٠	٦٠٠٠	٩٠٠٠٠	٦٣
٢٠ -	١٤٠٠٠	٦٦٠	٨٠٠٠٠	٦٢
٢٥ -	٢٢٠٠٠	١٠٤٠٠	١١٥٠٠٠	٥٨
٣٠ -	١٨٠٠٠	٨٩٥٠	١٣٠٠٠٠	٥٧
٣٥ -	٨٥٠٠	٤٢٠٠	١٢٥٠٠٠	٥٥
٤٠ -	٢٤٠٠	١١٠٠	١١٠٠٠٠	٥٢
٤٥ وأقل من ٥٠	١٠٠	٥٠	١٠٠٠٠٠	٥١

المطلوب:

- إيجاد معدل الخصوبة الكلي.
 - المعدل الإجمالي للإحلال باستخدام الفئات العمرية المعطاة.
 - المعدل الصافي للإحلال.
- مع تفسير المقصود بالجواب في كل من أ، ب، ج.
- كيف تقارن بين التركيبات السكانية المختلفة.
- إذا علم أن سكان مصر يتوزعون على حسب فئات العمر في التعدادات للأعوام ١٩٣٧، ١٩٤٧، ١٩٦٠، كالآتي:

السنة	أقل من ١٥ سنة	من ١٥ سنة إلى أقل من ٦٠ سنة	عدد السكان الكلي
١٩٣٧	٦٢٢٥	٨٦٤٤	١٥٩٢٠
١٩٤٧	٧١٩٨	١٠٥٧٢	١٨٩٦٦
١٩٦٠	١١٦١٠	١٢٢٩٦	٢٥٩٨٤

والمطلوب: دور نسبة الإعالة بصورها المختلفة للأعوام ٣٧، ٤٧، ١٩٦٠.

١٠ - في تعداد عام ١٩٦٠ في ج.م.ع تبين أن التكوين العمري والنوعي كالاتي طبقاً لما نشره الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء في كتابه المؤشرات الإحصائية عام ١٩٦٤.

إناث	ذكور	فئات السن
٣٦٩	٣٨٣	أقل من سنة
١٦٥٢	١٧٢٨	١ - ٤
١٨٢٧	١٩٧٢	٥ - ٩
١٥٢٧	١٦٥١	١٠ - ١٤
١٠٤٠	١١١٤	١٥ - ١٩
٨٧٤	٩٦١	٢٠ - ٢٤
١٠٥٤	٨٦٠	٢٥ - ٢٩
٨٤٤	٨٠٧	٣٠ - ٣٤
٨٧٩	٨٤٧	٣٥ - ٣٩
٦١٤	٦٦١	٤٠ - ٤٤
٥٧٧	٥٦٧	٤٥ - ٤٩
٥٠٤	٤٩٤	٥٠ - ٥٤
٣١٥	٣٢٣	٥٥ - ٥٩
٣٥٤	٣٣١	٦٠ - ٦٤
١٧	١٦٤	٦٥ - ٦٩
١٦٨	١٣٤	٧٠ - ٧٤
١٤٧	١٢١١	٧٥ فأكثر
١	أقل من ٥٠	غير مبين
١٢٩١٦	١٣٠٦٨	الجملة

والمطلوب:

أ - رسم الهرم السكاني للتركيب السكاني في جمهورية مصر العربية عام ١٩٦٠.

وباستخدام بيانات المثال السابق نجد أن:

$$\text{نسبة إعالة الأطفال} = \frac{11 \text{ مليون}}{13 \text{ مليون}} \times 100 = 84,6\%$$

وهذا يعني أن كل ١٠٠ فرد منتج في الفئة العمرية (١٥ - ٦٠) يقومون بإعالة حوالي ٨٥ طفلاً في الفئة العمرية أقل من ١٥ عاماً.

$$\text{وكذلك، فإن نسبة إعالة المسنين} = \frac{\text{عدد المسنين أكثر من ٦٠ عاماً في بلد ما}}{\text{عدد العاملين في الفئة العمرية (١٥ - ٦٠)}} \times 100$$

وباستخدام بيانات المثال السابق نجد أن:

$$\text{نسبة إعالة المسنين} = \frac{1,6 \text{ مليون}}{13 \text{ مليون}} \times 100 = 12,3\%$$

وهذا معناه أن كل ١٠٠ فرد منتج في الفئة العمرية (١٥ - ٦٠ سنة) يقومون بإعالة حوالي ١٢ مسن في الفئة العمرية أكثر من ٦٠ عاماً^(١).

(١) لاحظ أن:

نسبة إعالة الأطفال + نسبة إعالة المسنين = نسبة الإعالة العامة

حيث نجد أن:

$$84,6\% + 12,3\% = 96,9\%$$

تعارين

١ - قارن بين كل من :

أ - الأسلوب التقليدي والأسلوب غير التقليدي في جمع البيانات السكانية.

ب - التعداد الفعلي والتعداد النظري في التعداد العام للسكان.

ج - معدل المواليد ومعدل التوالد في مقياس التغير السكاني.

و - نسبة الإعالة لأقل من ١٥ سنة ونسبة الإعالة لأكثر من ٦٠ سنة.

٢ - اشرح بإيجاز مفيد العناصر الأساسية التي يجب توافرها عند إجراء التعداد العام للسكان والمراحل الرئيسية له.

٣ - الإحصاءات الحيوية هي المصدر الثاني للبيانات الديموجرافية علق على هذه العبارة، مفصلاً عناصر التسجيل الحيوي.

٤ - متى يلجأ الباحث الديموجرافي إلى أسلوب العينات في جمع البيانات السكانية، اشرح مزايا ومشاكل هذا الأسلوب في البحوث الديموجرافية.

٥ - إذا علم أن عدد سكان ج.م.ع طبقاً لتعداد عام ١٩٦٠ هو ٢٦٠٨٥ ألف نسمة، ٢٠٠٧٦ ألف نسمة طبقاً لتعداد عام ١٩٦٦ فالمطلوب :

إيجاد معدل التغير السكاني واستخدامه في تقدير عدد سكان ج.م.ع عام ١٩٧٦ على قرص أن السكان يتزايدون على أساس :

أ - متوالية عددية

ب - متوالية هندسية

٦ - قارن بين نتيجة أ، ب في السؤال السابق شارحاً السبب.

٧ - إذا توفرت البيانات التالية على حسب الفئات العمرية :

ب - دراسة التركيب السكاني السابق باستخدام بعض المؤشرات الديموجرافية إلى دراستها للتركيب السكاني.

١١ - إذا توافرت لدينا البيانات التالية على حسب فئات العمر :

فئات العمر	عدد السكان في البلد (١)	عدد الوفيات في البلد (١)	عدد السكان في البلد (٢) النموذجي	معدل الوفيات النموذجي
أقل من سنة	٤٠٠٠٠	٣٢٣٠	١٢٥,٥	,٠٠٢١
١ -	٢٠٤٠٠٠	١٩٦٠	٢٩٨,٠	,٠٠٣١
٢٠ -	٥٥١٠٠٠	٢٣٦٠	٢٦٩,٦	,٠٠٤٢
٤٠ -	٢٥٦٠٠٠	٢٩٦٠	١٩٢,٢	,٠٠٦٠
٦٠ سنة فأكثر	٩٠٠٠٠	٥٤٠٠	١١٤,٦	,٠١١٠
المجموع	١٦٠٥٠٠٠	١٥٨١٠	١٠٠٠	

والمطلوب إيجاد معدل الوفيات في البلد (١) المصحح

أ - بالطريقة المباشرة.

ب - بالطريقة غير المباشرة.

١٢ - إذا علم أن عدد سكان أحد المحافظات هو ٣ مليون نسمة يعيشون على مساحة قدرها ١٢٦ ألف كيلو مربع، وأن عدد السكان في محافظة أخرى هو ٢٦٠٨ ألف نسمة يعيشون على مساحة قدرها ١٠٠ ألف كيلومتر مربع .
قارن بين درجة كثافة السكان في المحافظتين .

نماذج امتحانات
الاحصاء الوصفي للأعوام السابقة

مادة: احصاء وصفي

يناير ١٩٩٤

أجب عن جميع الأسئلة الآتية حسب ترتيب دورها بورقة الامثلة :

السؤال الأول

(أ) يمثل الجدول التكرارى الآتى توزيع مائة طالب حسب الدرجات التى حصلوا عليها فى أحد الاختبارات :

درجات	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ -	٩٠ وأقل من ١٠٠
عدد الطلبة	٤	٦	٢٤	٣٢	٢٢	٨	٤

والمطلوب ايجاد :

(١) الانحراف المياري ومعامل الاختلاف .

(٢) الوسيط لدرجة الطلب فى الأخبار .

(ب) احسب معامل سير مان للارتباط بين قيم م ، ص من البيانات الآتية:

م	١١	١٢	١٥	١٢	١٣
ص	١٤	١٣	١١	١٣	١٢

السؤال الثانى

أولاً : (أ) احسب المتوسط من بيانات التوزيع التكرارى الآتى :

القيم	٤٠ -	٤٥ -	٥٠ -	٦٠ -	٧٥ -	١٠٠ وأقل من ١٥٠
التكرار	٣	٤	١٤	٢٤	٢٠	١٥

(ب) في أحد التوزيعات التكرارية القريبة من التماثل وجد أن الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف والوسط كانت ١١.٨٧٤ ، ٢١٧.٩٩ ، ٦٥ على الترتيب. والمطلوب : إيجاد المنوال لهذا التوزيع :

تانيا : في دراسة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص وجد أن معادلتى خط انحدار ص على س ، س على ص هما :

$$ص = ٠,٦ + س$$

$$س = ٠,٨٥٧ + ص$$

$$\text{وأن : } ص = ٤ ، \text{مجم } ص = ٢٨ ، \text{مجم } ص^2 = ١٤٠$$

فأوجد :

$$ر ، غ ، س ، د$$

السؤال الثالث

(أ) بين كيف تختبر الأرقام القياسية وأى الأرقام التى درستها يجتاز جميع الاختبارات . ثم احسب هذا الرقم لاسعار سنة ١٩٩٠ بتخاذ سنة ١٩٨٠ كأساس من البيانات الآتية :

السلعة	١٩٩٠		١٩٩٠	
	الكميات	الاسعار	الكميات	الاسعار
أ	٧	١٢	٦	١٠
ب	٩	١٠	٨	١٢
ج	١٢	٢٠	١٠	١٥

(ب) اجب عن واحد فقط مما يأتى :

أولاً : البيانات الآتية تمثل الانتاج السنوى (بملايين الجنيهات) من سلعة معينة فى الفترة من ١٩٨٧ حتى ١٩٩٣ .

١٩٩٣	١٩٩٢	١٩٩١	١٩٩٠	١٩٨٩	١٩٨٨	١٩٨٧	سنة
٢,٤	٢,٣	٢,٢	٢,٠	١,٩	١,٧	١,٥	(الاتاج بالمليون جيه)

ويستخدم طريقة المربعات الصغرى لهذه البيانات وجد أن معدل خط الاتجاه العلم هي $س = ١٥, - س + ٢$ حيث تقع نقطة الأصل عند سنة ١٩٩٠ ووحدة الزمن (سنة كاملة) .

المطلوب :

- (١) ليحلل القيمة الاجمالية لسنة ١٩٩١ ، لسنة ١٩٩٤ .
- (٢) تلخيص يثبات سنة ١٩٩١ من أقر الاتجاه العلم .
- (٣) افما علمت أن الدليل الموسمي الخاص بشهرى يناير يوليو كانا ٢١٣٠ ، ٢٨٠ على الترتيب فما هو الاتاج المتوقع لهذين الشهرين فى سنة ١٩٩٥ افما كان اتاج هذه السنة يتوقع له أن يكون ٢,٧٥ مليون جيه .

ثانياً : (١) الجدول التالى يلخص نتائج الدراسة التى قام بها أحد الاطباء لمرقة تأثير استخدام عقار معين فى رفع ضغط الدم لمرضى مصابون بأنخفاض فى ضغط الدم .

- ٤٥ مريض استخدموا العقار وادى الى أرتفاع ضغط الدم عندهم .
- ١٧ مريض استخدموا العقار ولم يؤد الى أرتفاع ضغط الدم عندهم .
- ١٨ مريض لم يستخدموا العقار وارتفع ضغط الدم عندهم .
- ٢٠ مريض لم يستخدموا العقار ولم يرتفع ضغط الدم عندهم .

المطلوب : قىاس مدى وجود علاقة بين استخدام العقار وارتفاع ضغط الدم فى هذه العينة .

(٢) من الجدول التالي :

عدد أفراد الأسرة	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	١٠	٢٠	٤٠	٢٢	٨

المطلوب :

حساب الوسيط والمنوال لعدد أفراد الأسرة لهذه العينة من الأسر .

مادة: الاحصاء وصفي

يناير ١٩٩٥

ملحظة عامة : أجب عن الأسئلة التالية تباعاً لترتيب ورودها :

السؤال الأول

إختيار الرقم القياسي للكميات بعتية لاسير من حيث إختياره لإختباري
الانتمك في الزمن والإعسك في العمل .

السؤال الثاني

للمعلومات التالية مستخرجه من نتائج دراسة سلسلة زمنية لبيانات ثلث
سنوات، حيث تتفاعل مكونات السلسلة تبعاً لإسلوب حاصل الضرب ، فانا كان الإيجاد
العام خطأ مستقيماً على الصورة

$$T = 1 + 0.7S + 0.8T$$

حيث نقطة الأصل منتصف الفترة بين الموسم الثالث ١٩٩١ والموسم الأول
١٩٩٢ الفوجده الزمنية شهران .

الفترة الزمنية	س	س	س	س	س	ع د
١ - ١٩٩٠						
٢ - ١٩٩٠						
٣ - ١٩٩٢						١٠٢,٣
٢ - ١٩٩٣				١٥		١٢٤,١
١ - ١٩٩٤						
٣ - ١٩٩٤				١٧		

المطلوب : نقل الجدول في كراسة الإجابة مع إستكمال جميع خاناته مقرباً النتائج الى اقرب رقم عشرى واحد (يجب إيضاح جميع العمليات الحسابية).

السؤال الثالث

الجدول التكرارى التالى يلخص بيانات الدخل (س) والإنفاق (ص) بالجنهات لعدد ٦٠ أسرة

س \ ص	١ - ٢	٣ - ٤	٥ - ٧	المجموع
٢ -	٣	٦	١	١٠
٦ -		١٠	٨	١٨
١٠ -		٦	١٤	٢٠
١٤ - ١٨			١٢	١٢
المجموع	٣	٢٢	٢٥	٦٠

المطلوب :

- ١ - حساب معامل الارتباط (بيرسون) ، مع التعليق .
- ٢ - إذا علمت أن $\bar{S} = ١٤,٢٦٧$ ، $\bar{V} = ٥,٠٦٧$ ، قدر معادلة إنحدار ص / س ، ثم احب الإنفاق المتوقع عندما $S = ١٣$.

السؤال الرابع

لمجموعة من مشاهدات المتغير س تم الحصول على البيانات التالية.

- ١ - معامل الاختلاف = ٠,٢٥
- ٢ - الدرجة المعيارية للقيمة (س = ٢٥) = ٢,٢٥ درجة معيارية .
- ٣ - العزم الصفرى الثالث (م) = ٤٨٧٢
- ٤ - المتوسط = ١٣

المطلوب : ١ - حساب معامل الالتواء ، مع التعليق

٢ - تحديد قيمة الوسيط إن أمكن

مادة : احصاء وصفي

يناير ١٩٩٦

أجب عن السؤالين الآتيين :

السؤال الأول

أولاً : سافر شخص من المدينة (أ) الى المدينة (ب) بسيارة تسير بسرعة ثابتة قدرها ٩٠ كم في الساعة ، ثم عاد الى المدينة (أ) بقطار يسير بسرعة قدرها ١٥٠ كم في الساعة ، أوجد متوسط السرعة في الرحلة كلها باستخدام متوسط مناسب مع ذكر سبب اختيارك (فيما لا يزيد عن كلمتين) .

ثانياً : اذا علمت أن المتوسط الحسابي لدخل الفرد في البلد (أ) يساوي ٦٠٠٠ دولار بانحراف معياري ٦٠٠ دولار ، وأن الوسط الحسابي لدخل الفرد في البلد (ب) يساوي ٢٥٠٠ جنيه استرليني بانحراف معياري ٢٠٠ جنيه استرليني ، فالمطلوب : أي البلدين أكثر عدالة في توزيع الدخل ؟

ثالثاً : اذا علمت أن الدخل الوسيط في البلد (أ) في ثانياً يساوي ٥٩٠٠ دولار وفي البلد (ب) يساوي ٢٤٩٠ جنيه استرليني ، أوجد معامل التواء الدخل في كلا البلدين .

رابعاً : فيما يلي الوسط الحسابي لدرجات امتحان الاحصاء في ثلاث قاعات بحث بكلية التجارة .

٦٥ درجة في قاعة البحث (أ)

٧٠ درجة في قاعة البحث (ب)

٧٥ درجة في قاعة البحث (ج)

أوجد الوسط الحسابي لدرجات الطلاب في قاعات البحث الثلاث مجتمعاً علماً بأن :

عدد الطلبة في قاعة البحث (أ) = ١٠٠ طالب .

عدد الطلبة في قاعة البحث (ب) = ٧٠ طالب

عدد الطلبة في قاعة البحث (ج) = ٨٠ طالب .

خامساً : فيمايلي ١٠ درجات من الطلاب في مادتي الاحصاء والادارة :

٦٨	٧٠	٧٠	٧٠	٧٠	٧٠	٦٥	٨٢	٩٠	٦٥	الاحصاء
٨٠	٦٠	٣٥	٩٥	٩٥	٦٠	٧٥	٧٥	٨٠	٧٥	الادارة

المطلوب :

حساب معامل الارتباط لسيرمان بين درجات اللادنين مع التعليق على النتيجة.

السؤال الثاني

أولاً : فيمايلي الانتاج السنوي (بالآف الجنيهات) لاحدى السلع في

الفترة من عام ١٩٨٨ الى عام ١٩٩٥ .

١٩٩٥	١٩٩٤	١٩٩٣	١٩٩٢	١٩٩١	١٩٩٠	١٩٨٩	١٩٨٨	السنوات
١٤	١٠	٩	١١	٧	٦	٨	٤	الانتاج

والمطلوب :

١ - ايجاد معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى .

٢ - حساب القيمة الاتجاهية للظاهرة في الأعوام ١٩٨٧ ، ١٩٩١ .

٣ - التنبؤ بالانتاج في عام ١٩٩٧ .

٤ - تخليص الظاهرة من قعر الاتجاه العام في عام ١٩٩١ .

ثانياً : فيمايلي بيان بعدد العمال ومتوسط الاجور الشهرية بالجنهيات فى ثلاث محافظات (أ ، ب ، جـ) فى عامى (١٩٨٥ ، ١٩٩٥) على التوالى :

المنطقة	متوسط الاجور الشهرية		عدد العمال	
	١٩٨٥	١٩٩٥	١٩٨٥	١٩٩٥
أ	٢٥	٤٥	٩٠٠٠	١٤٠٠٠
ب	٣٠	٥٥	١٠٠٠	١٥٠٠
جـ	٤٠	٧٠	٤١٠٠	٤٥٠٠

والطلوب :

- ١ - تكوين رقماً قياسياً للأجور باستخدام رقم بائىر .
- ٢ - تكوين رقماً قياسياً للأجور باستخدام رقم لاسيزر .
- ٣ - استاج رقم فيشر .
- ٤ - ماهو أفضل هذه الأرقام ؟ لماذا ؟ (الاجابة لا يزيد عن سطر واحد فقط) .

مادة: احصاء وصفي

يناير ١٩٩٧

أجب عن جميع الاسئلة التالية حسب ترتيبها ولن يلتفت للاسئلة غير المرتبة:

السؤال الأول (٣.٥ درجة)

أولاً : (١٥ درجة) :

أكتب مذكرات مختصرة فيما لايزيد عن خمسة اسطر عن :

١ - الاعتبارات الواجب مراعاتها عند تصميم الاستمارة الاحصائية .

٢ - مصادر جمع البيانات .

ثانياً : (٢٠ درجة) :

فيما يلي التوزيع التكرارى الذى يوضح نوعية التعامل لعدد ١٤٠ عميل من

عملاء البنك الأهلى المصرى :

نوعية التعامل	حساب توفير	حساب توفير بالجوائز	شهادات ادخار	حساب جارى	حساب جارى بالدولار	المجموع
عدد العملاء	١٤	٧	٢١	٧٠	٢٨	١٤٠

المطلوب :

١ - استخدام اسلوب الناقرة فى تمثيل هذا الجدول يائياً .

٢ - المسؤال لنوعية التعامل .

السؤال الثاني (٢٥ درجة)

تألفا : (٢٠ درجة) :

يستخدم التوزيع التكراري التالي :

فئات	أقل من ٥	٥ - ١٠	١٠ - ١٥	١٥ - ٢٠	٢٠ - ٢٥	المجموع
تكرار	١٤	٨	١٢	٢٠	١٥	٨٩

المطلوب :

١ - الحصول على الوسط الحسابي باستخدام العلاقة التوزيعية

٢ - حساب الانحراف المعياري

رابعاً : (١٥ درجة) :

يمثل الجدول التالي استهلاك الطاقة الكهربائية المنزلية
السنوات ١٩٩٢ - ١٩٩٥ بالكيلووات ساعة ملاحظة من أقر الاتجاه العام خلال
للوسم الأربعة لاحظي الأسر في مدينة الإسكندرية :

الوسم	١٩٩٥	١٩٩٥	١٩٩٥
الصيف	٩٦	٨٩	١٤٠
الخريف	١١٥	١٠٣	٨٩
الشتاء	٩٦	٨٢	١٠٥
الربيع	١١٢	١٠٠	٩٩

المطلوب :

١ - حساب الدليل الموسمي

٢ - الحصول على نسبة التغيرات الدورية والعشوائية .

المسؤال الثالث (٣٠ درجة)

خامساً : (١٥ درجة) :

أوجد معامل الالتواء للبيانات التالية :

١٦، ١١، ٧، ٤، ٢

سادساً : (١٥ درجة) :

أوجد معامل التوافق بين الحالة الاجتماعية والجنسية للتوزيع

التكراري التالي :

أمريكا	أوروبا	آسيا	أفريقيا	
٢٤	٣١	٥	١٠	لم يسبق لها الزواج
٣	٦	٣	٨	أرملة
٣	٣	٢	٢	مطلقة

﴿تم الكتاب بحمد الله﴾

طبع بمطابع



Библиотека Усадьбы



0290788